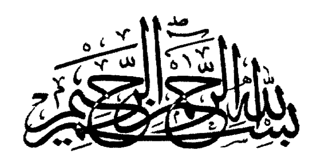


تعليم الرياضيات لجميع الأطفال

في ضوء متطلبات المعايير وثقافة التفكير

رقـــــم التصنيـــــف : 371,3
المؤلف ومن هو في حكمه: د. وليم عبيد
عنـــوان الكتـــــاب: تعليم الرياضيات لجميع الاطفال
رقـــــم الايــــــداع : 2233/ 9 /2004
الـــواصفـــــــــــات: / التعلم//التربية//الرياضيات//اساليب التعلم / التدريس/
بيـــانـــــات النـــشر : عمان - دار المسيرة للنشر والتوزيع
* - تم اعداد بيانات الفهرسة والتصنيف الأولية من قبل دائرة المكتبة الوطنية

الطبعة الأولى
2004م - 1425هـ



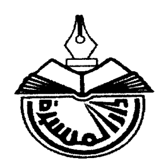
دار المسيرة
للنشر والتوزيع والطباعة

عمان-العبدلي-مقابل البنك العربي
هاتف:5627049 فاكس:5627059
عمان-ساحة الجامع الحسيني-سوق البتراء
هاتف:4640950 فاكس:4617640
ص.ب 7218 - عمان 11118 الأردن
www.daralmassira.com

تعليم الرياضيات لجميع الأطفال

في ضوء متطلبات المعايير وثقافة التفكير

أ. د. وليم عبيد
استاذ تعليم الرياضيات
قسم المناهج وطرق التدريس
كلية التربية - جامعة عين شمس



المحتويات

إطـــارات

تقديم

"يتقدم العلم من ملاحظة الترابطات بين الأشياء، وفي اثبات - بقدر من الصبر والأصالة - أن الاحداث في هذا العالم شديد التغير ليست إلا أمثلة من علاقات وقوانين عامة... والهدف من التفكير العلمي هو أن نرى ما هو عام من خلال ما هو خاص، وما هو دائم من خلال ما هو عابر..."

الرياضي الفيلسوف: نورث هوايتهد

(في كتابه مقدمة للرياضيات)

مع تعاظم الدور الحضاري والمنفعي الذي تقوم به الرياضيات في مجالات المعرفة المعاصرة وأوجه التقدم في العلم والتكنولوجيا يصبح من الأهمية بمكان أن نعد اطفالنا - كل أطفالنا - إعدادا قوياً وذكياً في الرياضيات من حيث تكوين الحس الرياضي وإدراك مفاهيم الرياضيات وإتقان مهاراتها في سياقات مجتمعية وفي مواقف واقعية وفي أطر قيمية ... على مر العصور كان السعي نحو الجودة في تعليم وتعلم الرياضيات من خلال نظريات ومبادرات متجددة.. ففي نصف القرن الفائت جاءت حركة الأهداف السلوكية تؤكد السلوك في شكل أفعال إجرائية يمكن قياسها، تلا ذلك حركة نواتج التعلم التي اهتمت بضرورة وجود نظرة استباقية لعوائد ونواتج العملية التعليمية في نهاية المطاف، ثم انتشرت منذ أواخر الثمانينيات ثقافة المعايير، وتسابقت المؤسسات التربوية في دول مختلفة في وضع معايير لما يجب أن يعرفه "المتعلم" من رياضيات وما ينبغي أن يقدر على القيام به من خلالها.. وذلك منذ بداية طفولته وفي مسيرة مراحل نموه ومراحل تعليمه وتعلمه حتى تخرجه..

وفي هذا الإطار يأتي الاهتمام المتزايد بطرق تدريس الرياضيات وتحديثها وتطويرها، بحيث تتواءم مع متطلبات المعايير ومع ثقافة التفكير وتنمية الإبداع، ومن حيث توافقها مع نظريات التعلم المعاصرة المعرفية والبنائية وتطويعها لمفهوم تعدد الذكاوات...، ومن حيث تطويع استراتيجياتها مع متطلبات التعلم الذاتي والتعليم الفردي والتعاوني والجمعي، وتبادلية التفاعل بن المعلم وتلاميذه، وبين التلاميذ وقرنائهم... ومن حيث استثمار تكنولوجيا الحاسبات والحواسيب واتاحة فرص الإبحار في فضاء المعرفة الرياضية عبر شبكات الانترنت.

ويسعدني أن أقدم هذا الكتاب في طرق تدريس الرياضيات لكل أطفالنا في البلاد

العربية في منظومة خماسية الفصول تتكامل وتتناغم معاً لتقدم طرقاً للتعليم من أجل التعلم، ولمعاونة معلم الرياضيات في تحويل بيئة التعلم إلى مزارع لتنمية الفكر البشري وتكوين اتجاهات إيجابية تعمل على حب تعلم الرياضيات بأمل تكوين استعدادات وجدانية وعقلية لتوليد وانتاج علماء عرب في الرياضيات.

وقد استند الكتاب الى خبرات ميدانية ودراسات مهنية وإلى العديد من أفكار الكثير من مبادرات معاصرة في التعليم والتعلم.. وإلى خبرات ثرية قدمها معلمون ومعلمات من واقع عملهم داخل الفصل وواقع تفاعلاتهم داخل المدرسة مع التلاميذ ومع مصادر التعلم المختلفة.

وإني إذ آمل أن يستفيد من هذا الكتاب أساتذة طرق تدريس الرياضيات والطلاب المعلمون بكليات التربية والموجهون والمعلمون الميدانيون.. فإن سعادتي تزداد بأن يقوم بنشر هذا الكتاب دار المسيرة ذات الباع الطويل في خدمة المعلم والمتعلم العربي.

والله الموفق،،،

الفصل الاول

نحو نقلة نوعية في تعليم وتعلم الرياضيات

1- رؤى تربوية للتطوير.

2- معايير عالمية لتعليم وتعلم الرياضيات.

3- تعليم وتعلم الرياضيات كعمليات عقلية ونزعات وجدانية.

رؤى تربوية لتطوير تعليم وتعلم الرياضيات

عرض عام

منذ منتصف القرن العشرين وحتى بواكير القرن الحادي والعشزين، بدت المؤسسات المهتمة والمتخصصة في تعليم الرياضيات وكأنها تعمل في مجال يعاني الانفصام. فبينما هناك تقدم عظيم ومتسارع في الرياضيات كمادة أكاديمية وكأداة فاعلة ومشهود لها في تقدم العلوم والتكنولوجيا بالدرجة التي يصف فيها البعض التكنولوجيا الفائقة المعاصرة على أنها تكنولوجيا رياضية، نلمس - في نفس الوقت - أنه يوجد إحساس بعدم الرضا الممزوج بالألم بالنسبة للرياضيات كمادة تعليمية. ذلك أن تعليم وتعلم الرياضيات يعاني من سلبيات في المحتوى وأساليب التعليم وأنشطة التعلم ونواتج تقويم تحصيل المتعلمين في كل المراحل الدراسية طفولة وشبابا.. بل وفي الاتجاهات نحو دراستها، وذلك على الرغم من ثراء وفخامة الأهداف المعلنة والمعتمدة من المؤسسات التربوية والتعليمية ذات الصلة.

رؤى تشخيصية

تتمثل أبرز المظاهر السلبية في الآتي:

1- ضعف مستويات تحصيل المتعلمين محليا (وعالمياً). هناك العديد من الشواهد على النقص الشديد في امتلاك التلاميذ (والخريجين) للمهارات الاساسية مثل القدرة على إجراء العمليات الحسابية والجبرية بيسر وطلاقة، وحتى في استخدام الآلات الحاسبة والحِس بسلامة النتائج التي تظهر على الشاشة عند إجراء عمليات حسابية عليها. هناك نقص في القدرات المكانية وقصور واضح في القدرة على التقدير التقريبي للمسافات والمساحات والأحجام والأوزان لما يواجهه المواطن العادي في حياته اليومية (والتي يستطيع بعض الأميين تقديرها من واقع خبراتهم الحياتية). هناك تناقص في القدرة على التفكير التحليلي عند حل المسائل والمشكلات الرياضية البحتة أو التطبيقية. هناك قصور شديد في حل مسائل غير نمطية أو غير مألوفة. هناك عشوائية في أساليب وخطوات التفكير عند محاولة التدليل على صحة خاصة رياضية معينة أو البرهنة على صحة نظرية معينة سواء أكانت هندسية أو جبرية. هناك ضعف في نتائج من شارك من طلاب من دول عربية في مسابقات عالمية مثل الدراسة الدولية في العلوم والرياضيات (TIMSS). المشكلة الاخطر كما أبرزها تقرير لجمعية لندن للرياضيات (London Mathematical Society) عام 1995، أن الامر لا يتعلق ببعض

التلاميذ المصنفين كضعفاء أو بطيىء التعلم، بل الأمر يتعلق بأولئك المصنفين كمتفوقين ومن ذوي التحصل المرتفع في الامتحانات والذين يحصل بعضهم على الدرجات النهائية في الامتحانات المدرسية وشهادات التخرج... حيث تبين أنه ينقصهم الكثير من فهم متعمق للأفكار الاساسية إضافة إلى عدم قدرتهم على التفكير في المواقف الرياضية غير المألوفة لهم.

2- الاعتقاد الخاطيء بأن الرياضيات مادة صعبة التعلم. حيث يعتقد البعض أنها مادة غير ممتعة، وأنه لا يمكن لكل الاطفال تعلمها، وأنها مادة مجردة لا يشعر الأطفال بها أو بقيمتها في حياتهم، كما وأنها مادة جافة وغير مشوقة تتطلب حفظ واستظهار الكثير من النظريات والقوانين.

3- الاتجاهات السلبية نحو تعلم الرياضيات. يظهر ذلك في انخفاض الإقبال على دراسة الرياضيات سواء عندما تكون اختيارية أو في الإقبال على الأقسام المتخصصة بكليات العلوم والتربية ببعض الجامعات العربية. يتضح ذلك ايضا في تراجع الالتحاق بالشعب العلمية في مرحلة الثانوية العامة.

4- الاتجاهات الغير الصحيحة نحو تعليم الاطفال. يتضح ذلك في أن الكثير من الممارسات في وضع المحتوى أو في أساليب التدريس تبدو وكأنها تبحث عن الرجل في الطفل فهي تقدم الرياضيات أحياناً وكأنها تعده فقط ليكون رياضياً أو أنه يُعد من بداية تعلمه للالتحاق بقسم الرياضيات بالجامعة، وليس لتكوين حِس رياضي وتهيئته ذهنياً ووجدانياً ولمزيد من تعلمها واستخدامها كأداة نافعة.

إطار (1) تجنب الفشل

يقول كرولكشانك (Crulkshank-1980) وزملاؤه أن الأطفال في حاجة إلى الشعور بالأمان، ثم يضعون المقترحات التالية لمساعدة الطفل على تجنب الفشل وتنمية الثقة بالذات، وذلك من خلال أن يعمل المعلمون والاباء على الآتي:

1- تقبل أخطاء الاطفال وتوضيح أن الخطأ يمكن أن يكون مفيداً في التعلم وأنه ليس مهما في تحديد الصورة الكلية عن الشخص (طالما أنه سيدرك الخطأ ويقوم بتصحيحه وعدم تكراره).

2- النظر إلى الفشل على أنه جزء طبيعي من عملية التعلم. قد تخطىء .. تعلم من أخطائك. لا داعي للشعور بالحرج في حالة الفشل.

3- توفير فرص ينجح فيها الطفل، مع تنمية ثقة عند الطفل من خلال تعدد نجاحاته إلى الدرجة التي يظل يمتلك الثقة بنفسه حتى ولو فشل في إحدى المرات.

4- تفادي لوم الطفل عندما لا يكون قادراً على النجاح أو في مقابلة توقعات الكبار. لتكن توقعات الآباء والمعلمين متمثلة في درجة عالية من الأداء في إطار قدرات الصغار وليس من منظور الكبار.

5- تقبل الطفل كإنسان له فرديته الجديرة بالاحترام. الاستماع إلى الأطفال عندما يرغبون المشاركة في الأفكار والمشاعر. لتكن الاستجابة لهم بنغمة هادئة ومشاعر دافئة.

6- توفير فرص للأطفال ليتخذوا (بأنفسهم) قرارات تؤثر في حياتهم داخل المدرسة. التأكد من أن تلك القرارات حقيقية وأن الأطفال راغبون فعلا وقادرون على الالتزام بنتائج وتوابع تلك القرارات.

7- مناقشة حالات الفشل على انفراد وليس أمام الفصل كمجموعة. الاتفاق مع الطفل (الذي وقع في خطأ) بشأن كيفية التعامل مع الفشل (وكيفية تصحيح الخطأ)، ومتابعة هذه الاتفاقات (بما يؤدي إلى تجنب تكرار مثل هذا الفشل).

دوافع التطوير

تتمثل دوافع التطوير في محورين أساسيين هما:

1- القضاء على المظاهر السلبية وجوانب القصور والمعتقدات الخاطئة في عملية تعليم وتعلم الرياضيات، ذلك أن الخطورة في خطأ نظرية أو معتقد ما لا يكمن فقط في سلوركيات غير مرغوب فيها، بل انه يتسبب في القيام بأنشطة على اسس مغلوطة مما يتسبب في نتائج ضارة قد لا تبدو واضحة مباشرة.

2- إعطاء قدر كبير من الحيوية للرياضيات كمادة تعليمية من حيث تجديدها بما يعكس حيوية علم الرياضيات وتقدمه والحداثة في موضوعاته ونظرياته ودوره كأداة نفعية. كما وأن الدور التطبيقي والحياتي للرياضيات اصبح يشمل معظم - إن لم يكن كل - المجالات ومناشط الحياة التي تمس كل الافراد في كل مراحلهم العمرية وسياقات انشطتهم اليومية.

وفي الحالتين فإن الأمر يتطلب السعي نحو:

أ - جعل الرياضيات - كمادة تعليمية - مشوّقة جاذبة من خلال إبراز المتعة الذهنية في تعلمها ومحأولات حل المشكلات المتضمنة في موضوعاتها بما يثير الدافعية الذاتية والتحديات الوجدانية والعقلية في الاصرار على المزيد من دراستها والاستفادة من معطياتها.

ب- التخلص من المهارات التقليدية الروتينية والمفاهيم والتعاريف والعمليات والخوازميات الآيلة للسقوط والتي همشتها الحاسبات والحواسيب والنظم الخبيرة، وفي ضوء أن الانسان يفكر والحاسبات تحسب والحواسيب تيسر بقصد أن يحل الانسان مشكلاته ويتقدم في ابداعاته وتنامي ابتكاراته.

ج- إحداث مزيد من التنسيق والتناغم بين ما يقدم في محتوى الرياضيات وما يدرسه الطلاب في المواد الدراسية الاخرى في علاقات تبادلية تعكس منظومية المعرفة ان لم تكن وحدتها، سواء أكان ذلك من خلال الانشطة في مراحل الطفولة المبكرة أو من خلال الدراسة المنهجية من بداية المرحلة الابتدائية.

تعدد محاولات التطوير

لفترة طويلة ظلت مناهج الرياضيات المدرسية ساكنة وشبه راكدة في محتواها وكانت

طرق تدريسها متروكة لاجتهاد المعلم ذاته نتيجة قلة الأدبيات والمؤتمرات وبرامج التدريب التربوية التي تعني بالمعلم، إضافة إلى ضعف وسائط الاتصال. ولا نستطيع أن ننكر أنه كان – وما زال – هناك معلمون لهم اجتهاداتهم وأنشطتهم الجادة والتي ادخلت عند بعض الطلاب حب الرياضيات وشجعتهم على الاستمرار في تعلمها بما دفعهم إلى أن يكونوا رياضيين مبدعين وأساتذة مرموقين في الجامعات. إلا أنه في نفس الوقت كان المحتوى محدوداً وفقيراً يتمحور في معظمه حول عمليات حسابية على الاعداد والكسور وعمليات جبرية وحل معادلات، اضافة إلى بعض النظريات في الهندسة الإقليدية التي تبدأ بالهندسة العملية (إنشاءات هندسية) ثم البرهنة على نظريات شهيرة مثل نظرية فيتاغورس وشيفا.. وخواص آلية لاجراء العمليات ولا مانع من وجود ذكارات لحفظ القوانين البراهين. كذلك كان أي شخص يتقن هذه الآليات (أو يعتقد أنه يتقنها) يعمل كمعلم للرياضيات بغض النظر عن توافر مؤهلات تربوية أو جامعية مناسبة ومتخصصة عنده.

ومع الاتصال بالجامعات في الداخل والخارج كان يتم تطعيم محتوى الرياضيات المدرسية بموضوعات جديدة، فمثلاً ادخلت في المناهج المصرية الهندسية الفراغية وحساب المثلثات عام 1874، الهندسة التحليلية كجزء من الجبر عام 1908 وكمادة منفصلة عام 1953، تاريخ الرياضيات عام 1953 (ثم الغي عام 1961)، والاحصاء عام 1967، الهندسة الوصفية كرسم هندسي عام 1961 (ثم الغيت بعد ذلك)، والتفاضل والتكامل (مقصوراً على الدوال الجبرية من عائلة سن). وحدث ذلك أيضا في مناهج العديد من الدول العربية وإن اختلفت التواريخ.

وبصفة عامة كان ينظر إلى الرياضيات – هنا وهناك – على أنها تدريب للعقل (ولعل كلمة "رياضة" ذاتها تعكس هذا المعنى).

التطور الجذري الذي حدث جاء مع ظهور ما سمي بالرياضيات الحديثة أو الرياضيات المعاصرة والتي قادها رياضيون اكاديميون في أواخر الخمسينيات وبداية الستينيات من القرن العشرين. وجاءت كامتداد خلفي لما ينبغي تدريسه في الجامعة من حيث اللغة والرموز الدقيقة والمعالجات القوية المتشددة في منطقها بدعوى اعطاء تلاميذ وطلاب مراحل التعليم قبل الجامعي رياضيات صحيحة ودقيقة وما سمي بالرياضيات الأمينة (Honest Mathematics) التي تعتمد على التجريد والتي تبنى على مسلمات عامة متحررة

من سياقات تطبيقية أو سياقات مرتبطة فقط بفروع جبرية أو هندسية أو تحليلية وتشتق نظرياتها على أسس منطقية صلبة. كذلك جاء الاهتمام بكيانات رياضية (غير الاعداد) مثل المجموعات (Sets) وبنظم عامة مثل الزمرة (Group) والمجال (Field) وفضاء المتجه.. تخرج من تحت عبائتها الأنشطة الرياضية بتوصيفاتها الجبرية والهندسية والتحليلية.. ومن ثم عرفت الرياضيات المدرسية انواعا متعددة من الجبر والهندسة مما دعا إلى أن تندرج كل الانشطة في المدرسة الابتدائية تحت مسمى "الرياضيات" بعد أن كانت قاصرة على مجرد حساب الأعداد الصحيحة الطبيعية والأعداد الكسرية والعمليات عليها وعلى القليل من الخواص الهندسية المتفرقة، وأصبحت هناك معالجات رياضية للعمليات والعمليات العكسية وخواصها وتطبيق ذلك على "مجموعات" وأعداد، كما ظهرت دراسة خواص "توبولوجية" قبل دراسة خواص إقليدية لأشكال هندسية بسيطة.. غير أن الحماس للرياضيات الحديثة الذي ساد معظم المدارس حتى تلك التي لم تكن تمتلك القوى البشرية الكفؤة والمعدة لتدريسها، كما لم يكن لدى تلاميذها الخبرة والاستعداد لتقبل التجريد والمعالجات المنطقية المتشددة.. كل ذلك أدى إلى خفوت بريق الرياضيات الحديثة وفقور الحماس لها بل واتهامها بأنها وراء ضعف التلاميذ – أطفالاً وكباراً – في "المهارات الاساسية". وساد شبه اقتناع عالمي بعدم صلاحية "الرياضيات الحديثة" للتعليم قبل الجامعي، دعا ذلك إلى موجة إصلاحية جديدة عرفت بإسم العودة إلى الأساسيات (Back to Basics). ولكن عدم الاتفاق على هوية الأساسيات ادى إلى إحداث تغييرات دورانية ومتباينة من بلد لآخر. البعض عاد إلى الأساسيات التقليدية في إجراء العمليات والخوارزميات التي كان معمولاً بها سابقاً. البعض الآخر قدم مزيجاً من الرياضيات الحديثة والتقليدية. المنظمة العربية للثقافة والعلوم قدمت مناهج "مطورة" بعضها "حديثة" ولكنها مخففة في معالجاتها. كذلك قدم المركز العربي للبحوث التربوية لدول الخليج مناهج موحدة للصفوف (1-12) للاستخدام بكل دول الخليج العربي وحاولت فيها أيضاً المزج بين بعض الموضوعات الحديثة والتقليدية مع التخفيف في المعالجات واضافة موضوعات اثرائية لمعالجة التباين في عدد الحصص المخصصة لتعليم الرياضيات من بلد لآخر. أيضاً قامت بعض الدول العربية كلا على حدة بمبادرات منفردة بتغيير في مناهجها اتسمت في معظمها بمعالجات مبسطة مع الاحتفاظ ببعض الموضوعات الحديثة والاقلال من النظريات الهندسية يصاحب ذلك قبول بعض النظريات كحقائق (بدون برهان). في الوقت نفسه حدث قبول لاستخدام الآلات الحاسبة في بعض صفوف المرحلة الابتدائية،

اضافة إلى دخول الحاسوب - بدرجة أو بأخرى - في عرض واستخدام بعض البرمجيات الجاهزة في الرياضيات. من السمات الاخرى الاحتفاظ بلغة المجموعات بدءاً من المرحلة الابتدائية والتخلص من موضوع المنطق الرياضي كموضوع مستقل والتخفيف من الطرق المتشددة في حل المعادلات والمتباينات، مع تخفيف مماثل (في المرحلة الثانوية) لمعالجة الدوال المثلثية والذي يتضمن احيانا معالجات مزدوجة.. مع اهتمام بالتطبيقات العملية وحل المشكلات، وإن كانت في معظمها ما زالت مسائل تبدو مفتعلة ومبسطة في إعدادها ومحتواها.

ارتفعت صيحة التطوير وتزايدت وطالبت بالاستفادة من مزايا الحاسبات والحواسيب ووسائط تكنولوجيا التعليم المتعددة التي تيسر استبعاد أو الإقلال من المساحة المخصصة لمهارات تقليدية وإدخال مفاهيم وموضوعات مناسبة لمعايشة الحياة المعاصرة وما تتضمنه من الحاجة إلى مواطن متميز يتمكن من التعامل مع التعقد والمواقف الاحتمالية والمتغيرة ويمتلك قدرات التفكير التحليلي والناقد التي تساعده على انتقاء ما يفيده من بين فيض المعلومات والبيانات التي يتعرض لها.

الدعوة إلى نقلة نوعية في تعليم وتعلم الرياضيات

يرى البعض أن الصيحات التطويرية أصبحت بالقوة التي يمكن القول بأنها تدعو إلى نقلة نوعية في تشكيل وممارسات الرياضيات المدرسية (عبيد، 2000). فهناك من يدعو إلى تدريس الرياضيات كعلم تجريبي (Davis, 1994) وليس كعلم لفظي وهو ما تساعد عليه إمكانات الحاسوب والنظم الخبيرة ويدعمه بعض علماء النفس القائلين بأن التفكير البصري لا يقل أهمية عن التفكير اللفظي ويساعد على التصور الذهني، بل أن بعض الاطفال يمكن أن يتعلموا الرياضيات من خلال التفكير البصري. هناك من يدعو إلى التركيز على المهارات الرياضية المصحوبة بالوعي والقدرة على إصدار أحكام سليمة في سياقات اجتماعية وبيئية وقيمية اخلاقية (Jefry, 1988). هناك من يطالب بأن يكون المشروع التربوي لتعليم الرياضيات بعيداً عن التجريد ومدخل المسلمات والمنطق بل يكون مرتبطاً بإمكانات الحواسيب وشبكات الانترنت (Kahan, 1998) ويرى بأن "حوسبة" المعرفة الرياضية سوف تساعد كل الأطفال - بل كل الاشخاص - على أن يتعلموا ما يرغبون في تعلمه وعلى اختيار ما يناسبهم في اطار ثقافتهم الاجتماعية وانطلاقا من اهتماماتهم وطموحاتهم.. ولا شك ان العالم المعاصر وارهاصات المستقبل تتطلب توفر علماء

رياضيات، وعلماء يستخدمون الرياضيات، يتسمون بالاصالة في معارفهم والتعمق في مجالات تخصصية وبيئية، كما أن مطالب التنمية في حاجة إلى مهندسين مبدعين وتكنولوجيين مبتكرين ومفكرين متعمقين.. ومواطنين واعين ومتميزين حيث لم يعد هناك مكان للتخلف ولا حتى للإنسان الوسط. إن الهدف الاساسي من إحداث نقلة نوعية هو أن تعليم الرياضيات في السابق كان متمحوراً حول المحتوى. ولكن المستهدف الآن هو مساعدة المعلمين والمتعلمين لأن يكون تعليم الرياضيات لمساعدة الانسان لفهم العالم الذي يعيشه وأن يتفاعل معه.

وفيما يلي أمثلة لنقلات نوعية مستهدفة حول العالم:

ا - منظور من الصين:

يدعو ايرشنج (Er-Sheng, 1998) إلى منظور لتعليم الرياضيات للقرن الحادي والعشرين يحدث نقلة تستند إلى التغيرات في: حاجات المجتمع إلى الرياضيات، طبيعة الرياضيات وتطبيقاتها، فهم كيف يتعلم التلاميذ الرياضيات.. ويدعو ذلك إلى الآتي:

أ - التواؤم والتكيف لحاجات اقتصاديات عصر المعلومات واقتصاد السوق. يتطلب هذا تعلم رياضيات مفيدة على مستوى الاتقان بما يمكن تفسير العمليات التي يقوم بها الحاسوب، واكتساب مهارات تحليلية من خلال الرياضيات وليس مجرد اكتساب مهارات رياضية مجردة، والتعامل مع الانشطة اليومية المتعلقة بالكسب والخسارة والتكلفة والتنبؤ والقدرة على تقييم المخاطرات في الاعمال التجارية ومجال الاعمال بصفة عامة. يتطلب ذلك دراسات تهتم بمفهوم واستخدامات النسبة والتناسب وتمتد إلى بحوث العمليات والأوفقية (Optimization) وتحليلات الأنظمة والمنظومات وأسس اتخاذ القرار والتعرف على مظاهر التعقد وما يصاحبها من مفاهيم حديثة مثل مفاهيم نظرية الفوضى (Chaos) ومفاهيم هندسة الفتافيت (Fractal Geometry).

ب - تضمين مناهج الرياضيات تطبيقات من عالم الحقيقة في مجالات مثل البيئة بأبعادها المختلفة، العلوم الاجتماعية، الفن، الموسيقى، والعلوم الحيوية.. يتطلب ذلك المزيد من الاهتمام بدراسة الاحصاء والاحتمال والنظم الديناميكية، وعمليات ترييض المواقف والنمذجة الرياضية، إبراز مفهوم الانماط في الاعداد والأشكال البيانية ومدلولاتها.. وهذا يتطلب بدوره برمجيات حاسوبية مناسبة لتيسير عمل الطالب وتدعيم فهمه واستيعابه وانتاجيته فيما يتعلمه.

ج- مقاربة تعلم الرياضيات من مدخل "البنائية" حيث يتنأول الطلاب كل مهمة تعليمية جديدة بدءاً بما يعرفونه مسبقا عن هذه المهمة ثم يحأولون استيعاب المفاهيم والمهارات الجديدة فيها وأن يبنوا معرفتهم الذاتية بها ويكونوا المعاني الشخصية لما يتعلمونه بالدرجة التي تمكنهم من إعادة تنظيم بنيتهم المعرفية نتيجة تكامل ودمج كامل للمعرفة الجديدة مع ما كانوا يعرفونه مسبقا وبما يحدث نقلة في المعرفة وأسلوب التفكير الذي تدعمه هذه المعرفة وبما يحفز المتعلم على القيام بأنواع متجددة من الانشطة الابتكارية.. وذلك بديلا عن ما هو سائد من تلقي سلبي للمعلومات الجديدة وتخزينها كأجزاء اضافية منفصلة لمخزون في الذاكرة.

2- منظور من جنوب افريقيا

اشار فولميك (Volmik, 1998) إلى أن جنوب افريقيا تبنت إطارا قوميا ليكون بؤرة التحول المنظم لنظام التعليم والتدريب القائم على إطار ومنهج لمؤهلات قومية، وتم اختيار مبدأ التعليم المستند إلى النواتج كمدخل لتنفيذ إطار NQF. (National Qualifications Framework and Curriculum, 2005)

حدد الاطار ثمانية نواتج تعلم عامة جوهرية - عَبْر كل ما يدرسونه في المناهج - لتوكيد أن المتعلمين سوف يعدّون للعيش في مجتمع العولمة، تتمثل النواتج في أن يتمكن المتعلم من الآتي:

أ - تحديد وحل مشكلات يبين تناولها أن المتعلم استطاع أن يتخذ قرارات صحيحة مستخدماً تفكيراً تحليلياً وناقداً.

ب- القدرة على العمل الفعال مع الآخرين.

ج- تنظيم وإدارة الأنشطة التي يقوم بها الشخص في إطار من التحكم في الذات وتحمل المسؤولية.

د- تجميع معلومات وبيانات وتنظيمها وتحليلها وتقييمها بفكر ناقد.

هـ- الاتصال والتواصل بكفاءة باستخدام مهارات لغوية وبصرية والقدرة على الاقناع شفاهة وتحريراً.

و- استخدام العلوم والتكنولوجيا بكفاءة لإبراز المسؤولية نحو البيئة وصحة الانسان.

ز- بيان وفهم العالم كمنظومة متكاملة وكنظم فرعية مترابطة عن طريق معرفة أن سياقات حل المشكلات ليست منعزلة عن بعضها البعض.

ح- الإسهام في التنمية الكاملة لكل متعلم وفي التنمية الشاملة للمجتمع بأسره.

وجاءت انعكاسات ذلك في أن تتمثل نواتج تعلم الرياضيات في الآتي:

أ - التدليل على فهم طرق التعامل بالأعداد. ويقصد بذلك تنمية فهم حدسي لمفهوم العدد وتوسيع هذا الفهم ليشمل الادوات اللازمة لحل المشكلات وتناول المعلومات.

ب- معالجة أنماط الأعداد بطرق متعددة. يتضمن هذا: الملاحظة والتمثيل والبحث عن انماط في الظواهر والمواقف الاجتماعية والفيزيقية.

ج- بيان فهم التطور التاريخي للرياضيات في السياقات الاجتماعية والثقافية المختلفة. ينبغي ألا تُرى الرياضيات على أنها منتوج أوروبي، ولكن على أنها نتاج نشاط بشري ساهمت كل الثقافات والحضارات في تنميتها.

د- التحليل بفكر ناقد يبين كيف أن العلاقات الرياضية تستخدم في مواقف اجتماعية وسياسية واقتصادية. ويقصد بذلك أن يسمح للمتعلمين أن ينموا القدرة على المشاركة في اتخاذ القرارات التي تؤثر في حياتهم وان يكونوا على وعي بأن قضايا مثل العنصرية (الاجناس المختلفة) والجنسوية (ذكر - أنثى) والطبقية (الاجتماعية والاقتصادية) تؤثر في حياتهم وفي المجتمعات التي يعيشون فيها.

هـ- القدرة على القياس بكفاءة وثقة في مواقف متنوعة. ويقصد بذلك تنمية مهارات القياس بدرجة الدقة المتطلبة وباستخدام وحدات القياس المناسبة للموقف والهدف.

و- استخدام بيانات من سياقات متعددة تمكن من اصدار احكام مبنية على معرفة. يتطلب ذلك أن يفهم المتعلمون كيفية معالجة المعلومات.

ز- وصف وتمثيل المعلومات والبيانات والخبرات بالشكل والحركة مع تضمين الزمن والمجال المكاني، وذلك باستخدام كل الحواس. ويقصد بهذا مساعدة المتعلمين لتصور وتمثيل الظواهر في اطار الزمان والمكان التي ترتبط بها الظاهرة.

خ- تحليل الصيغ الطبيعية (الاشكال في الطبيعة) والمنتوجات الثقافية والعمليات كتمثيلات للأشكال والزمان والمكان. سوف يسمح ذلك لأن يكون المتعلمون حسا بالعناصر الجمالية والصيغ المتواجدة في بيئاتهم وفي غيرها.

ط- استخدام لغة الرياضيات للاتصال وتوصيل الأفكار والمفاهيم والتعميمات وعمليات الفكر الرياضي، سوف يكتسب المتعلمون المهارات الجبرية في معالجة الافكار وتواصلها مع الآخرين.

ى- استخدام العمليات المنطقية لصياغة التخمينات واختبارها واثبات مدى صحتها.
ويقصد بذلك تشجيع المتعلمين على أن يسألوا ويخمنوا ويقوموا بعمل تجارب وعلى أن ينموا مهاراتهم في التعليل واقامة البراهين وتقويمها.

3- منظور من السويد

يشير بيورك وبرولين (Biork and Brolin, 1998) إلى مشروع قام به معلمو الرياضيات بالمرحلة الثانوية أسموه "التكنولوجيا في الرياضيات" (Technology In Mathematics, TE MA) انتهوا فيه إلى فاعلية التغييرات التالية:

أ - الاقلال من التأكيد على ايجاد التكاملات وانشاء المنحنيات باستخدام المشتقات التفاضلية واستخدام إمكانات الحاسبات البيانية وبرمجيات الحاسوب ذات الصلة.

ب- زيادة التأكيد على حل المشكلات والحوار وتبادل الرأي بشأن الطرق المختلفة في حل المسائل والمشكلات والاهتمام بما تتضمنه هذه الطرق من أساليب في التفكير.

ج- زيادة الاهتمام بدراسة عائلات الدوال وخواصها والوضوح الفكري والبصري للمفاهيم الخاصة بالتفاضل والتكامل.

واشارت نتائج دراسات طولية في هذا الصدد إلى أن استخدام الحاسبات والحواسيب لها اثار ايجابية من بينها أن الطلاب يصبحون أكثر قدرة على حل المشكلات، ويمتلكون فهما اعمق وأكثر ثراء في استيعاب المفاهيم الرياضية الاساسية، وأن يكونوا اكثر قدرة على نمذجة المشكلات الكلامية (اللفظية) بعلاقات رياضية وعلى تفسير المعادلات والدوال الرياضية، وعلى تنويع تمثيل المواقف الرياضية والتحويل من تمثيل لآخر.. وبصفة عامة يصبحون أكثر قدرة على استخدام اكثر من طريقة في حل نفس المشكلة.

4- منظور من استراليا

استحدثت استراليا إطاراً عاما لمناهج الرياضيات (Board of Education, 1995)، وتركت لكل ولاية ترجمته إلى منهج خاص بها مع الاحتفاظ بنفس المستوى القومي. يؤكد الاطار على الاستخدام الواعي للتكنولوجيا في تنمية المفاهيم ومهارة حل المشكلات والنمذجة الرياضية والانشطة الاستقصائية، هذا مع ضرورة توفير الحاسبات والحواسيب في كل فصول الدراسة والمصحوبة بالبرمجيات المناسبة.

في ضوء ذلك حددت ولاية فيكتوريا نواتج التعلم المستهدفة لتلاميذها في المرحلة الابتدائية كالآتي:

أ- بالنسبة للشكل والمكان (Space):

- رسم وبناء ووصف الأشكال والأشياء التي يراها الطفل ويتعامل معها.
- يلاحظ الخواص البسيطة المشتركة فيها، وأن يستخلص بعض الاستنتاجات.
- يناظر بين الأشكال المتطابقة.
- يتعرف على التماثل في الصور.
- يتتبع المواقع ومسارات الحركة وينفذ تعليمات بشأنها.

ب- بالنسبة للعدد:

- يقومُ بتجميع مجموعة صغيرة من الاشياء، ويعدها ويقدر عددها ويسجلها.
- يرتب ويقارن بين مجموعات من الاشياء.
- يربط بين الأعداد، ويتعامل بأعداد ويرتبها، ويبتكر طرقاً لتكرار عدها.
- يتذكر حقائق بسيطة.
- يعد تصاعدياً وتناقصياً، ويقوم بعمليات حسابية عقلية.
- يمثل مواقف وقصص عددية باستخدام بعض المواد وباستخدام الرسومات.
- يستخدم النقود في محاكاة بعض مواقف البيع والشراء.

ج- بالنسبة للقياس:

- يستخدم اللغة المستخدمة في الحياة اليومية العادية في وصف وترتيب ومقارنة اطوال وأوزان واحجام لاشياء مألوفة له.
- يقارن الطول والحجم (السعة) بتكرار استخدام وحدات غير مقننة.
- يفهم فوائد "الساعة" ويربط بين الزمن وبعض الأحداث المألوفة والمتكررة.
- يربط بين الايام والاسابيع والشهور في السنة وبين أحداث يعيشها الطفل في حياته اليومية.

د- بالنسبة للصدفة والبيانات:

- يتعرف على الصدفة في مواقف مألوفة.
- يجمع ويصنف أشياء.

- يلقي اسئلة.
- يمثل معلومات بقصد عمل مقارنات.

هـ- بالنسبة لاستخدام الرياضيات كأداة مفيدة:

- يتعرف على الطرق التي يرى فيها الرياضيات جزءاً من حياته العائلية اليومية.
- يناقش أفكار رياضية باللغة العادية ويستخدمها في الاتصال.
- يستكشف علاقات ويضع تخمينات بشأنها ويختبرها.. وذلك في مواقف وخبرات يعايشها في الحياة اليومية.
- يكتشف تناقضات في انماط بسيطة بها مغالطات ويصححها.
- يعيد تقييم تقديرات غير عددية لكم وحجم بعض الاشياء.
- يستخدم الحاسبات لتمثيل الاعداد ويستكشف صحة العد والعدد.

ولقد صاحبت بعض هذه المحاولات للتطوير حركة عالمية يمكن أن نطلق عليها حركة "تطوير في ضوء معايير".

معايير عالمية لتعليم وتعلم الرياضيات

منذ نهاية الثمانينات من القرن العشرين بدأت حركة عالمية لتطوير تعليم وتعلم الرياضيات في ضوء معايير توضع مسبقا لترسم مسار عملية التطوير. تمثل المعايير:

أ- مجموعة شاملة ومتماسكة من الغايات والأغراض المستهدف أن يحققها كل الطلاب بدءا من مرحلة رياض الاطفال وحتى نهاية الصف الثاني عشر اي من مرحلة ما قبل المدرسة وحتى نهاية المرحلة الثانوية، وبحيث أن توجه هذه الغايات جهود واضعي المناهج وطرق التدريس وأساليب التقويم لعدة عقود قادمة، خاصة في مواقع التقييم الساخنة التي تحدد مصير الطالب عند انتقاله من مرحلة تعليمية لأخرى أو توجهه لمسار تعليم عام أو فني أو عند التحاقه بالجامعة.

ب- مصادر ومرجعيات لواضعي سياسات التعليم وللقيادات التربوية وللمعلمين، عند فحص البرامج التعليمية وتطويرها.

ج- خطوطاً ارشادية لبناء أطر للمنهج وتنمية مواد تعليمية ووضع أدوات للقياس والتقييم وخاصة الاختبارات ونوعية الاسئاة المتضمنة فيها.

د- مثيرات للافكار والحوارات القومية والمحلية عن افضل الطرق لمساعدة الطلاب - في كل مراحل تعليمهم - على النجاح والتفوق في مجالات دراستهم.

مخططات المعايير

عند بناء معايير لتعليم وتعلم الرياضيات، فإن وثيقة المعايير تتضمن:

1- المجالات (Domains)

وهذه تمثل الموضوعات الكبرى التي يشملها المجال العام ألا وهو الرياضيات. وتقليدياً كانت المجالات الفرعية هي الفروع المختلفة المعروفة: الحساب، الجبر، الهندسة، حساب المثلثات، التحليل الرياضي، الإحصاء والاحتمال، التوبولوجي..

حديثا تتبنى فلسفة المعايير مجالات معرفية مرتبطة ارتباطا وثيقا بالمعرفة الرياضية التي تجيب عن تساؤل: ماذا نعلم في الرياضيات من الرياضيات؟" (Content-Oriented) اي موضوعات خاصة بالمحتوى، كما تتبنى مجالات عقلية ومهارات أساسية عامة تستخدم في كل الموضوعات ومجالات المحتوى وتكون ذات توجه عملاني أو عملياتي -Process) (Oriented مثل مهارات: التعليل والبرهنة، وحل المشكلات، والتواصل بلغة الرياضيات، والترابطات بين الرياضيات وغيرها في العلوم الأخرى وفي الانشطة الحياتية بصفة عامة، إضافة إلى مهارات استخدام واستثمار التكنولوجيا في تيسير العمل الرياضي وتنمية التفكير والتحليل والبناء وإعادة تنظيم خبرات التعلم.

2- المعايير (Standards)

يقصد بالمعيار ما ينبغي أن يعرفه الطالب (المتعلم) وما يمكن أن يقوم بأدائه من المهارات العقلية والعملية وما يكتسبه من قيم وسلوكيات.

والعبارات التي تحمل المعايير أو التي تصاغ بها قد تصف:

أ- مهارة أو قدرة، على سبيل المثال: يستخدم التلميذ الحس الرياضي والتقدير التقريبي للتحقق من معقولية نتائج تعرضها شاشة الآلة الحاسبة عند العمل بها.

ب- هدفا عاما من اهداف تدريس مجال أو موضوع في مجال، على سبيل المثال: يعرف الطالب أهمية التعبير الرمزي في البراهين وفي النمذجة الرياضية لحل مشكلة فيزيائية.

ج- توصية تربط الرياضيات بمادة اخرى، على سبيل المثال: يستخدم التلاميذ معادلات

الدرجة الثانية في تطبيقات قوانين نيوتن الخاصة بالعلاقة بين السرعة والعجلة والمسافة.

3- المؤشرات (Indicators)

مع كل معيار تحدد المؤشرات أو الدلائل التي يتم من خلالها التحقق من بلوغ المعيار. وتكون المؤشرات مصاغة بشكل أداء محدد يسمح بقياسه. وتتدرج المؤشرات في عمقها ومستوى صعوبتها وفقا للمرحلة التعليمية. على سبيل المثال: يحدد التلميذ الخصائص المشتركة بين المعين والمربع، كما يحدد أوجه الاختلاف بين الشكلين، وبحيث يستطيع أن يرسم شكلا على هيئة "معين" ولكنه ليس على هيئة "مربع".

4- العلامات المرجعية المراحلية (Bench Marks)

وهي عبارات تصف ما يجب أن يصل اليه المتعلم في كل مكون من مكونات المعيار، وعند كل مدى معين من صفوف المراحل التعليمية المختلفة.

وتحدد العلامات المرجعية الفهم أو المهارة المتوقعة عند مستويات مختلفة من الصفوف مثلاً: (من مرحلة الرياض وحتى الصف الرابع)، (5-8) ، (9-12)، ويمكن أن توصف العلامة المرجعية على أنها فترة من المستويات في سياق تنمية المعارف والمهارات لمعيار معين. على سبيل المثال: مع نهاية المرحلة الابتدائية يفهم ويمارس التلاميذ العمليات على الاعداد الطبيعية في مواقف رياضية مجردة وتطبيقية مناسبة، ومع نهاية المرحلة الاعدادية (الصف التاسع) يفهم التلميذ ويمارس العمليات على الاعداد الصحيحة (+ ، . ، −) ويستخدمونها في حل المعادلات وفي تطبيقات في العلوم. وتستخدم فكرة العلامات المرجعية في سياقات اخرى، بمعنى قياس مقارن، مثلاً اتخاذ مستويات دولة متقدمة أو منظمة دولية مرجعا عند وضع المعايير ومؤشراتها.

قواعد التقدير (Rubrics)

ويقصد بها عادة قواعد لقياس وتقدير أداء المتعلم، مثل: ضعيف، مقبول، جيد، جيد جداً، ممتاز. كما يحدد الحد الادنى لقبول تحقق معيار معين، والذي قد يختلف من معيار لآخر، أو من مرحلة لأخرى. كما يرتبط ذلك بالتقدم الذي يحرزه الفرد بالنسبة لنفسه وبالنسبة للاختبارات محكية المرجع والتي تكون محكاتها منبثقة من المعايير ومؤشراتها في الصفوف الدراسية المختلفة. كما تستخدم قواعد التقدير عند تقدير إجابة تلميذ في اختبار معين.. مواصفات الاجابة التي تستحق 100% وتلك التي تستحق اقل من ذلك.

معايير المعايير

لابد من توفر المعايير التالية لأي مجموعة من المعايير التي توضع لتطوير مناهج الرياضيات في تعليمها وتعلمها:

1- تكون قوية وتنافسية على مستوى العالم.

2- تعمل على بناء مستويات رفيعة لكل الطلاب.

3- تكون مفيدة، حيث تنمي القدرات والمعارف المتطلبة للمواطنة الذكية.

4- تنمي مهارات قابلية التوظف والاستعداد للتعلم المستمر.

5- يشعر التلميذ وولي الامر والرأي العام بأهميتها.

6- تشمل الجوانب المعرفية والمهارية الأكثر اهمية في المجال الذي وضعت له (الرياضيات في حياتنا).

7- تكون قابلة للتنفيذ ويمكن إدارة العمل بها في الأوقات والجداول الزمنية المحددة لدراسة المادة.

8- تكون قابلة للتكيف وتسمح بالمرونة في التطبيق على مستوى المدرسة والادارة وعلى المستوى المحلي والمركزي، في ضوء التغيرات والتنوعات.

9- تكون واضحة ومناسبة لاهتمامات المتعلمين.

10- تعكس موافقة عريضة وتأتي صورتها النهائية نتيجة تعليقات متكررة وتغذية راجعة، ومراجعات تحديثية من المعلمين والتربويين والرأي العام.

ومن ناحية أخرى فإنه لا بد من الإشارة إلى أنه ليس بالمعايير وحدها تتحسن العملية التعليمية، بل بتوفير المتطلبات التي تيسر تطبيقها من معلم كفء يمتلك المهارات التخصصية والتربوية الملائمة، ومواد تعليمية مشوقة سواء أكانت كتباً أو اقراصاً مليزرة معبأة بالبرمجيات المتطورة مادة وأسلوباً، ومتطلبات تكنولوجيا التعليم، إضافة إلى السياق العام المناسب داخل المدرسة وداخل الفصل.

نموذج لمعايير "المحتوى" التي وضعتها مصر

بالاضافة إلى عمليات ومهارات عقلية استهدف تنميتها في كل المجالات وعبر كل الموضوعات، تضمنت المعايير المستندة إلى المحتوى التي وضعتها لجان متخصصة من

أساتذة كليات التربية والعلوم وخبراء وزارة التربية والموجهين والمعلمين، ثمانية مجالات (وزارة التربية والتعليم، 2003).

1- أربعة مجالات يُعمل بها من الصف الأول وحتى نهاية الصف الثاني عشر وهي:

أ - الأعداد والعمليات عليها.

ب- الجبر والعلاقات والدوال.

ج- الهندسة.

د- تحليل البيانات والإحصاء والاحتمال.

2- مجال "القياس" ويمتد من الصف الأول وحتى نهاية الصف التاسع.

3- مجال "حساب المثلثات" ويشمل الصفوف من التاسع وحتى نهاية الثاني عشر.

4- مجالان للصفوف (10-12) وهما:

أ - الحُسْبان (التفاضل والتكامل).

ب- رياضيات تطبيقية (الميكانيكا).

ونقدم فيما يلي أمثلة لما جاء بهذه المعايير فيما يختص بالصفوف (1-3) ، (4-6)، (7-9) وهو ما يشمل مرحلة التعليم الأساسي بحلقتيه الابتدائية والاعدادية.

أولاً: بالنسبة للصفوف (1-3) ، (4-6):

المجال الأول: الأعداد والعمليات:

المعيار (1): يفهم الأعداد وطرق تمثيلها والعلاقات بينها.

المعيار (2): يفهم العمليات على الأعداد والعلاقات بينها.

المعيار (3): يحسب بمهارة ويتوصل إلى تقديرات معقولة للنواتج.

المجال الثاني: الجبر والعلاقات والدوال:

المعيار (1): يستخدم الرموز والاشكال في تمثيل وتحليل المواقف والتراكيب الرياضية.

المعيار (2): يفهم الانماط والعلاقات والدوال.

المعيار (3): يستخدم النماذج الرياضية في تمثيل العلاقات، ويحلل التغيرات الرياضية في المواقف المختلفة.

المجال الثالث: الهندسة

المعيار (1): يحلل خواص أشكال هندسية ثنائية وثلاثية البعد والعلاقات بينها.

المعيار (2): يربط بين العدد والنقطة مستخدماً مبادىء الهندسة التحليلية.

المعيار (3): يحل مشكلات رياضية وحياتية مستخدما الحس المكاني والتحويلات الهندسية.

المجال الرابع: القياس

المعيار (1): يفهم خواص الأشياء القابلة للقياس ووحدات القياس وأنظمته وعملياته.

المعيار (2): يطبق طرقا وأدوات وقوانين مناسبة لتحديد القياسات.

المعيار (3): يحل مشكلات رياضية وحياتية مستعيناً بمعلوماته ومهاراته في القياس.

المجال الخامس: تحليل البيانات والاحصاء

المعيار (1): يطرح تساؤلات ويجيب عنها من خلال جمع بيانات مناسبة وتنظيمها وتمثيلها.

المعيار (2): يختار الأساليب الاحصائية المناسبة ويستخدمها لتحليل البيانات.

المعيار (3): يتحقق من صحة الأدلة المتوافرة من البيانات ويتوصل إلى استنتاجات صحيحة منها.

المعيار (4): يتعرف المفاهيم الاساسية للإحتمال ويستخدمها في حل المشكلات.

ثانياً: بالنسبة للصفوف (7-9) :

المجال الأول: الأعداد والعمليات:

المعيار (1): يفهم الأعداد وطرق تمثيلها والعلاقات بينها.

المعيار (2): يفهم العمليات على الأعداد والعلاقات بينها.

المعيار (3): يحسب بمهارة ويتوصل إلى تقديرات معقولة للنواتج.

المجال الثاني: الجبر والعلاقات والدوال:

المعيار (1): يفهم معنى المتغيرات والحدود والمقادير الجبرية.

المعيار (2): يجري عمليات على مقادير جبرية.

المعيار (3): يتعرف المعادلات والمتباينات ويؤخذ حلولا جبرية وبيانية لها.

المعيار (4): يفهم ويستخدم الأنماط والعلاقات والدوال.

المعيار (5): يستخدم النماذج الرياضية في حل المشكلات.

المجال الثالث: الهندسة والقياس

المعيار (1): ينشيء أشكالا هندسية ذات بعدين وثلاثة أبعاد، ويوضح خواصها ويحلل العلاقات بينها.

المعيار (2): يستخدم هندسة الإحداثيات في تحديد المواقع ووصف واستنتاج بعض العلاقات.

المعيار (3): يطبق بعض التحويلات الهندسية ويستخدمها في إثبات بعض العلاقات الرياضية.

المعيار (4): يستخدم التمثيل البصري والنمذجة الهندسية في حل بعض المشكلات الرياضية وغير الرياضية.

المعيار (5): يستخدم البرهان والاستدلال المنطقي لإثبات نظريات هندسية.

المعيار (6): يتعرف ويستخدم النسب المثلثية الأساسية.

المجال الرابع: تحليل البيانات والاحصاء

المعيار (1): يجمع بيانات ويقوم بتنظيمها وعرضها للإجابة عن تساؤلات معينة.

المعيار (2): يختار ويطبق الطرق والأساليب الإحصائية المناسبة لتحليل بيانات معينة والإجابة عن أسئلة تتعلق بها.

المعيار (3): يصدر احكاما على التفسيرات والتنبؤات التي يمكن الوصول اليها من تحليل بيانات معينة.

المعيار (4): يفهم ويطبق المفاهيم الاساسية البسيطة للاحتمال.

المعيار (5): يقدر أهمية الاحصاء والاحتمال في مجالات المعرفة وفي مواقف الحياة المختلفة.

معايير تعليم وتعلم الرياضيات في مدينة نيويورك

وضع مجلس التربية والتعليم بمدينة نيويورك معايير لأداء الطلاب في الرياضيات مستهدفاً الارتفاع بمستوى الطلاب المعرفي وقدرات التفكير العليا ومسترشداً بمعايير NCTM. (Board of Education, Performance Standards, 1998)

مجالات معايير مدينة نيويورك

أولا: مجالات تختص بالمحتوى، وهي:

1- مفاهيم العدد والعمليات.

2- مفاهيم الهندسة والقياس.

3- مفاهيم الدالة والجبر.

4- مفاهيم الاحصاء والاحتمال.

ثانيا: مجالات تختص بعمليات عقلية، وهي:

5- حل المشكلات والتعليل والبرهنة.

6- المهارات وأدوات العمل في الرياضيات.

7- التواصل بالرياضيات.

8- الرياضيات تعمل كأداة لخدمة مجالات أخرى.

ونعرض فيما يلي نموذجاً للمستويات المعيارية للأداء في مجال "مفاهيم الاحصاء والاحتمال" في المدرسة الابتدائية (الصفوف 1-4) والمدرسة المتوسطة (الصفوف 5-8).

مؤشرات الأداء في المرحلة الابتدائية (الصفوف 1-4):

ينتج التلميذ الشواهد التي تثبت فهمه لمفاهيم الاحصاء والاحتمال؛ اي أن التلميذ يمكنه أن:

1- يجمع وينظم بيانات ليجيب عن سؤال أو يختبر فرضا (اجابة محتملة عن طريق المقارنة بين مجموعتين من البيانات).

2- يعرض بيانات في صورة جداول وأشكال بيانية وخطوط بيانية ومصورات بيانية.

3- يعبر ويستخلص نتائج بسيطة استناداً إلى بيانات، أي أنه:

أ - يقرأ بيانات في شكل الخط البياني ذي العلامات، والجداول والاشكال البيانية والمصورات البيانية.

ب- يقارن بين البيانات ليكوّن عبارات صحيحة مثل: "سبعة نباتات نمت 5 سم على الاقل".

ج- يحدد ويستخدم الطريقة اللازمة لصياغة عبارات صحيحة، مثل: "مزيد من الناس اختاروا اللون الاحمر".

د- يصيغ عبارات صحيحة عن مفهوم المتوسط (average) (الوسط والوسيط والمنوال)، لعينة صغيرة الحجم وحيث يتم توضيح الموقف باستخدام مواد محسوسة أو تمثيلات واضحة.

هـ- يفسر بيانات ليحدد معقولية جمل خبرية عن هذه البيانات، مثل: "ضعف في معظم الحالات"، "أسرع ثلاث مرات".

و- يستخدم بيانات، بما في ذلك جمل خبرية (عبارات) عن هذه البيانات ليستخلص نتائج بسيطة عن الموقف، مثل: "هذا النوع من النبات ينمو بالقرب من ضوء الشمس لأن السبعة نباتات الذين كانوا قريبين من الشباك نموا 5 سنتمترات على الأقل".

4- يجمع بيانات عن مجموعة كاملة أو عينة منها لكي يدرك مفهوم العينة، ذلك أن العينة الكبيرة تؤدي إلى معلومات أكثر دقة، على سبيل المثال: عند رمي العملات.

5- يتنبأ بنتائج، يحلل بيانات، يستنتج لماذا تكون بعض النتائج اكثر احتمالاً، أو أقل احتمالاً، أو متساوية الاحتمال (في حدوثها).

6- يوجد كل التوافيق والتنظيمات الممكنة تحت قيود معينة تتضمن عدداً محدوداً من المتغيرات.

مؤشرات مستويات الأداء في المدرسة المتوسطة (الصفوف 5-8):

يثبت التلميذ ما يبين فهمه لمفاهيم الاحصاء والاحتمال، من خلال أنه:

1- يجمع وينظم بيانات ويعرض بيانات في جداول وأشكال بيانية مناسبة، متسقة مع طبيعة البيانات.

2- يحلل بيانات بالنسبة لخصائص تكرارها وتوزيعها، متضمناً المنوال والمدى.

3- يحلل بطريقة صحيحة النزعات المركزية للبيانات (الوسط والوسيط والمنوال).

4- يستخلص نتائج وتوصيات استناداً إلى تحليل البيانات.

5- ينقد نتائج وتوصيات أعمال احصائية قام بها آخرون.

6- يهتم بتأثير البيانات المفقودة أو الناقصة والبيانات الغير الصحيحة.

7- يضع فروضا (عبارات أو تخمينات احتمالية) للاجابة على اسئلة ويستخدم البيانات في التحقق من صحة هذه الفروض.

8- يمثل ويحدد الاحتمال بصورة كسر من مجموعة نواتج محتملة. يعرف النواتج متساوية الاحتمال، ويبني فضاء عينات (بما في ذلك تلك التي تنتج عن توافيق وتباديل عددية).

9- يعطي تنبؤات استناداً إلى احتمالات تجريبية أو نظرية.

10- يتنبأ بنتيجة سلسلة من المحاولات، طالما كان احتمال احدى المحاولات معروفاً.

معايير مجلس معلمي الرياضيات NCTM

وضع المجلس معايير في إطار علامات مرجعية للمراحل (الرياض – 4)، (5-8)، (9-12) وتنوعت المجالات بين معايير محتوى (Content) وأخرى لعمليات (Process). ونعرض فيما يلي أمثلة لمجالي الهندسة والقياس للمرحلتين (الرياض – 4)، (5-8):
.(NCTM Standards, 1989, 2000)

أولاً: للصفوف (الرياض – 4):

المجال : الهندسة والحس المكاني

في الصفوف (الرياض – 4) ينبغي أن يتضمن منهج الرياضيات هندسة في بعدين وثلاثة أبعاد بحيث يمكن للتلميذ أن:

1- يصنف، ينمذج، يرسم ويصنف الاشكال.

2- يفحص ويتنبأ بنتائج ضم وتقسيم وتغيير الاشكال.

3- ينمي حساً مكانياً.

4- يربط الأفكار الهندسية بأفكار العدد والقياس.

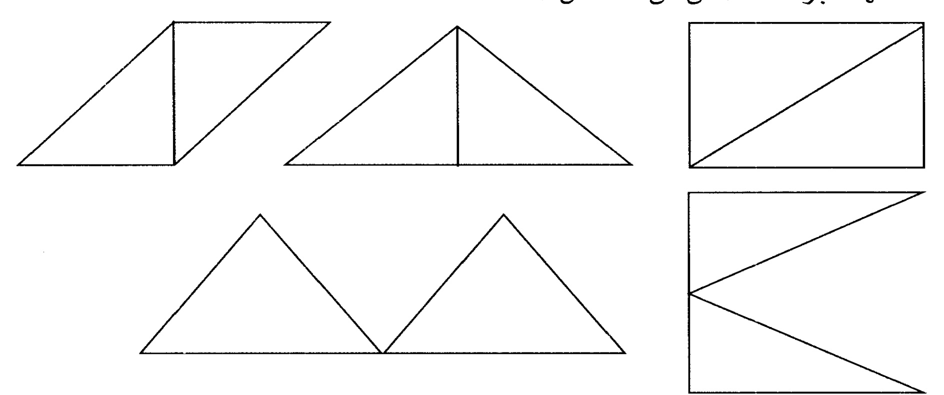
5- يتعرف ويثمن الهندسة في عالم (بيئته وأنشطته الحياتية، يتعلم الاطفال خواص الاشكال وينمون الوعي ويطورون تفكيرهم الحدسي عن المفاهيم المكانية. يقومون برسم الاشكال وينشؤن نماذج لمجسمات ويتلاعبون بأشكال هندسية متنوعة على شاشة الحاسوب (الكمبيوتر). يستخدمون مختبر الرياضيات في صنع أشكال مستوية ومجسمة بالأوراق وقطع البلاستيك والاسلاك.. يتعرفون على أوجه تشابه وأوجه اختلاف بين الأشكال، ويعبرون عنها شفاهاً أو رسماً أو كتابة.

إطار (2) الحس المكاني

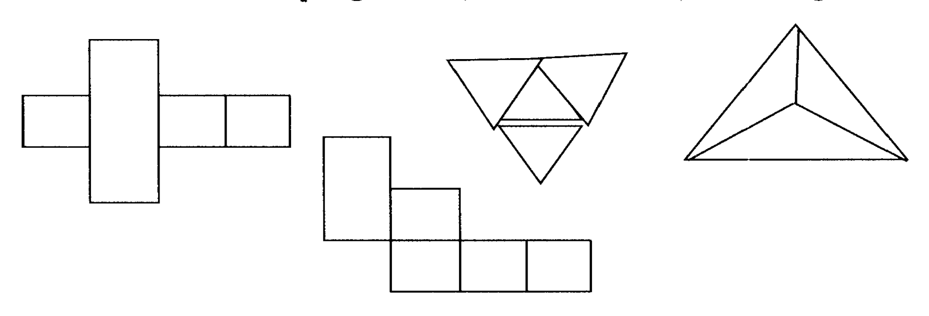
الحس المكاني عبارة عن شعور حدسي بما يحيط الشخص من أماكن وأشياء موجودة بها. لتنمية الحس المكاني، ينبغي أن يتكون لدى الأطفال خبرات متنوعة وعديدة وتوجيه اهتمامهم نحو العلاقات بين الاشكال والاشياء، ومنظوراتها من جهات مختلفة (من اعلى، ومن جوانبها ...)، وتأثيرات التغيرات في الهيئة في التغيرات في "حجم" الشكل. استخدام خصائص توبولوجية (غير قياسية) مثل: فوق، تحت، خلف... في أنشطة وألعاب تتضمن تجميع شكلين أو تقسيم شكل أو النظر اليه أو تحويله لشكل آخر أو تدويره أو إزاحته (باستخدام الحاسوب وبالألعاب المباشرة).. كل ذلك ينمي الحس المكاني.

ومن أمثلة الأنشطة الهندسية في هذه المرحلة:

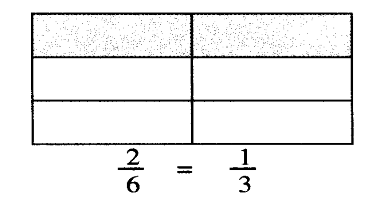
(1) قطعة ورق مقوى على شكل مربع. إقسمها إلى قطعتين مثلثتين متطابقتين. ثم كون منها أكبر عدد ممكن من الاشكال المختلفة.



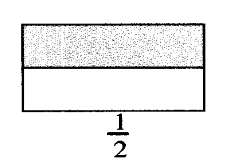
(2) تسطيح شكل مجسم، وتكوين شكل مجسم من مسطح بثني بعض أجزائه.



(3) ارسم شكلاً يمثل $\frac{1}{2}$ وآخر يمثل $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$



$\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$



$\frac{1}{2}$

وبالنسبة للقياس:

1- يفهم (التلميذ) خواص الطول، الوزن، الكتلة، المساحة، الحجم، السعة، الزمن، درجة الحرارة، الزاوية.

2- ينمي عملية القياس والمفاهيم المرتبطة بوحدات القياس.

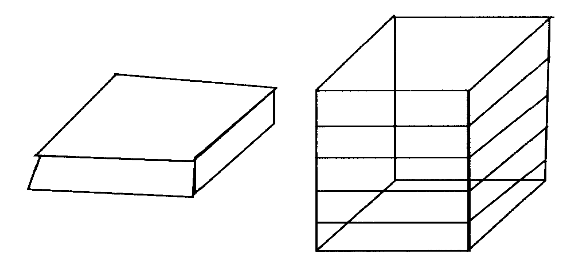
3- ينمي قدرة على التقدير التقريبي للقياسات.

4- يقوم بقياسات ويستخدمها في مواقف حياتية.

ومن أمثلة انشطة القياس في هذه المرحلة:

القياس في جوهره عملية مقارنة شيء بشيء آخر من نفس النوع، مثلا وزن كتلة بثقل كتلة صغيرة.

1- أحضر علبة كرتونية على شكل (متوازي مستطيلات) وبداخلها 6 قطع صابون. عندما تكون العلبة مغلقة، اسأل التلاميذ عن تقديرهم للطول، مدى كبر أحد أوجها، ثقلها؟ اخرج قطعة صابون (على شكل متوازي مستطيلات ايضا)، ثم اسأل نفس الاسئلة. قارن بين طول العلبة وطول قطعة الصابون (أكبر، أقل، عدد المرات...) كذلك بالنسبة لبقية الخصائص.



2- استخدم وحدات مختلفة لقياس الاطوال (المسطرة، الشبر، القلم،..).

3- استخدم وحدات مختلفة لقياس سطح الكتاب أو الكراسة (الكف، قطعة ورقة مقواة مربعة صغيرة، قطعة بلاستيك..).

وهكذا بالنسبة لأوزان وحجوم (سعة) بعض الأواني..

بعد ذلك يتم المناقشة للحاجة الى وحدات مقننة، وينمون حساً بتقدير تقريبي للوحدات المقننة مقارنة بأشياء يلمسونها في حياتهم وخبراتهم مثلا: طول الاصبع، مساحة الكف، وزن الطفل، حجم قطعة شوكولاته، مساحة رغيف خبز، زمن الاستيقاظ، زمن النوم، تواريخ العطلات المدرسية..

كذلك تشمل المناقشة ادوات القياس للوحدات الأساسية المباشرة الطول (المسطرة المدرجة)، الوزن (الميزان)، الزمن (الساعة)، النقود (العملة).

كذلك يطلب من التلميذ عمل رسوم تقريبية ثم دقيقة لبعض الاشكال ذات الأطوال أو المساحات أو الحجوم المختلفة. استخدام اللوحات المسمارية والاشرطة البلاستيكية يساعد في حالات الاطوال والمساحات.

ثانياً: للصفوف (5-8):

المجال : الهندسة

في الصفوف (5-8) ينبغي أن يتضمن منهج الرياضيات دراسة هندسة في بعد واحد وبعدين وثلاثة أبعاد بحيث يتمكن التلميذ من أن:

1- يحدد ويصف ويقارن ويصنف اشكالاً هندسية.

2- يكون صوراً بصرية لأشكال هندسية ويمثلها مع اهتمام خاص بتنمية الحس المكاني.

3- يستكشف تحويلات لأشكال هندسية.

4- يمثل ويحل مشكلات باستخدام نماذج هندسية.

5- يفهم خواص وعلاقات هندسية ويطبقها في مواقف مختلفة.

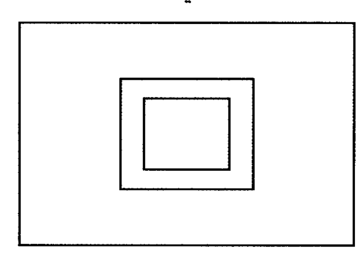
6- يثمن دور الهندسة كوسيلة لوصف العالم الحقيقي (الفيزيائي).

في هذه المرحلة التعليمية يعمق التلميذ ما تعلمه حدسيا وما استكشفه من خواص لأشكال هندسية بطريقة غير رسمية مدققة، ويتناولها الآن بطرق اكثر رسمية وتدقيقاً. يستخدم إنشاءات هندسية (هندسة عملية) مستخدما المسطرة والمنقلة والفرجار، كما يتدرب على استخلاص نتائج منطقياً ويتذوق ثم يمارس البرهان النظري والاستكشاف المنظم. يتعرف على مصطلحات مثل تعريف، مسلمة، نظرية، كما أن استخدام الحاسوب يساعد كثيرا في التعرف على خواص هندسية لأشكال متنوعة وعلى طرق انشائها.

أمثلة لأنشطة هندسية:

1- قطعة ارض على شكل مربع 6 x 6 يراد وضع حوض زهور داخلها ومحيطا بسورها الخارجي. رُبط قِطّان في نهاية حبلين مثبتين في مركز قطعة الارض. ما أكبر طول لكل من الحبلين بحيث لا يصل اي من القطين الى احواض الزهور التي عرض كل منها 4 متر وأمامها رصيف مشاة عرضه نصف متر ولا يراد للقطط ان تمشي على هذا الرصيف.

في هذه الحالة يفضل ان يبدأ التلاميذ بوضع تصميم تقريبي لهذا الموقف. هل يمكن (بأقصى طول للحبل) أن يصل القط الى اركان احواض الزهور؟ - إحسب مساحة احواض الزهور - احسب مساحة قطعة الارض التي يمكن ان يتحرك فيها كل من القِطّين.



2- ارسم نموذجاً هندسيا يوضح أن $أ^2 + ب^2 = حـ^2$ حيث أ، ب، حـ أطول أضلاع مثلث قائم الزاوية والذي طول وتره حـ

$(أ + ب)^2 = أ^2 + ب^2 + 2$ أ ب (الجبر)

$(أ + ب)^2$ = مساحة المربع الكلي من الشكل

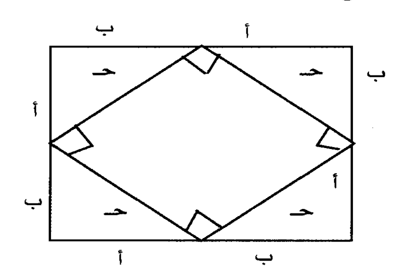
= مساحة 4 مثلثات الجانبية + مساحة المربع الأوسط

$= 4 \times \frac{1}{2}$ أ ب + $حـ^2$

= 2 أ ب + $حـ^2$

أي أن: $أ^2 + ب^2 + 2$ أ ب = 2 أ ب + $حـ^2$

ومن ذلك نستنتج أن: $أ^2 + ب^2 = حـ^2$



3- مستطيل أبعاده 1 × 2 ضوعفت ابعاده ليصبح 2 ×4 . ما تأثير ذلك على مساحته؟



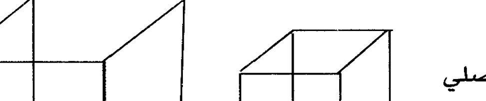
1 x 2 ← 2 x 4

المساحة الجديدة = 4 امثال المساحة الاصلية

أ ب ← 2 أ × 2 ب

4 أ ب

4- مكعب 1 × 1 ×1 ضوعفت أبعاده. ما تأثير ذلك على الحجم الناتج؟ وعلى المساحة السطحية أ × أ × أ ← 2 أ × 2 أ × 2 أ.



8 $أ^3$

الحجم الجديد = 8 أمثال الحجم الاصلي

المساحة السطحية: 6 $أ^2$ ← 24 $أ^2$

إطار (3) ماذا تقول المعايير للصفوف (ر-4)؟

يعطي مجلس NCTM إرشادا لما ينبغي أن يزداد الاهتمام به وما يجب الإقلال من التركيز عليه في رياضيات كل مرحلة في ضوء المعايير المعطاة:

الصفوف (الرياض - 4)

زيادة الاهتمام بالآتي:

(1) العدد:

- ❖ الحس بالعدد
- ❖ مفاهيم القيم المكانية
- ❖ معنى الكسر العادي والكسر العشري

(2) العمليات والحساب:

- ❖ معنى العمليات
- ❖ الحس بالعملية
- ❖ الحساب العقلي
- ❖ التقدير التقريبي ومعقولية النتائج
- ❖ اختيار الطريقة المناسبة لاجراء العملية الحسابية
- ❖ استخدام الحاسبات لاجراء العمليات الحسابية المعقدة
- ❖ التفكير بطرق مختلفة بشأن الحقائق الاساسية

(3) الهندسة والقياس:

- ❖ خواص الاشكال الهندسية
- ❖ العلاقات الهندسية
- ❖ الحس المكاني
- ❖ المفاهيم المرتبطة بوحدات القياس
- ❖ القياس الفعلي
- ❖ التقدير التقريبي للقياسات
- ❖ استخدام افكار الهندسة والقياسس في كل موضوعات المنهج

(4) الاحصاء والاحتمال:

❖ تجميع وتنظيم البيانات

❖ استكشاف الفرصة (الاحتمال)

(5) الأنماط والعلاقات:

❖ التعرف على انماط ووصفها

❖ استخدام المتغيرات للتعبير عن علاقات

(6) حل المشكلات:

❖ مسائل كلامية مع تنوع تركيباتها

❖ استخدام مشكلات حياتية

❖ تطبيقات، استخدام استراتيجيات في الحل

❖ دراسة أنماط وعلاقات

(7) أساليب التدريس:

❖ أعمال تعاونية

❖ اسئلة وحوارات

❖ تبرير التفكير

❖ الكتابة عن الرياضيات

❖ استخدام الوسائط المتعددة والحاسبات

❖ استخدام مدخل حل المشكلات

تقليل الاهتمام بالآتي (الرياض - 4):

(1) العدد:

❖ تقليل الاهتمام المبكر بقراءة وكتابة وترتيب الاعداد بصورها الرمزية

(2) العمليات والحساب:

❖ إجراء العمليات الحسابية المعقدة بالورقة والقلم.

❖ المعالجات المنعزلة للعمليات الحسابية بالورقة والقلم.

❖ الجمع والطرح بدون اعادة التسمية.

❖ المعالجات المنعزلة لحقائق القسمة.

❖ القسمة المطولة.

❖ القسمة المطولة بدون بواقي.

❖ العمليات الحسابية على الكسور بالورقة والقلم.

❖ استخدام "التدوير" لايجاد تقديرات تقريبية.

(3) الهندسة والقياس:

❖ التركيز الأولي على تسمية الاشكال الهندسية.

❖ استظهار العلاقات بين وحدات القياس.

(4) حل المشكلات:

❖ استخدام كلمات مفتاحية لتحديد العمليات التي تستخدم.

(5) اساليب التدريس:

❖ التدريس الآلي.

❖ استظهار (الحفظ الاصم) للقوانين وقواعد اجراء العمليات.

❖ الحل الوحيد والطريقة الوحيدة للحل.

❖ استخدام أوراق العمل.

❖ التدريبات التحريرية.

❖ التدريس بالإلقاء.

إطار (4) ماذا تقول المعايير للصفوف (5-8) ؟

زيادة الاهتمام بالآتي:

(1) حل المشكلات:

- ❖ متابعة المشكلات مفتوحة النهاية والتوسع في مشروعات حل المشكلات
- ❖ فحص واشتقاق اسئلة من مشكلات معطاة
- ❖ تمثيل مواقف بصور لفظية وعددية وبيانية وهندسية ورمزية

(2) الاتصال والتواصل:

- ❖ مناقشة وكتابة وقراءة الأفكار الرياضية والاستماع اليها

(3) التعليل والبرهنة:

- ❖ التعليل في سياقات مكانية
- ❖ التعليل باستخدام التناسب
- ❖ التعليل من الاشكال البيانية
- ❖ التعليل بالاستقراء والاستنباط

(4) الأعداد، العمليات، الحساب:

- ❖ تنمية الحس العددي، والحس بالعملية الحسابية
- ❖ تكوين خوارزميات وخطوات اجرائية
- ❖ استخدام التقدير التقريبي في حل المشكلات، وفي التحقق من معقولية النتائج
- ❖ استكشاف العلاقات بين التمثيلات والعمليات على الاعداد الطبيعية والصحيحة والكسور العادية والعشرية والاعداد النسبية
- ❖ تنمية فهم النسبة والتناسب والنسبة المئوية

(5) الأنماط الدوال:

- ❖ تحديد واستخدام العلاقات الدالية
- ❖ تنمية واستخدام الجداول والاشكال البيانية والقواعد والقوانين في وصف مواقف مختلفة
- ❖ اعطاء تفسيرات بين التمثيلات الرياضية المختلفة

(6) الجبر:

- تنمية فهم المتغيرات، المقادير، والمعادلات
- استخدام طرق متنوعة لحل معادلات خطية وفحص غير رسمي للمتباينات والمعادلات غير الخطية

(7) الإحصاء:

- استخدام طرق احصائية لوصف وتحليل وتقويم وصنع قرارات.

(8) الهندسة:

- تنمية فهم عن اشياء وعلاقات هندسية
- استخدم الهندسة في حل المشكلات

(9) القياس:

- التقدير التقريبي واستخدام القياس في حل المشكلات

(10) أساليب التدريس:

- النشاط مع تعليم فردي وتعأوني متضمناً التخمين والتحليل والتطبيق في مواقف رياضية وسياقات حياتية
- استخدام التكنولوجيا المناسبة في الانشطة المختلفة
- استخدام وسائط متعددة
- المعلم ميسر للتعلم
- استخدام التقويم كجزء مكمل للتعليم

تقليل الاهتمام بالآتي (5-8):

(1) في حل المشكلات:

- التدريب والمسائل الروتينية، والمسائل التي تحل في خطوة واحدة
- تنميط المسائل (مثلا مسائل اذا كان ... مسائل العملات ...)

(2) في الاتصال والتواصل:

- مسائل املأ الفراغات
- الاجابة عن اسئلة لا تتطلب الا: نعم، لا، عدد معين

(3) التعليل والبرهنة:

❖ الاعتماد على مفاتيح الاجابة من معلم أو كتاب خارجي

(4) الترابطات:

❖ تعلم موضوعات منعزلة

❖ تنمية مهارات مجردة بعيدة عن سياقات

(5) الأعداد، العمليات، الحساب:

❖ استظهار الحقائق وقواعد العمل والخوارزميات

❖ التدريب على عمليات حسابية شاقة بالورقة والقلم

❖ الاستظهار لبعض القواعد بدون فهم (مثل الضرب التصالبي..)

❖ التدريب على تدوير الاعداد (التقريب) خارجا عن السياق

❖ ايجاد صيغ مضبوطة (غير مطلوبة) في بعض المواقف

(6) الأنماط والدوال:

❖ مواضيع نادرة في المنهج الحالي

(7) الجبر:

❖ كثرة العمليات على الرموز

❖ استظهار الاجراءات والتدرب الآلي على حل المعادلات

(8) الإحصاء:

❖ استظهار القوانين

(9) الاحتمال:

❖ استظهار القوانين

(10) الهندسة:

❖ استظهار المصطلحات (والتعاريف)

❖ استظهار الحقائق والعلاقات (ومنطوق النظريات)

(11) القياس:

- ❖ استظهار القوانين وتطبيقها بصورة آلية (بدون فهم)
- ❖ التحويل بين أنظمة القياس وداخل كل نظام

(12) أساليب التدريس:

- ❖ تدريس عمليات حسابية بدون سياق
- ❖ التدريب الآلي بالورقة والقلم
- ❖ تدريس الموضوعات منعزلة عن بعضها البعض
- ❖ التأكيد على الحفظ والتلقين والاستظهار
- ❖ أن يكون المعلم هو مصدر المعرفة ومعطيها
- ❖ إعطاء اختبارات فقط من أجل التقييم

تعليم وتعلم الرياضيات كعمليات عقلية ونزعة وجدانية

لا يقتصر تعليم وتعلم الرياضيات على تنمية جوانب معرفية من حيث المفاهيم والقوانين والنظريات، ومن حيث تنمية خوارزميات ومهارات إجراء عمليات رياضية في الحساب والجبر والهندسة وسائر مكونات الانشطة الرياضية، بل يمتد الامر الى تعليم وتعلم الرياضيات لتكوين عمليات عقلية وتنمية نزعات وجدانية ايجابية. ومن ثم فقد اهتمت المعايير بأن تطال العمليات العقلية Process-Oriented، بجانب اهتمامها بالمحتوى في مجالات مادة الرياضيات ذاتها.

وسوف نتناول هنا تعليم وتعلم الرياضيات من المنظورات التالية:

1- الرياضيات كلغة اتصال.

2- الرياضيات كأسلوب للتعليل والبرهنة والتفكير المنطقي بصفة عامة.

3- الرياضيات كأداة لحل المشكلات.

4- الرياضيات كأداة نفعية تترابط مع العلوم المختلفة ومع الأنشطة الحياتية.

5- تنمية اتجاهات ايجابية نحو الرياضيات.

الرياضيات كلغة اتصال

للرياضيات لغتها من حيث مصطلحاتها ورموزها والتمثيلات التي تعبر عن محتواها في صورة معادلات أو مصفوفات أو رسوم بيانية....

إن تعلم الرياضيات يتضمن تعلم قراءتها وكتابتها والاستماع الى مفاهيمها ونظرياتها ومناقشة موضوعاتها، وفهم وإدراك قواعد التعبير بها أو التعبير عنها. إن الطالب عندما يطلب منه حل مشكلة أو أن يجيب عن سؤال ينبغي أن يكون قادرا على أن يعبر عن فكره بلغة واضحة وتنظيم متسق يقنع المستمع أو المصحح. ومن ثم فإن تنمية مهارات اتصال جيدة وبلغة رياضية صحيحة لابد وأن يكون أحد أهداف تعلم الرياضيات عنده وأن تكون ايضا موضع الاهتمام لمعلم الرياضيات وصانع المنهج ومؤلف الكتاب المدرسي ومبرمج الوحدة أو الموديول الالكتروني سواء أكانت على شاشة الحاسوب أو داخل القرص المليزر.

وقد جاء في مقترحات مجلس معلمي الرياضيات NCTM أن تعليم وتعلم الرياضيات ينبغي أن يوفر فرصا للتواصل والاتصال بحيث أنه من الرياض وحتى الصف الثامن يتمكن التلاميذ من الآتي:

1- ربط الصور والأشكال والأشياء بالأفكار الرياضية.

2- استخدام التفكير التأملي بشأن الأفكار في المواقف الرياضية، وتوضيح هذه الأفكار.

3- ربط لغة ورموز الرياضيات باللغة العادية التي يستخدمها التلاميذ في حياتهم اليومية.

4- التحقق من أن المناقشة والقراءة والكتابة والاستماع الى الرياضيات وتمثيلها انما هي مكونات حيوية لتعلم الرياضيات واستخدامها.

5- نمذجة مواقف رياضية باستخدام طرق شفوية (فموية) وتحريرية محسوسة وممثلة بالصور والشكل البياني والعلاقات الجبرية.

6- تنمية فهم عام عن الأفكار الرياضية بما في ذلك التعاريف ونطوق النظريات ومدلولات القوانين.

7- استخدام مهارات القراءة والكتابة والاستماع (مهارات اللغة) لتفسير وتقويم الأفكار الرياضية.

8- مناقشة الأفكار الرياضية وعمل تخمينات وتقديم أدلة مقنعة (على صحة العلاقات الرياضية) والاقناع بصحة ما يصل اليه التلميذ من نتائج.

9- تثمين الفكر الرياضي وأساليب العمل في الرياضيات ودور الرياضيات كأداة (الرياضيات ملكة العلوم وخادمتها).

ونضيف الى ذلك:

10- تكوين اتجاه ايجابي نحو الرياضيات باعتبارها نتاج للفكر والذكاء الانساني وتقدير الحضارات والثقافات في تطوير الرياضيات، (ومن بينها الثقافة العربية الاسلامية)، ودور الرياضيات ذاتها في تكامل الحضارات، حيث كانت – وما زالت – كل حضارة وثقافة تقدم ما تملك من فكر رياضي الى الحضارة التالية أو الموازية بما أحدث – وما زال يحدث – تكاملا لصالح البشرية جمعاء. من المهم هنا نشر إسهامات العلماء العرب المعاصرين دون الاكتفاء باسهامات السلف الصالح، باللغات العربية والأجنبية الحية

بعض مظاهر التواصل الرياضي

تتمثل مظاهر التواصل الرياضي أو استخدام لغة الرياضيات في الاتصال في الآتي:

(1) قراءة الرياضيات والتحدث بها

ويتضمن ذلك قراءة المواد التعليمية ومصادر تعلم الرياضيات الورقية والالكترونية، كما

تتضمن قراءة المؤلفات الخاصة بمجالات عمل وأنشطة تستخدم الرياضيات مثل النشرات التجارية وتوصيفات السلع والمنتوجات، وبالنسبة للفصل والواجبات المدرسية فينبغي أن ينمي المعلم تنمية قراءة المادة الرياضية وتفسير نصوصها، وشرح التلميذ بعض ما يجيء بها لقرناء له. مهارات القراءة في اللغة العادية (القراءة الصامتة، القراءة الجهرية، القراءة الاستراتيجية..) مطلوبة ايضا لتنمية مهارة القراءة في الرياضيات. إن كثيرا من صعوبات حل المسائل اللفظية (والمشكلات بصفة عامة) هي نتيجة عدم فهم الطلاب للغة المكتوبة بها المسألة. في لغة الرياضيات لابد أن يدرك الطالب المعنى حيث الفهم هنا عنصر هام بل شرط لازم قبل القراءة الصحيحة. موضع الرقم أو الرمز له معنى في الرياضيات، فمثلاً العدد (2) يختلف معناه في مواقف مختلفة مثل 2أ، أ$_2$، أ^2 + 2 ، أ − 2، 2^3، 1/2أ، أ$^{-2}$...، بل إن قيمة العدد (2) مثلا تختلف بحسب موقعها ومنزلتها عند كتابة عدد متعدد الارقام.. لتنمية وتفعيل مهارات قراءة الرياضيات ينبغي توفير فرص لأن يقرأ التلميذ ويفسر ويشرح ما يقرأه بل ويضيفه الى معلومات معطاة ويعيد التعبير عنه. وينظمه، بل يستطيع أن يتبين ما اذا كانت البيانات المعطاة متسقة ام أن هناك تناقضا، وهل كل المعلومات "مستقلة" أم أن بعضها مكرر يعطي نفس المعلومات المعطاة وربما بصورة اخرى، مثلا يتوقف التلميذ ناقداً عندما يواجه بسؤال مثل: أوجد عدداً زوجياً يقبل القسمة هلى 2، لأنه يدرك أن "عدد زوجي" و"عدد يقبل القسمة على 2" عبارتان مترادفتان وواحدة منهما تكفي. لقد تعود الطفل أن يقرأ الرياضيات، وعليه أن يتعود ايضا أن يتحدث بها وعنها ويفسرها. فمثلاً:

دع التلميذ يعبر عن 7 - 5 = □ بعدة طرق مثل

ما الفرق بين 7 ، 5 ؟

بماذا تزيد 7 عن 5 ؟

بماذا تقل 7 عن 5 ؟

كم تضيف الى 5 لتصبح 7 ؟

دعه يذكر موقفا يكون التعبير الرياضي عنه 7 - 5 = □ ، مثل

- مضى من هذا الاسبوع 5 ايام كم يوما تبقت؟

- أعطاني أبي 7 دنانير اشتريت هدية بخمسة دنانير. كم تبقى؟

- ○ ○ ○ ○ ○ ∅ ∅

- أسرتنا مكونة من 7 أشخاص وأسرة عمي مكونة من 5 أشخاص. كم تزيد أسرتنا عن أسرة عمي؟
- عُمر أختي الصغيرة 5 سنوات بعد كم سنة يصبح عمرها 7 سنوات؟

وهكذا ...

إن تحدث التلميذ عن الرياضيات وبلغة الرياضيات يقوى فهمه ويعطي للمعلم صورة واضحة عن مدى فهم التلميذ لما يقوله أو لمدى صحة الإجابة الشفوية عن سؤال. الاستجابة ورد الفعل لسؤال أو تساؤل يعطي فكرة جيدة عما اذا كان التلميذ يصمت بعض الوقت ليفكر أو أنه حاضر البديهة أو مجرد "متسرع" وفي نفس الوقت فإن المعلم لابد أيضاً ألا يتسرع في الحكم على استجابة التلميذ. عليه أن يمتدح إذا كانت استجابته صحيحة أو أنها تقوده الى الصواب.

من المناسب هنا الإشارة الى أنه عند عرض مفهوم معين يبدأ الامر بتوضيح المفهوم وخواصه الاساسية ويترك للتلميذ اقتراح تعريف له ثم تجرى المناقشة والبلورة حتى الوصول على التعريف السليم. وعلى المعلم ألا يبدأ بالتعريف. فمثلاً الاعداد الصحيحة 2، 4، 6، 8، كل منها يقبل القسمة على 2، كل منها يسمى عدداً زوجياً. ولكن الاعداد 1، 3، 5، ... ليست زوجية. ما هو العدد الزوجي؟...

هل 5 عدد زوجي؟، هل الصفر عدد زوجي؟ هل 25 عدد زوجي؟؟

إذن ما هو العدد الزوجي؟ هل 2/6 عدد زوجي؟

هل 1/3 عدد زوجي؟ ... اذن ما هو العدد الزوجي؟

... العدد الزوجي عدد صحيح، يقبل القسمة على 2.

اكتب أمثلة لأعداد زوجية، اكتب تعريفا للعدد الزوجي.

(2) كتابة الرياضيات:

تعليم وتعلم التواصل الرياضي يتضمن تعويد التلميذ المتعلم على الكتابة الصحيحة للرياضيات. عند حل المشكلات أو المسائل وفي كل الاختبارات التحريرية يتعلم التلميذ كيف يعبر بطرق صحيحة ومنظمة عن الحل. في كل الأنشطة الرياضية يتضمن التعلم كيفية الكتابة السليمة، مثلا ترتيب العمليات الحسابية، وضع الرموز العددية والجبرية. كتابة البراهين. كتابة التمييز في المسائل الحسابية، موقع علامة التساوي. مثلا يفضل التنسيق الكتابي في حل المسائل:

مثال (1):

أوجد: $5\frac{1}{4}+2\frac{1}{3}$

كتابة الحل:

$$(5+2)+\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{3}\right)=5\frac{1}{4}+2\frac{1}{3}$$

$$7+\left(\frac{3}{12}+\frac{4}{12}\right)=$$

$$7+\frac{7}{12}\quad=$$

$$7\frac{7}{12}\quad=$$

مثال (2):

اكتب العدد سبعمائة ألف: ثم العدد سبعمائة ألف وخمسة عشر

كتابة الحل:

سبعمائة ألف 700000

سبعمائة ألف وخمسة عشر (يراعى المنازل التي توضع فيها الارقام) 700015

مثال (3):

أوجد 6005 - 123

عند إجراء عمليات الجمع والطرح رأسياً يراعى التنظيم الرأسي لكتابة الأرقام التي لها نفس المنازل تحت بعضها (آحاد، عشرات، مئات...×

كتابة الحل:

$$\begin{array}{r}6005\\ \underline{123-}\\ 5882\end{array}$$

مثال (4):

وعند اجراء عمليات الضرب 215 x 32

كتابة الحل:

$$\begin{array}{r} 215 \\ \times\ 32 \\ \hline 430 \\ 6450 \\ \hline 6880 \end{array}$$

430 ← (الضرب في 2)

6450 ← (الضرب في 30)

إن تنظيم الكتابة يساعد على الحل الصحيح. ومن ناحية أخرى فإن الكتابة عن الرياضيات يساعد على فهمها.

(3) **الاستماع الى الرياضيات:**

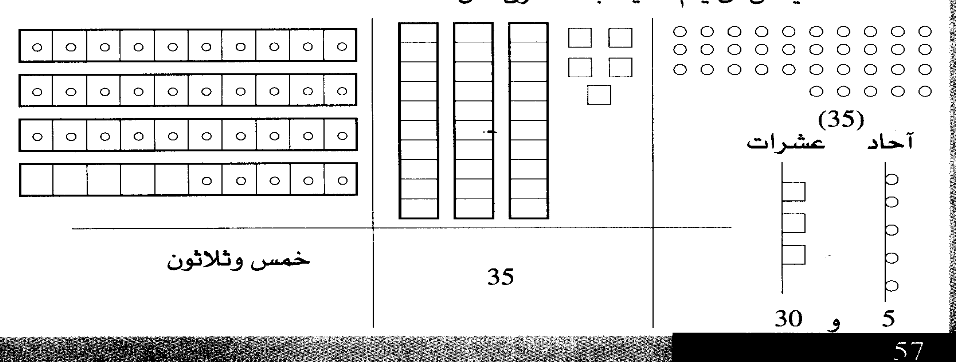
يتعود التلميذ الى الاستماع الجيد لما يقوله المعلم أو يقوله زملاؤه وللتأكد من حسن ذلك قد يطلب المعلم من تلميذه تكرار ما سمعه ليتأكد من أنه سمعه بصورة صحيحة أو أنه فهم ما سمعه وييسر ذلك تقوية مهارات التلاميذ في المناقشة داخل الفصل وفي الاجابة الجيدة في الاختبارات الشفوية. وقد يطلب المعلم من التلميذ أن يفسر ما سمعه أو أن يعيد ما سمعه بلغته أو أن يتناقش فيما سمعه مع بعض قرنائه (تعأونيا).

(4) **تمثيل الرياضيات:**

من المؤشرات الجيدة على فهم التلميذ لمفهوم أو قانون أو علاقة رياضية أنه يمكن ان يعبر عن ذلك بتمثيلات مختلفة قد تكون باللغة أو الرمز في شكل معادلة أو متباينة أو في مخطط أو في شكل بياني بحسب طبيعة الموقف الرياضي فمثلاً:

مثال (1):

العدد 35 يمكن أن يتم تمثيله بعدة طرق مثل:



مثال (2):

مجموع عمري أحمد وعامر 25 عاما والفرق بينهما 9 أعوام:

يمكن تمثيله كالآتي (بفرض أن أحمد أكبر من عامر)

(أ) $\Delta + \square = 25$ ، $\Delta - \square = 9$ (أحمد = Δ ، عامر = $\square$)

(ب) س + ص = 25 ، س − ص = 9 (أحمد = س ، عامر = ص)

(ج) س + (س + 9) = 25 (عامر = س)

(د) ص + (ص − 9) = 25 (أحمد = ص)

(هـ)

17، 15، 13، 11، 9، 7، 5، 3، 1

أحمد عامر

مثال (3):

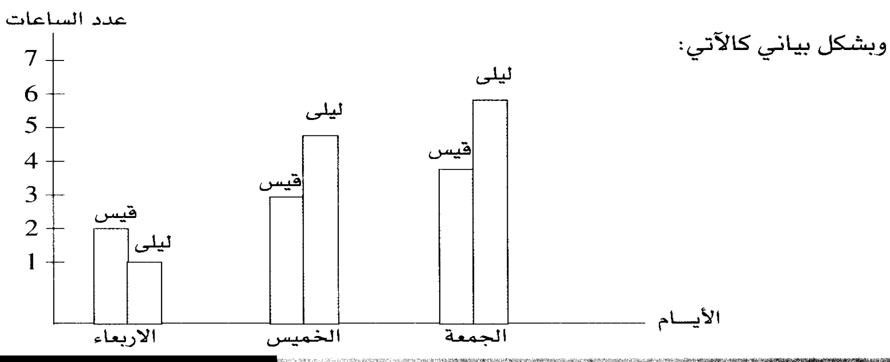
قيس وليلى شاهد كل منهما التلفزيون في ايام الاربعاء والخميس والجمعة عدداً من الساعات كالآتي:

قيس: 2، 3، 4، ليلى: 1، 5، 6

يمكن تمثيل ذلك بمصفوفة كالآتي

قيس	2	3	4
ليلى	1	5	6

وبشكل بياني كالآتي:



مثال (4):

هربت زأوية من كتاب الهندسة. طلب رامي صاحب الكتاب من الشرطة البحث عنها، سألته الشرطة أن يكتب نشرة تحدد مواصفات الزاوية. كتب رامي المواصفات التالية:

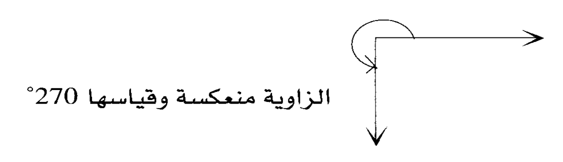
(1) ضلعا الزاوية متعامدان.

(2) أحد ضلعيها أفقي.

(3) قياس الزاوية أقل من 360°.

(4) الزاوية لا يمكن أن تكون إحدى الزوايا في مثلث.

الحل:



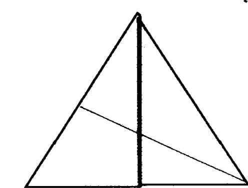
تقويم القدرة على الاتصال الرياضي:

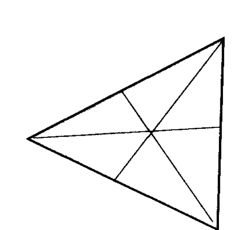
مثال (1):

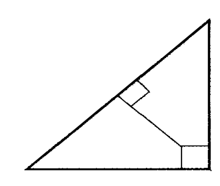
مَثِّل منطوق النظرية التالية بثلاثة اشكال هندسية مختلفة:

"ارتفاعات المثلث تتلاقى في نقطة واحدة"

الحل:







(لاحظ الحالات المختلفة للمثلث: منفرج الزاوية،حاد الزاوية، قائم الزاوية... ولاحظ القصور عند تمثيل النظرية بحالة واحدة من حالات المثلث مما يضعف قدرات التلميذ في النمذجة ويقلل من مرونته العقلية والتواصلية مع الفكرة الرياضية).

مثال (2):

اقرأ ثم أوجد الناتج 3 - 5 ، 3 - (-5)

ثلاثة ناقص خمسة (= سالب 2) ، ثلاثة ناقص (سالب خمسة) (= 8)

مثال (3):

اقرأ العدد (5000) باعتباره وحدات، عشرات، مئات وآلاف.

الحل:

5000 وحدة ، 500 و عشرة ،

50 مائة ، 5 آلاف

ويعني ذلك أن 5000 = 5000 x 1

= 500 x 10

= 50 x 100

= 5 x 1000

إن القدرة على الاتصال الرياضي يمكن تنميتها باستخدام الحاسوب والحاسبات من حيث إدخال البيانات وقراءتها واسترجاعها واستخدام البرمجيات الحاسوبية المناسبة مثل اللوحة الجدولية (Spread Sheet) لتمثيلها ورسمها بيانيا بأشكال مختلفة.

الرياضيات كأسلوب للتعليل والبرهنة:

يبدأ الطفل في ادراك معنى التعليل منذ أن يسأل "لماذا؟". يطلب من أمه أو معلمه أو معلمته لماذا لا يلعب؟ لماذا يسكت؟ لماذا لا يخرج من المنزل؟ ... يريد أن يعرف لماذا ما يعمله خطأ؟ لماذا تضربه أمه؟ يريد أن يعرف كيف يدرك أن ما يقوم به صواباً أم خطأ دون أن يسأل شخصاً أكبر.

تشير المعايير العالمية الى أن دراسة الرياضيات منذ مرحلة رياض الاطفال ينبغي أن تتضمن تعلم التلميذ الآتي:

1- أن يقيم الدليل على صحة اجاباته.

2- أن يقدم تعليلا لخطوات حل مسألة أو مشكلة.

3- أن يستخدم التعاريف والقوانين والعلاقات لشرح السبب في القيام بعمل رياضي.

4- أن يستخلص نتائج منطقية من معطيات معينة.

5- أن يقدم أدلة على خطأ علاقة غير صحيحة.

6- أن يقيم طريقة تفكيره.

7- أن يعرف معنى الاستقراء (الوصول من حالات خاصة الى حالة عامة) ويخضع ما يصل إليه الى التحقيق.

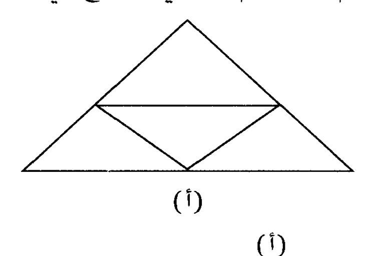
8- أن يعرف معنى الاستنباط (استخلاص حالات خاصة من قاعدة عامة).

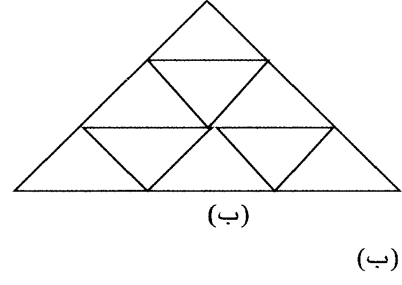
9- أن يستخدم الاستقراء والاستدلال في اثبات صحة علاقات رياضية حسابية أو جبرية أو هندسية.

10- أن يقدم امثلة مضادة للتدليل على عدم صحة علاقة أو نتيجة أو تخمين أو تعميم احتمالي.

مثال (1): تعليل بصري

كم مثلثاً وكم متوازي أضلاع في كل شكل؟


(أ)

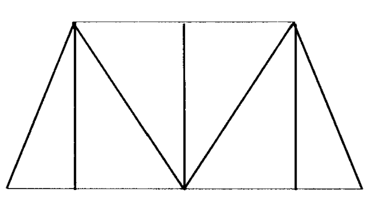

(ب)

(أ)	(ب)
❖ عدد المثلثات (5)	❖ عدد المثلثات = 13
❖ عدد متوازي الاضلاع =	❖ عدد متوازيات الاضلاع =
(أ) 1	(أ) 6
(ب) 2	(ب) 8
(ج) 3	(ج) 10
(د) غير ذلك	(د) غير ذلك

مثال (2): تعليل بصري ونظري

بنى أحد المهندسين كوبري كما بالشكل التالي وبحيث كانت المثلثات الموجودة به متسأوية الاضلاع أو قائمة الزوايا.

- كم عدد المثلثات المتسأوية الأضلاع؟



- كم عدد المثلثات القائمة الزاوية؟
- كم عدد المستطيلات؟
- كم عدد متوازيات الاضلاع (وليست مستطيلات)؟
- كم شبه منحرف؟
- كيف يمكنك أن تحول الشكل كله الى مستطيل بتحريك جزئيه واحدة؟
- اذا كان طول القاعدة الصغرى في الشكل أ وارتفاعه ع اثبت بطريقتين أن مساحة الشكل = 3/2 أ

(ارشاد: مساحة شبه المنحرف = ... ، مساحة المستطيل = ...)

مثال (3): تعليل منطقي

هل يمكن تقسيم العدد (18) الى ثلاثة أعداد فردية؟ ولماذا؟

(ارشاد: مجموع اي عددين فرديين = عدد زوجي، مجموع عدد فردي + عدد زوجي = عدد فردي).

مثال (4):

بين صحة أو خطأ كل من الآتي: معللاً لاجابتك

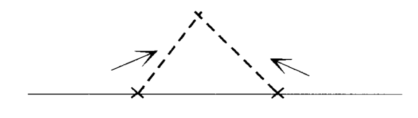
(أ) كل الاعداد الأولية فردية.

(ب) العدد 402 مربع كامل.

(ج) لا يوجد مثلث به زأويتان قائمتان.

مثال (5):

معك سلك طوله 12 سم. تم ثنيه عند نقطتين عليه بحيث يتكون منه مثلث. أي من مجموعات الأطوال التالية لا تصلح لتكوين مثلث - مبيناً السبب (يوجد أكثر من اجابة صحيحة).



(أ) 4 ، 4 ، 4

(ب) 3 ، 3 ، 6

(ج) 3 ، 4 ، 5

(د) 7 ، 1 ، 4

(هـ) 2 ، 5 ، 5

(و) 2 ، 3 ، 7

إطار (5) **البرهان المباشر**

يقصد بالبرهان المباشر التحرك من المعطيات واستخلاص تسلسل من النتائج المتتابعة التي تصل الى المطلوب.

مثال:

اذا كان $\overleftrightarrow{\text{ل}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{م}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{ن}}$

ثلاثة مستقيمات (في المستوى) وكان

$\overleftrightarrow{\text{ل}}$ // $\overleftrightarrow{\text{م}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{م}}$ // $\overleftrightarrow{\text{ن}}$. اثبت أن $\overleftrightarrow{\text{ل}}$ // $\overleftrightarrow{\text{ن}}$

المعطيات:

$\overleftrightarrow{\text{ل}}$ // $\overleftrightarrow{\text{م}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{م}}$ // $\overleftrightarrow{\text{ن}}$

المطلوب اثباته

$\overleftrightarrow{\text{ل}}$ // $\overleftrightarrow{\text{ن}}$

البرهان:

نرسم مستقيماً $\overleftrightarrow{\text{ع}}$ يقطع الثلاثة مستقيمات

بما أن $\overleftrightarrow{\text{ل}}$ // $\overleftrightarrow{\text{م}}$

إذن ق $(\hat{1})$ = ق $(\hat{3})$ زوايا متناظرة (1)

بما أن $\overleftrightarrow{\text{م}}$ // $\overleftrightarrow{\text{ن}}$

إنذ ق $(\hat{2})$ = ق $(\hat{3})$ زوايا متناظرة (2)

من (1) ، (2) ينتج أن

ق $(\hat{1})$ = ق $(\hat{2})$ خاصية الانتقال لعلاقة التسأوي

وحيث أن $\hat{1}$ ، $\hat{2}$ زأويتان متناظرتان

إذن $\overleftrightarrow{\text{ل}}$ // $\overleftrightarrow{\text{ن}}$ عكس نظرية المتوازيات

وهو المطلوب

إطار (6) **البرهان الغير المباشر**

في البرهان الغير المباشر نفترض عدم صحة المطلوب، ثم نثبت أن هذا الافتراض يؤدي الى تناقض مع المعطيات أو مع نظريات ثبت صحتها.

في المثال السابق يمكن أن نقدم البرهان (غير المباشر) التالي:

المعطيات

$\overleftrightarrow{\text{ل}} \parallel \overleftrightarrow{\text{م}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{م}} \parallel \overleftrightarrow{\text{ن}}$

المطلوب اثباته

$\overleftrightarrow{\text{ل}} \parallel \overleftrightarrow{\text{ن}}$

البرهان (بفرض أن المطلوب ليس صحيحاً)

نفرض أن $\overleftrightarrow{\text{ل}}$ لا يوازي $\overleftrightarrow{\text{ن}}$

∴ $\overleftrightarrow{\text{ل}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{ن}}$ يتقاطعان في نقطة واحدة ولتكن و

∴ يوجد مستقيمان يمران بنقطة واحدة (هما $\overleftrightarrow{\text{ل}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{ن}}$) وكل منهما يوازي مستقيماً معلوماً، وهذا يتناقض مع مسلمة اقليدس الخامسة.

أي أنه لا يمكن أن يكون $\overleftrightarrow{\text{ل}}$ لا يوازي $\overleftrightarrow{\text{ن}}$ اذن $\overleftrightarrow{\text{ل}} \parallel \overleftrightarrow{\text{ن}}$

- ❖ المنطق الرياضي لا يقبل التناقض ولا التعارض.
- ❖ مبدأ عدم التعارض يقول إما أن النظرية صحيحة أو غير صحيحة ويسميه أهل المنطق مبدأ الوسط المرفوع.

وقد عبر عنه مناطقة العصور الوسطى بالقول: "كل شيء في الوجود إما موجود أو غير موجود"

إقامة الدليل على صحة عمل رياضي:

لا شك أن قدرة التلميذ على البرهان المنطقي تأتي في مراحل متأخرة نسبياً ربما مع بداية الصف السابع أو الثامن. إلا أن هناك طرقاً يمكن استخدامها قبل وبعد هذه المرحلة العمرية للإقناع بصحة ما يقول به أو للتدليل على صحة علاقة أو نتيجة رياضية معينة. ومن بين هذه الطرق الآتي (والتي لا تعتبر برهاناً ونقبلها لأننا نعلم مسبقاً بصحتها من المنظور المنطقي).

(1) اعطاء أمثلة خاصة:

مثال (1):

خاصة التبادل في الجمع

$5 = 3 + 2$ ، $5 = 2 + 3$ اذن $2 + 3 = 3 + 2$

$$\frac{11}{12} = \frac{8+3}{12} = \frac{1}{4} + \frac{2}{3}$$

، $$\frac{11}{12} = \frac{3+8}{12} = \frac{2}{3} + \frac{1}{4}$$

اذن $$\frac{2}{3} = \frac{1}{4} = \frac{1}{4} + \frac{2}{3}$$

مثال (2):

زيادة أو انقاص نفس العدد على عددين مطروحين يعطينا نفس النتيجة

$8 - 6 = 10 - 8 = 4 - 2$ .... $= 2$

$82 - 37 = 85 - 40 = 15$ (وهذه طريقة مفيدة في الطرح دون حاجة للاستلاف)

مثال (3):

من الخطأ جمع الكسور بجمع البسوط وجمع المقامات فمثلاً:

$\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ لا تساوي $\frac{1+1}{3+2}$ ($\# \; \frac{2}{5}$)

لأن $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$ وليس $\frac{5}{12}$

كذلك $\frac{1}{4} + \frac{3}{4} = \frac{4}{4} = 1$ ولا تساوي $\frac{3+1}{8}$

(2) **الاستقراء:** أي الوصول الى تعميم من التعامل بحالات خاصة

مثال:

$1 \; = \; ^2(1) = 1$

$3 + 1 \; = \; ^2(2) = 4$

$5 + 3 + 1 \; = \; ^2(3) = 9$

$7 + 5 + 3 + 1 \; = \; ^2(4) = 16$

أي أن:

مجموع الأعداد الفردية المتتالية (ابتداء من 1) = مربع عددها

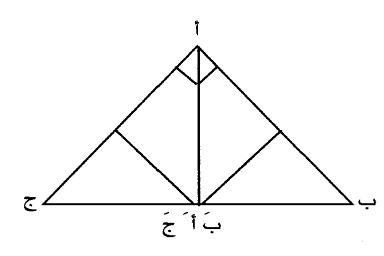
1 + 3 + 5 + 7 + ... (2 ن − 1) = ن^2

(3) **الإقناع البصري:**

ويستخدم كثيراً في إقناع التلاميذ بصحة بعض النظريات الهندسية.

مثال (4):

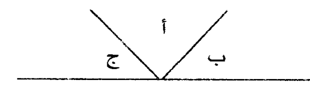
مجموع زوايا المثلث يساوي °180 (او قائمتين).



الاقناع:

كون مثلثا من قطعة ورق مقوى. ثم اثني رؤوسه عند مسقط رأسه على قاعدته نجد أن الثلاثة زوايا التي تكون رأس المثلث تقع على استقامة واحدة (زاوية مستقيمة).

- يمكن كذلك قطع الثلاث رؤوس ونضمها معا نجدها تكون زاوية مستقيمة.



الرياضيات كأداة لحل المشكلات

إن حل المشكلات هو الشغل الشاغل لكل الأعمال والأنشطة الرياضية. "المشكلة" في حد ذاتها تعني موقفاً محيراً يجتذب الشخص ويصبح حله بؤرة تركيز واهتمام الشخص. وما يمثل مشكلة لشخص قد لا يمثل مشكلة لشخص آخر ليس فقط من ناحية امكانية حلها بل من حيث الاهتمام بها وبذل جهد لحلها. قد تكون المشكلة رياضية، مثل: هل توجد علاقة بين اطوال اضلاع اي مثلث قائم الزاوية (وهو ما أدى الى نظرية فيتاغورس).

ومثل: ما مجموعة حل المعادلة $\frac{س}{س - 2} = \frac{2}{س - 2}$

(لاحظ أن س لا يمكن أن تساوي 2 بسبب المقام)

وقد تكون المشكلة خاصة بعلاقات في المجالات العلمية أو الهندسية أو الاقتصادية أو الاجتماعية، مثل: اذا سقطت كرتان إحداهما من الحديد والاخرى من الخشب ولهما نفس الحجم، فأيهما تصل قبل الأخرى الى الارض (تصلان في نفس الوقت لأن قانون الحركة الذي يعالج هذه المشكلة لا يعتمد على الكتلة).

ماذا تقول المعايير العالمية عن حل المشكلات؟

تقول معايير مجلس المعلمين (NCTM) بأن دراسة الرياضيات ينبغي أن تؤكد على حل المشكلات بحيث أن تلاميذ الصفوف من رياض الأطفال وحتى نهاية الصف الثامن تنمو لديهم القدرة على الآتي:

1- استخدام مداخل (ومهارات) حل المشكلات لفهم وفحص المحتوى الرياضي (الذي يدرسونه).

2- صياغة مشكلات منبثقة عن مواقف رياضية وحياتية.

3- تنمية وتطبيق استراتيجيات لحل تنوع كبير من المشكلات، وتطبيقها في مواقف جديدة.

4- التحقق من صحة النتائج وتفسيرها في ضوء المشكلة الاصلية.

5- الثقة في استخدام الرياضيات بما يجعلها ذات معنى.

هناك أمثلة عديدة في كل فصول هذا الكتاب على حل المشكلات ذلك أن حل المشكلات يعتبر المادة الاساسية للرياضيات ايا كانت فروعها وأهداف تعليمها.

ومن ناحية أخرى فإن الحاسبات والحواسيب تقدمها أدوات تكنولوجية قوية لتيسير حل المشكلات.

مثال (1):

ادخل في الحاسبة عدداً مكوناً من ثلاثة ارقام اقل من (300). استخدم أياً من العمليات الحسابية الاربعة مع عدد مكون من رقم واحد، لكي يكون الناتج صفراً.

أحد الحلول: العدد 275

[{(275 - 5) ÷ 9} ÷ 6] - 5 = صفر

حل آخر: 275

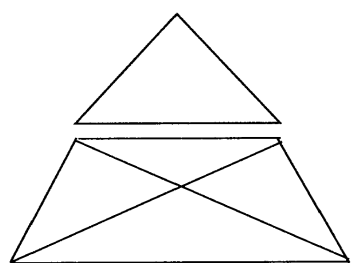
[{(275 ÷ 5) - 7} ÷ 8] - 6 = صفر

مثال (2):

كم قطراً في مضلع مغلق مكون من (10) أضلاع؟

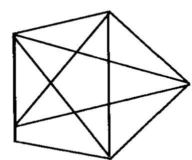
الحل: ابدأ بحالات بسيطة: هل تعرف معنى القطر هنا؟ (قطعة مستقيمة تصل بين رأسين غير متتاليين).


لا يوجد أي قطر 0



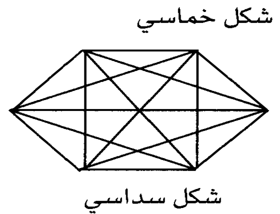
2 قطر 2

شكل رباعي



5 أقطار 5

شكل خماسي



9 أقطار 9

شكل سداسي

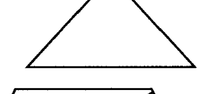
المضلع ذي العشرة أضلاع يمكن استنتاجه بالاستقراء من التتابع التالي:

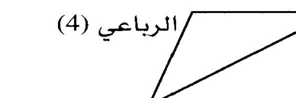
عدد الاضلاع	3	4	5	6	7	8	9	10
عدد الاقطار	0	2	5	9	14	20	27	35

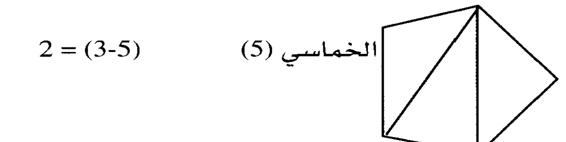
الملاحظة: 2+ 3+ 4+ 5+ 6+ 7+ 8+

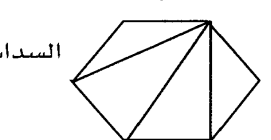
حل آخر:

عدد الرؤوس	عدد الاقطار	العدد الكلي (بدون تكرار)
المثلث (3)	(3-3) = صفر	صفر
الرباعي (4)	1 = (3-4)	$2 = \frac{4 \times 1}{2}$
الخماسي (5)	2 = (3-5)	$5 = \frac{2 \times 5}{2}$
السداسي (6)	3 = (3-6)	$9 = \frac{3 \times 6}{2}$









السباعي (7)	$4 = (3\text{-}7)$	$14 = \frac{7 \times 4}{2}$
ثماني (8)	5 ـــــ	ـــــ
تساعي (9)	6 ـــــ	ـــــ
عشري (10)	$7 = (3\text{-}10)$	$35 = \frac{10 \times 7}{2}$

كم عدد القطع المستقيمة في المضلع المغلق ذي العشرة أضلاع؟

مشكلة مشابهة:

حفلة بها عشرة أشخاص. صافح كل منهم الآخر مرة واحدة كم مصافحة تمت في هذه الحفلة.

(ارشاد: استخدم آي من الاستراتيجيتين السابقتين (عدد المصافحات 45).

إطار (7) برمجية اللوجو LOGO

تنمي القدرة على حل المشكلات

ينمي برنامج اللوجو مهارات حل مشكلات بسيطة في الهندسة والحساب خاصة عند الاطفال. الطفل يعطي اوامر لسحلف حاسوبي مطيع فيتحرك يميناً ويساراً بمسافات على خطوط مستقيمة، كما يدور يمينا ويسارا طبقا للقياسا التي تعطى له.

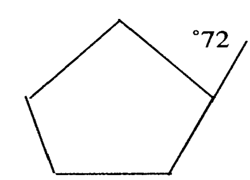
مثال: استخدم اللوجو في تصميم سور حوض زهور على شكل خماسي منتظم طول ضلعه 200سم.

المطلوب: رسم حماسي منتظم طول ضلعه 200 سم.

طريقة التفكير: قياس الزاوية الخارجة للخماسي المنتظم = $\frac{360}{5} = 72°$

خطة مقترحة: نصنع تصورا على الورق. بمقايس رسم 40:1

لغة اللوجو:



تحرك للامام 5 خطوات FD 5

تحرك للخلف ... BK ...

تحرك لليمين بزاوية 72 RT 72

تحرك للخلف بزاوية LT ...

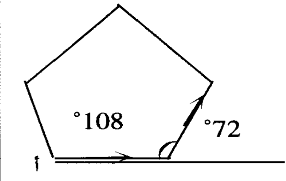
تحرك للامام ... خطوة ولليمين بزاوية ... FD ... RT ...

كرر REPEAT

توقف عن الرسم PU، اظهر الرسم PD

التنفيذ: اعطاء السلحف الاداة التالية (ليبدأ من أ)

REPEAT 5 (FD5 LT 72)
PU
PD



التحقق: السلحف يرسم خماسيا منتظماً طول ضلعه 5 وحدات وقياس كل زاوية داخلة 108°.

الرياضيات كأداة نفعية تترابط مع العلوم الأخرى ومع الأنشطة الحياتية

تشير الترابطات الرياضية الى فكرة أن التلاميذ - في كل مراحل تعليمهم - يدركون أن الرياضيات أداة مفيدة، من خلال قوانينها وأساليبها المنطقية والتنظيمية وأنشطتها في كل فروعها، في خدمة العلوم الأخرى وفي خدمة الانشطة الحياتية المتنوعة، إضافة الى خدمة بعضها البعض من داخلها. فهناك ترابطات بين المفاهيم الرياضية في الموضوعات المختلفة، وهناك ترابط بين القوانين الرياضية واستخداماتها في الفيزياء مثلا، وفي رسم الخرائط، وفي إدارة الأعمال في الصناعة والتجارة، وفي الاتصالات التليفونية الثابتة والجوالة، وفي المواصلات السطحية والبحرية والفضائية، وفي معالجة وتحليل البيانات التي على أساسها تؤخذ القرارات السياسية والاجتماعية والاقتصادية، وفي العلاجات الطبية والجرعات الدوائية، وفي التخطيط السكاني والبيئي... الخ. ولا بد أن يعكس تعليم الرياضيات نماذج لهذه الترابطات بحيث يشعر التلاميذ أنهم يدرسون ويتعلمون مادة لها فائدتها في سياقات مجتمعية متنوعة، وأنه حتى لو كانت الصورة العامة للقوانين الرياضية في شكل رموز وعلاقات مجردة، فإن التجريد فيها يساعد على التعامل معها ذاتيا واشتقاق المزيد من القوانين، كما وأن التجريد يساعد على أن تكون تطبيقاتها متنوعة وفي أكثر من مجال.

وقد جاء في معايير مجلس معلمي الرياضيات أنه من مرحلة الرياض وحتى الصف الثامن يتمكن التلاميذ في مجال الترابطات (Connections) من الآتي:

1- ربط المعرفة الرياضية (مفاهيم ومهارات وعلاقات وخوارزميات)، بحيث لا يحدث عزلا ولا انفصالا بين العمل الحسابي والقياس والنشاط الجبري والهندسي بل يكون متكاملا ويكمل بعضه البعض. ولا يكون لكل درس هدف يبدو منفصلا عن هدف الدرس التالي بل تنساب الافكار الرياضية بطريقة طبيعية عبر الدروس والموضوعات.

2- ربط التمثيلات المختلفة للمفاهيم الرياضية او الاجراءات المهارية بعضها ببعض.

3- التعرف على العلاقات بين الموضوعات الرياضية المختلفة. على سبيل المثال الكسر العادي 1/2، الكسر العشري 0,5، والنسبة المئوية 50%، والصورة الهندسية [مستطيل نصفه مظلل]، والنسبة الحسابية 4:2 او النسبة المثلثية جا 30°، ونسبة مساحة المثلث الى مساحة متوازي الاضلاع المشترك معه في القاعدة والارتفاع [مثلث داخل متوازي أضلاع]

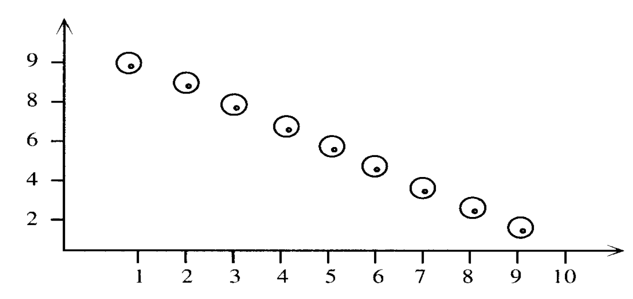
4- استخدام الرياضيات في مجالات الدراسة الاخرى. على سبيل المثال: مقياس الرسم في

رسم الخرائط وتصميمات المهندسين المعماريين، ونسب الخلط والمزج في الكيمياء. وتمثيل التغير الطردي في الفيزياء بالصورة ص = أ س، وتمثيل التغير العكسي ص = أ / س حيث أ ثابت.

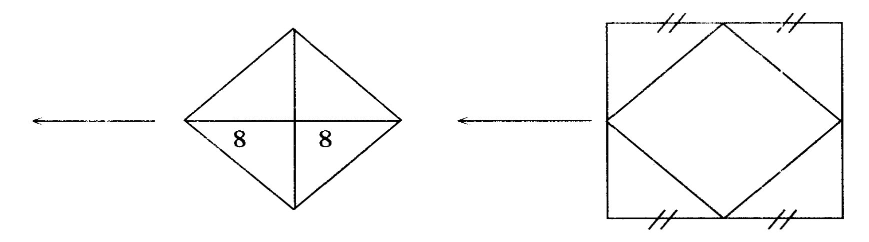
5- استخدام الرياضيات في الحياة اليومية للأطفال. على سبيل المثال: قد لا يدرك التلميذ أن مساحة رغيف العيش الذي قطره 16 سم تساوي أربع امثال مساحة الرغيف الذي قطره 8 سم وعليه أن يلاحظ الفرق بين السعرين. كذلك عندما يعلن أحد محلات بيع الملابس أن خفض الاسعار 30% والتي سبق تخفيضها 20%، فإنه يوحي بأنه قام بتخفيض 50% ولكن الحقيقة أن التخفيض يمثل فقط 44%.

6- رؤية الرياضيات ككل متكامل. على سبيل المثال: يرى التلميذ خواص العمليات كما في الابدال في عملية الجمع مثلاً (في الاعداد والمقادير الجبرية وفي المصفوفات والمتجهات)، ويرى أساليب طرق البرهنة تستند إلى نفس القواعد المنطقية في الجبر والهندسة والتحليل الرياضي، ويرى التمثيل البياني في مواقف مختلفة.

7- تطبيق التفكير والنمذجة الرياضية في حل المشكلات وفي مجالات مختلفة، على سبيل المثال: في ايجاد اكثر من حل للجملة المفتوحة □ + Δ = 10 ، س + ص = 10، عددان مجموعهما 10، والخط المستقيم الممثل للعلاقة المعطاة (في الاعداد الصحيحة الموجبة مثلا).

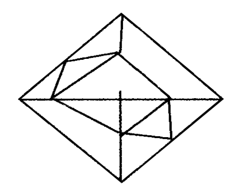


8- تثمين دور الرياضيات في الثقافة والمجتمع. على سبيل المثال: قامت المعلمة كافية بعمل إطار تضع فيه صورة ابنها بشار. فذهبت الى غرفة التربية الفنية، فوضعت التصميم التالي على قطعة ورقة مقواة مستخدمة خواصاً هندسية.

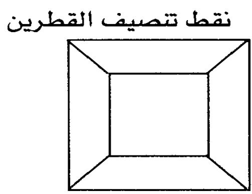


مربع 16 x 16 نصف اضلاعه

اثني الاجزاء لتحصل على الشكل اوجد نقط تنصيف القطرين



اثني الاجزاء الطرفية الى نقاط التنصيف



اثني الاجزاء الطرفية الى تحت. ثم ثبت الصورة في الاطار

الرياضيات تفيد كثيرا في الفن والموسيقى وفي البيع والشراء وفي التفكير المنطقي الذي يؤدي الى نتائج مثمرة.

إطار (8) ابتسم

أراد المعلم جاسم أن يشرح عملية الطرح 100 - 60، فوضعها في سياق اجتماعي. من أجل ذلك سأل جاسم أحد التلاميذ قائلا:

"اقترض والدك مبلغ 100 دينار ثم دفع منها 60 دينارا. كم تبقى عليه أن يدفعه؟

أجاب التلميذ: لا أعرف.

كرر المعلم السؤال عدة مرات.

كرر التلميذ نفس الإجابة "لا أعرف" في كل مرة.

غضب المعلم وقال للتلميذ بلهجة غاضبة "ألا تعرف الحساب"؟

قال التلميذ ببساطة:

"لا يا سيدي أنت الذي لا تعرف أبي".

أمثلة لترابطات متنوعة

1- اذا كان القانون الذي يعطي العلاقة بين مقياس الحذاء المناسب (م) لقدم رجل طوله (س) هو م = 3 س – 25، ولقدم امرأة هو م = 3 س – 2 حيث القياسات مقدرة بالبوصة (البوصة = 2,5 سم تقريباً):

أ – أوجد مقياس الحذاء المناسب لرجل طول قدمه 12 بوصة.

ب– أوجد مقياس الحذاء المناسب لإمرأة طول قدمها 10 بوصات.

ج– أوجد قياساً لقدم رجل وقياسا لقدم امرأة بحيث يكون حذاء كل منهما له المقياس.

2- تستخدم الطائرات في رش مبيدات للمحافظة على اشجار الغابات من الحشرات التي قد تفتك بها.

الجدول التالي يبين بعض البيانات عن استخدام طائرات وزارة الزراعة في رش نوع معين من المبيدات.

الطائرات	سرعة الطائرة	حجم المبيد الذي تحمله الطائرة	حجم المبيد الذي يرش في الدقيقة
أ	135 كم / الساعة	400 جالون	54 جالون
ب	135 كم / الساعة	300 جالون	36 جالون
جـ	135 كم / الساعة	150 جالون	32 جالون
د	135 كم / الساعة	1000 جالون	112 جالون

استخدم هذه البيانات في الاجابة عن الاسئلة التالية:

أ– كم كيلو متراً تطيره كل من الطائرات المبينة في الدقيقة.

ب– اذا كانت الطائرات المبينة معبأة بمحلول المبيدات، كم دقيقة تستغرقها كل طائرة لاستخدام ما تحمله.

أعط الاجابة لأقرب جزء من عشرة من الدقيقة.

ج– اذا كانت احدى الطائرات تطير في خط مستقيم وترش شريطاً فوق غابة عرضها 70 مترا وطولها (150) كيلو مترا. ما شكل سطح المنطقة التي رشتها؟ وما مساحتها؟

د– احدى الطائرات ترش شريطاً فوق غابة عرضها 100 متر وطولها 150 كم وهي تطير بسرعة 135 كم / الساعة. ما الجزء من مساحة الشريط ترشه هذه الطائرة في: 6 دقائق، 10 دقائق، 4 دقائق؟

إطار (9) **ترابط الرياضيات عند علماء العرب**

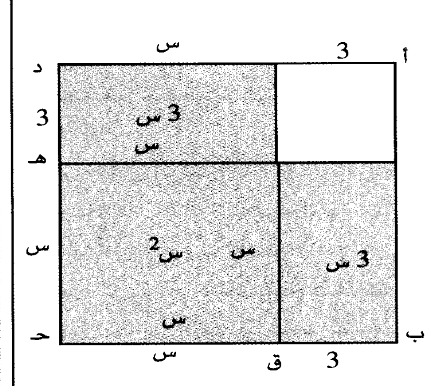
اهتم الرياضيون العرب بالتمثيل البصري للمشكلات الرياضية وذلك عن طريق إحداث ترابط بين الجبر والهندسة فمثلاً: لحل مشكلة من صنف أموال وجذور تعدل عددا، (حيث المال هو ما نعبر عنه حاليا بالرمز س^2، والجذر هو س والعدد هو نفس ما نعنيه الآن) يتم تمثيلها هندسيا كما في المثال التالي:

لحل المعادلة: س2 + 6 س = 7

- ارسم مربعاً طول ضلعه مجهول (س) وليكن و ق حـ هـ
- نصف الاجذار 6 س أي 6/2 = 3
- مد كل اضلاع المربع بطول قدره (3) فتحصل على المربع الاكبر أ ب حـ د
- طول ضلع المربع أ ب حـ د = س + 3
- مساحة أ ب جـ د = مساحة الاجزاء المظللة + مساحة المربع غير المظلل

ولكن مساحة الاجزاء المظللة = س^2 + 6 س

ومساحة المربع غير المظلل = 9



- مساحة أ ب حـ د = (س + 3)^2

= (س^2 + 6 س) + 9

= 7 + 9 = 16

اي أن:

طول ضلع المربع أ ب جـ د = 4

إذن

س + 3 = 4

ومنها س = 1

وبذلك يكون حل المعادلة س^2 + 6 س = 7

هو | س = 1 |

وقد كان الحل في ذلك الحين يقتصر على الاعداد الموجبة ذلك أن الأعداد السالبة لم تكن قد اكتشفت بعد.

تنمية اتجاهات ايجابية نحو الرياضيات

يتم التعلم بصورة جيدة بل ومتميزة عندما يتفاعل عقل ووجدان المتعلم ويتكاملان لاكتساب أفضل خبرات تعليمية عن فهم ومن خلال حُب للتعلم ورغبة في التعمق ودافعية للتميز. ومن هذا المنطلق فإن أحد الاهداف الاساسية لتعليم وتعلم الرياضيات هو تكوين الاتجاهات الايجابية نحوها وتنمية الميول الحافزة لتعلمها والاستمتاع بها والإحساس بأهميتها وتثمين فائدتها في تكوين مهارات عقلية وإجرائية تؤهل المتعلم لقابلية التوظف ولقابلية التكيف للمتغيرات. ومن ثم فإن معلم الرياضيات لابد وأن يسعى ليس فقط لأن يكون تلاميذه قادرين على عمل الرياضيات، بل أيضاً أن يكونوا محبين للرياضيات ولديهم الدافعية الذاتية لدراستها والتميز فيها، حيث تحدث علاقة تبادلية ايجابية بين العقل والوجْدان تعمل على استمرارية التعلم وعمق الفهم والتفهم وبما يجعل منهم مفكرين مبدعين.

يتفق ذلك ما سبق أن أشار به بنيامين بلووم صاحب نظرية "الأهداف السلوكية" في تصنيفه أهداف التعلم الى ثلاثة مجالات: معرفية، نفس حركية، ووجدانية (Affective Domain). ومنذ القدم أشار المفكرون والفلاسفة الى أن تنمية الانسان تشمل بناء عقله وجسده وقلبه.

وحديثا تشير معايير مجلس المعلمين NCTM الى أهمية تنمية "النزعة الرياضية Mathematical Disposition عند المتعلمين. وتشير تلك المعايير على أن هذه النزعة الوجدانية تتضمن:

1- الثقة في استخدام الرياضيات في حل المشكلات، وتوصيل الرياضيات والتعليل واقامة الدليل.
2- المرونة في استكشاف الافكار الرياضية ومحاولات ايجاد حلول بديلة للمشكلات.
3- الرغبة في المثابرة عند مواجهة مشكلة رياضية ومحاولة حلها.
4- تنمية الميول وحب الاستطلاع والابتكار عند القيام بعمل رياضي.
5- الميل الى التأمل فيما يفكر فيه المتعلم وفي مراقبة تفكيره وأداءآته.
6- تثمين تطبيق الرياضيات في مواقف متنوعة وخبرات حياتية.
7- تثمين دور الرياضيات لغة وأسلوبا في ثقافة المجتمع وحضارته.

ومن الواضح أن "النزعة الرياضية عند الشخص أكبر كثيرا من مجرد أنه يحب الرياضيات. فقد يحب شخص الرياضيات ولكن تكون لديه معتقدات خاطئة عنها قد تؤثر في طرق عمله الرياضي مثل أن يتصور ان للمشكلة حلا واحد صحيحاً، او قد لا يرغب في التفكير وال التأمل فيما يقوم به او لا يحب المشاركة والنقاش بشأنها ولا يحب البحث عن حلول أخرى طالما وجد حلاً. النزعة الرياضية تعني ايضا الرغبة في تغيير الرأي والاقتناع بأفكار الآخرين طالما أنها تؤدي الى نتائج صحيحة.

إطار (10) الاتجاه نحو الرياضيات

الاتجاه Attitude

يقصد بالاتجاه الاستعداد العقلي والوجداني للاستجابة (المعجم الموسوعي للمصطلحات التربوية 2003).

ويرى البعض أن الاتجاه يكون نحو قضية جدلية، ويفضلون استخدام مصطلح الميل (Interest) بالنسبة لما يسمى بالاتجاه نحو الرياضيات او دراسة الرياضيات. بمعنى الاستعداد الوجداني للانجذاب نحوها.

ويربط "روزمبرج" بين الميل والدافعية (الكتاب السنوي 33 لمجلس المعلمين NCTM).

وفي اشارته للاتجاه نحو الرياضيات يقول جون وست ول (1999م): هناك توصيفات ينبغي التركيز عليها وتشجيع استخدامها في المنهج القومي وهي:

1- روعة المادة (الرياضية).

2- الميل والدافعية.

3- السعادة والمتعة التي توفرها الانشطة الرياضية.

4- تثمين قوة الرياضيات وملاءمتها وأهدافها.

5- الاغتباط والارتياح الناجم عن الاحساس بالانجاز.

6- الثقة في القدرة على عمل رياضيات في مستويات مناسبة.

ويستطرد في الإشارة الى الآتي:

- في كل درس رياضيات يبعث المعلم - ولو بطريقة لا شعورية - رسالة عن الرياضيات تؤثر في اتجاه المتعلمين: الاتجاهات الايجابية تساعد على تعلم الرياضيات، بينما الاتجاهات السلبية تكبت التعلم... وتؤثر مستقبلا في احتيار المسالك المعيشية.
- يكون التلاميذ اتجاهاتهم نحو الرياضيات عندما يستخدمونها في المواد الأخرى... (فيشعرون بقيمتها وأهميتها).



الفصل الثاني

الرياضيات في عالم الطفل

1 - الطفل مخلوق تعلم

2 - التفكير الحدسي والتفكير التأملي

3 - التربية الإرشادية والتعلم الخِبْري

4 - أنشطة موجهة في عالم الطفل

5 - العدد في عالم الطفل

6 - الوعي بالمكان

7 - الوعي بالزمن

الرياضيات في عالم الطفل

الطفل مخلوق تعلم

منذ صغره تكون كل طاقات الطفل واستعداداته موجهة نحو التعلم.. فهو يكتشف، يتحرك زاحفاً وشيئاً فشيئاً يعدل من حركاته فيتعلم المشي، يصدر أصواتاً حتى يتعلم الكلام، ربما بمساعدات ولكنه هو الذي يكتسب الخبرة ويطلبها يبحث عن معان لبعض الكلمات بأن يربط بينها وبين مدلولاتها من أشياء أو أشخاص. عالمه ملىء بالأشكال والمسافات وخبرات بالزمان والمكان، وتعاملات أولية بالعدد الذي يكون جزءاً من نشاطاته في الاتصال مع الآخرين ومشاهداته للأشخاص والدمي وقطع الحلوى... خبرات كثيرة في طفولته المبكرة يستنتج منها خواصاً وعلاقات يسجلها في مخزونه الذكروي لتشكل عنده الأساس لما سيتعلمه من رياضيات في مراحل نموه المتتالية. يكتسب الأطفال خبراتهم بكل براءة وبعيداً عن الخوف من الفشل الذي تسببه المدرسة عندما يذهبون للتعلم فيها ويواجهون بامتحانات مستمرة.

في كل ساعات اليقظة يمر الطفل الصغير بخبرات نتيجة أنشطة جسمانية وذهنية قد تبدو عشوائية تماماً، ولكن المتابع المتعمق يرى الطفل يبحث عن أمه أو يبحث عن شيء يحتاجه أو يشكو من شيء يتألم منه... إنه في نشاط دائم تلقائي مع نفسه وقد تقوم الأم - او غيرها - بتعليمه كيف يكون نشطاً أو كيف يلعب ولكنه قد يوافقها أو لا يوافقها ويفضل اتباع ما تمليه عليه رغباته واستعداداته الفطرية.

عالم الطفل يعطيه معنى حسياً للترابط بين أشياء تبدو متباعدة فيكون من خلالها علاقات بسيطة. يربط بين سماع صوت وصاحبه، يدرك أن سماع صوت يعقبه استجابة. يربط بين سماع اسمه وبين نفسه. شيئاً فشيئاً يربط بين أفراد أسرته: الأخ، الأخت، الأب، الأم... في بعض الأحيان يقوم بالتصنيف إلى ما يمكن أن نسميه رياضياً تصنيف إلى صنوف متكافئة (Equivalent Classes). يصنف الأشخاص الذين يراهم إلى بابا وماما فكل رجل عنده "بابا" وكل امرأة "ماما" حيث بابا بالنسبة له هو اسم صِنف معين وماما كذلك، ويدرك أن المجموعتين متباعدتان (غير متقاطعتين ولا يوجد بينهما عناصر مشتركة). هذا التعرف الضمني على العلاقات هو واحد من علاقات كثيرة يستنتجها الطفل نتيجة خبراته في البيئة التي يعيشها وهو يعلِّم نفسه بنفسه، وإن أُعطيت له مساعدة فهو الذي يطلبها... فهل يمكننا القول بأنه يبني - او يحاول ان يبني معرفته بنفسه؟.

شيئاً فشيئاً يصبح الطفل واعياً بعلاقات حسابية ومكانية ومنطقية من خلال تفاعلاته

مع بيئته، والتي كلما كانت ثرية في مكوناتها ووعَي الكبار بأهميتها وحرصوا على تنشيط تفاعلاتها كانت استعدادات الطفل للتعلم تتزايد. وعندما يذهب الطفل إلى المدرسة فعلى المعلمة - أو المعلم - أن يستثمر ما يعرفه الطفل وأن يدعم بطرق حسية وملموسة ما لديه من معرفة وما كوَّنه من علاقات ويصحح له ما قد يكون خطأ.

من واجب المدرسة أن تنقل خبرات الطفل الرياضية تدريجياً من المستوى الحسي الملموس الى المستوى المجرد وأن تكون الوسائط الملموسة والبصرية مرحلة للإنطلاقة الذهنية لكي يتعامل مع رموز الأعداد - مثلاً - بطلاقة ولكن بعد أن يتكون عنده حس بالعدد وأن يتكون لكل رمز مدلول. العدد (5) مثلاً له في ذهنه أشياء مرتبطة مر بها أو يراها في حياته في عدد الأصابع، في عدد أفراد الأسرة، في نقود اشترى بها شيئاً ما، يربط بين الرمز (5) والاسم خمسة... كذلك الرمز (+) يعني جمع ... يعني إضافة ... يعني زيادة ... وهكذا... للمعلم دور هام في العمل على تقدم الطفل من مستوى التعلم الحسي والحدسي إلى المستوى الأكثر تحديداً وتأملاً وغير المعتمد على المعلم.

يسعد الطفل عندما يرى علاقة بين الأعداد والعمليات عليها وبين أنشطة في الموسيقى والألعاب الرياضية واللغة (عدد الحروف في الكلمة... أرقام الصفحات في كتاب القراءة... عدد الأسئلة التي يجيب عنها... علاقات النغمات الموسيقية ببعضها...)

وهنا نؤكد أيضاً على أهمية مشاعر الأطفال فوجدان الطفل لا يقل أهمية عن العمليات العقلية فالنجاح بل والإبداع تزاوج بين العقل والوجدان. الطفل ليس مجرد سلعة تنتجها المدرسة ولكنه إنسان تتعاون المدرسة مع الأسرة في تكوينه وبنائه عقلاً وقلباً وجسداً.

عند أي مستوى ينبغي ان يكون تعلم الرياضيات يمثل نمواً طبيعياً للطفل ذاته... يمثل نشاطاً مبهجاً له وتحدياً لتصوراته الذهنية، وخبرات يراها أو يلمسها في الفن والموسيقى والحركة والحوار بعيداً عن الملل والجفاف في المعنى وتصيد الأخطاء... خبرات يشعر بأنها وظيفية في حياته. وليكن حل المسائل في الرياضيات ليس تحدياً لذاكرته بل تحدياً لذكائه وقدراته العقلية.

التفكير الحدسي والتفكير التأملي

التعلم من خلال التفكير الحدسي يعني التعلم من الأشياء الملموسة والحسية ومن خلال التجريب المباشر وتكوين الخبرات من مواقف مجسدة متنوعة والاعتماد على الحواس والبداهة دون الاعتماد على عمليات التفكير التحليلي وعلى عمليات شكلية (Formal) فمثلاً قسمة (صفر ÷ 3) تعطى حدسياً الصفر كناتج لأن تفسيرها الحسي هو ناتج تقسيم

لا شيء على ثلاثة أشخاص، الحدس والخبرة المباشرة هي أنه لا أحد سيحصل على أي شيء. التفكير التحليلي يتأتى من مفهوم عملية القسمة حتى لو جاءت من أمثلة : ما معنى 6 ÷ 3 ؟ العملية تعني ما العدد الذي يضرب في 3 فيكون الناتج 6 الحل واضح وهو 2 لأن 2 x 3 = 6، بالمثل صفر ÷ 3 تعني ماذا نضرب في 3 لنحصل على صفر ؟ الحل هو الصفر لأن صفر × 3 = صفر. هذا النوع من التفكير المتقدم ييسر فهم السؤال ما قيمة 3 / صفر؟ ما العدد الذي يضرب في الصفر فيكون الناتج 3 ... لا يوجد عدد يحقق ذلك... وبالتالي فإن 3 / صفر أو أي عدد (غير الصفر) ÷ صفر لا يعطينا ناتجاً عددياً فنقول بأنه ناتج غير معرَّف وبصفة عامة نقول للأطفال ممنوع القسمة على الصفر. في مستوى أعلى بعض الشيء، وقد يسأل بعض الأطفال "الأذكياء" ماذا عن صفر / صفر، وهنا يمكن الاجابة بنفس الطريقة: ما العدد الذي إذا ضرب في صفر (المقام) فإن الناتج يكون صفراً (البسط). الاجابة تكون في متناول البعض وهي أن أي عدد يضرب في صفر يكون حاصل الضرب صفراً. قد يكون ناتج صفر / صفر أي عدد 1 أو 2 أو ... ولذا فإن صفر / صفر تسمى قيمة غير معينة.

وهنا تتضح أهمية التفكير التحليلي وبما يعطي فهما لقضية الصفر في الحالات التالية:

1 - لأي عدد أ # صفر يكون صفر / أ = صفر

2 - يكون أ / صفر غير معرف (Undefined)

3 - صفر / صفر عدد غير معين (Undetermined)

نظرية بياجيه في مراحل النمو العقلي وما يرتبط بها من نمو المفاهيم ترى بأن القدرة على التفكير اللفظي مع استخدام تمثيلات محسوسة ومجسدة تنمو عند الأطفال في سن 7 أو 8 ومن هذه المرحلة وحتى الحادي عشر تنمو قدرة الأطفال لتناول افكار ملموسة في أذهانهم. ولكن القدرة على التفكير التحليلي تأتي مع اقتراب الطفل لسن المراهقة. الأكاديمي السوفياني (روسيا الاتحادية الأن) فايجوتسكي يرى أن هناك نقاط نمو وشيكة بين هذه المراحل العمرية يستطيع الطفل بتدعيم من أشخاص اكثر خبرة (وربما من إمكانات الحاسوب حالياً) أن يصل إلى مراحل نمو عقلي أعلى مما قال به بياجيه. ويرى أن هذه الدعامات تكون أكثر فاعلية إذا جاء تنمية المفاهيم في سياقات اجتماعية وبيئات تعلم ثرية.

التربية الإرشادية والتعلم الخبري:

الطفل في تعلمه يحتاج إرشاداً وليس تعليماً بالمعنى التقليدي. الأم والأب في المنزل والمعلم في المدرسة يمكن أن يكونوا مرشدين تربويين من خلال الآتي:

1- شجع نمو لغة الطفل وان يستخدم كلمات هي في الحقيقة جزء من لغة الرياضيات مثل: كثير، قليل، طويل، قصير، أول، أقصر، قبل، بعد، فوق، تحت، اليوم، امس، في الداخل، في الخارج، الآن، بعد ذلك ... .

2- تقبل الطفل كما هو... تقبل اخطاءه وارشده حتى يصل الى الصواب. دعه يشعر ان الخطأ لا يعني الفشل، واجعله يشعر بأنه قادر على النجاح... قد يحتاج الأمر الى مناقشة الطفل منفرداً لشرح أخطاء يقع فيها ولا تجعله يحس بالدونية من أي نوع أمام زملائه (في المدرسة) أو إخوته في المنزل.

3- دع الطفل يكتسب ثقة في نفسه واحتراماً لذاتيته، اشعره بأنك تثق به وتثق في قدراته شَجِّع نجاحاته وتقدمه بالنسبة لنفسه.

4- دع الطفل يشعر أنه جزء في جماعة وشجعه على النشاط التعاوني.

5- ركز على مواطن القوة عنده ونوعيات القدرات أو الذكاوات التي يمتلكها، ابحث عن طاقاته الكامنة ومواقع القوة والتميز عنده. علماء عقل الإنسان يرون أن هناك أكثر من عشرة ذكاءات عند الإنسان وأن الذكاء ليس قاصراً على الذكاء المنطقي الرياضي ولا اللفظي اللغوي.

6- استخدم الترغيب لا الترهيب والثواب لا العقاب... الطفل وحده وبذاته هو الذي يرغب أو لا يرغب ويستطيع أو لا يستطيع أن يتعلم. المثل يقول أنك تستطيع ان تجبر الحصان على أن يذهب الى النهر ولكنك لا تستطيع أن تجبره على أن يشرب.

7- نم المشاهدة والتعرف على أنماط مختلفة في اوضاع الأشياء. ضع أعواد ثقاب او قطع خشبية في نمط معين واطلب من الطفل تكملة النمط أو عمل أنماط مثله.

8- ضع مجموعة متنوعة من الأشياء ودع الطفل يصنفها الى مجموعات صغيرة طبقاً لخاصية يراها هو (الشكل، اللون، الحجم، النوع،...)

9- كون مجموعتين إحداهما صوراً لرجال وأخرى صوراً لنساء ثم اعطه مجموعة من صور الرجال والنساء واطلب منه ان يضع كل صورة مع المجموعة التي "تنتمي" إليها.

10- ضع مجموعة من البلاستيك (أو الخشب) مختلفة الأطوال واطلب من الطفل أن يرتبها الأطول فالأقصر، ثم الأقصر فالأطول.

بصفة عامة قدم للطفل خبرات ما قبل العدد القياسي وقبل القياسي مثل: الانتماء والتصنيف، فوق، تحت، مغلق، مفتوح...

إطار (11) المدرسة حليفة وليست خليفة للأسرة

(1) الأسرة عنصر اساسي في ترغيب الطفل في التعلم، وعليها ان تُعرف المدرسة بطفلها وطبيعته وأن يتبادلا التشاور بين الحين والآخر. وعلى الأسرة ان تعي بأن المدرسة حليفة وليست خليفة للأسرة في التنشئة الاجتماعية والتربوية للطفل.

(2) يتعلم الطفل الرياضيات نتيجة تفاعل الآباء والمعلمين والأصدقاء والقرناء مع الطفل. وتتوقف كيفية تعلم الطفل للرياضيات وقدراته على التمثل والاستيعاب للمفاهيم والمهارات المستهدفة... تتوقف على نوعية وجودة التفاعلات المرتبطة بالخبرات الرياضية التي يجري تعلمها.

(3) يحتاج الطفل إلى التشجيع والاحساس بالثقة والدعم ممن يتفاعلون معه... يحتاج إلى حب بيداجوجي (Pedagogic) (تربوي) يكون متفاعلاً مع الحب الأسري الذي يجعله يشعر بأنه في أيد امينة تحرص عليه وتكتسب مشاعره.

(4) ينبغي تهيئة بيئة التعلم المناسبة لأسلوب التعلم الذي ينساب الطفل. لذا تقدم تنوعات تساعد على التعلم مثل اليدويات والوسائط التي يفكر من خلالها الطفل، وتقدم اساليب من خلال القصص والمسرحة والعمل الانفرادي والتعاوني والحوار والألعاب والمثيرات البصرية التي قد تكون على شاشة حاسوب (كومبيوتر) تقدم انشطة متنوعة، مجسمات ومصورات... بما يساعد على الفهم... ويترك مجالاً للطفل ليختار ما يراه مشبعاً لحاجاته وقدراته من أنشطة.

(5) هناك مرحلة لا بد وأن يصل فيها الطفل إلى مرحلة تجريد المفاهيم والتي يبدأ تقديمها من خلال المجسمات والمصورات لينتقل منها إلى الرموز في مرحلة يتبين فيها الاستعداد الذهني للطفل. ما أن يتم تجريد مفهوم رياضي معين حتى يجب تدعيمه بمزيد من الأنشطة والتطبيقات والإعداد لبناء مفاهيم اكثر تقدماً استناداً على المفهوم الذي تم تعلمه. وهذا ما يجب ان تتعاون فيه الأسرة مع المدرسة.

(6) يتعلم الطفل أكثر كلما تكون لديه حس بالعدد وبالمكان، بالمسافة والزمن وكلما ارتبطت المفاهيم بمواقف يمارسها أو يراها في حياته وهو طفل وليس لأهداف مرجأة، قد تفيد مستقبلاً. وللأسرة دور هام يتطلب منها تحالفا تربوياً.

● بقي أن نقول ان هناك أنظمة تعليمية تقيم تعاقداً بين اسرة الطفل وبين المدرسة التي يلتحق بها. ينص التعاقد على مسؤوليات كل من المدرسة والأسرة فيما يتعلق بتعلمه وسلوكياته بما يوفر شراكة حقيقية في عملية تعليم وتعليم الطفل.

أنشطة موجهة في عالم الطفل

المعلم المتفهم لطبيعة الأطفال والمدرك جيداً للمفاهيم الرياضية الأساسية والذي يعمل كصاحب مهنة أصيلة ميسراً لتعلم الطفل وليس ملقنا له لبعض المعلومات الصماء، يهيىء الآلية المناسبة ليستكشف الطفل بنفسه ويبنى حدسياً بعض المفاهيم الرياضية الاساسية او على الأقل يضع البذور المناسبة لنموها أثناء مسيرة التعلم عبر الصفوف المتتالية. ومن بين الأنشطة التي تنمي بعض هذه المفاهيم حث الأطفال وتشجيعهم على مشاهدة الأشياء ووصفها وتصنيفها ومقارنتها ببعضها البعض وترتيبها طبقاً لخاصية معينة، واستخلاص علاقات بينهما وإقامة شواهد او التعليل لما يقوله أو يستكشفه...

- لماذا؟ كيف عرفت ذلك؟
- صف هذا الشكل.
- تعرف على شيء (غير منظور) من خلال لمسه.
- تكوين مجموعة تناظر (1 - 1) لمجموعة معروضة من الأشياء.
- استكمال شكل (وجه، غلق مضلع، اضافة الى نمط...)
- لماذا تسقط المسطرة عند وقوعها من على الدرج؟
- لماذا ترتفع الكرة عندما تقذفها؟
- لماذا يطير البالون وهو ممتلىء بالهواء ولا يطير (إلى أعلى) عندما لا يكون ممتلئاً
- رتب هذه الأشياء بحسب طولها... بحسب فائدتها
- صنف مجموعة من الأشياء إلى صنفين او ثلاثة طبقاً لخاصية معينة.
- صنف افراد اسرتك (اولاد، بنات)، (كبار، صغار).
- عبىء بعض الأكواب بكميات متساوية (أو مختلفة) من الماء.
- إذا كان طول سامي يساوي طول احمد، فهل طول أحمد يساوي طول سامي؟
- إذا كان سامي أطول من عاطف وعاطف أطول من عبده، فهل سامي أطول من عبده؟
- إذا كان قلم على يمين كراسة، فما موقع الكراسة بالنسبة للقلم؟

وهكذا لاكتشاف بعض الخواص والمفاهيم "الرياضية" ودون ضرورة لكتابة أو ذكر أسمائها.

النشاط والفكر من وجهة نظر بياجيه

تتكون المفاهيم الرياضية نتيجة تفكير ذهني ينبثق من الأنشطة التي يقوم بها الطفل. ويقصد بالفكر هنا ذلك التدفق من الأفكار الموجهة نحو غاية محددة مثل الاجابة عن سؤال يتطلب وصفاً أو إعطاء معنى أو تفسير أو مقارنة أو استدلال... ويرى جان بياجيه (Piaget) ان الأفكار تنشأ من الأفعال، وأن المفاهيم الرياضية تنشأ من الأفعال والأنشطة التي يقوم بها الطفل بأشياء وليس من الأشياء ذاتها. وطبقاً لبياجيه فإن الطفل العادي في حوالي السنتين من عمره يفكر في كيف سيقوم بفعل معين قبل أن يقوم به، طالما أن الموقف بسيط ومألوف له. ويعني ذلك أن الطفل يمكنه أن يمثل لنفسه نتائج افعاله قبل أن يقوم بها وهذا ما يعتبر بداية الفكر الحقيقي، ما دامت الأفعال اصبحت "مدخلة" في ذهنه، وربما تكون هذه السمة هي التي يتميز بها الانسان عن الحيوان.

ويرى بياجيه ان المهارة الأساسية وراء التفكير الرياضي والمنطقي هي القدرة على الاسترجاع العكسي او المعكوسية (Reversibility) أي الامكانية الدائمة لارجاع الفكر الى النقطة التي بدأ منها. والتي تتبدى في أنشطة مثل أن يزيح الطفل لعبة بعيداً ثم يسترجعها ثانية. وتقول نظرية بياجيه في نمو المفاهيم الرياضية أن هناك زيادة في قوة التفكير المرتبط بالمعكوسية من سن السابعة فصاعداً. الأطفال لا يتعلمون من مجرد المشاهدة ولكن من أفعال نشطة. النمو المفاهيمي عند بياجيه هو في جوهره نمو في منظومة الأفعال التي تلعب فيها المدركات الحسية دوراً هاماً (وليس في المدركات الحسية ذاتها)، أنشطة وأفعال وتفاعلات يقوم بها الطفل يحدث من خلالها تعلم ذاتي وتتكون بواسطتها بذور مفاهيم رياضية وتنمو مهارات وتتكون علاقات تهيىء لبنى ومنظومات يكامل فيه الطفل فطرياً وحدسياً العديد من الخبرات التي يمر بها.

إطار (12) **مفهوم، مهارة، علاقة، بنية**

تتناول ادبيات كثيرة في مصادر تعليم الرياضيات تعاريف لمصطلحات كثيرة مثل المفهوم، المهارة، العلاقة، البنية او النظام. والحقيقة ان كل التعاريف المعطاة لا تمثل تعاريف بالمعنى الرياضي للتعريف الذي يحدد تحديداً تاماً المصطلح أو الرمز الرياضي بما يجعل المصطلح مساوياً تماماً للعبارة التي تعرفه بطريقة تبادلية. إلا أن التعاريف "الأدبية" في العلوم التربوية والعلوم الاجتماعية هي في غالبها خواص مميزة ليست مانعة ولا جامعة. ومن ثم يمكن ان توجد لها صياغات متعددة تنعكس فيها خبرات شخصية ولغوية، وفيما يلي نعرض بعض التعاريف المتداولة:

مفهوم (Concept) : تكوين عقلي لخاصية مشتركة بين عدة مواقف يتم تجريدها دون ارتباط بأي من المواقف، ويتم التعبير عنها بلفظ او رمز، ومن أمثلتها: النقطة، التساوي، التوازي...

مهارة (skill) : أداء عقلي (أو عملي حركي) يتمثل في القيام باجراءات أو خوارزميات تستخدم في حل مسائل ومشكلات. وتعتبر المهارات هنا جزء من محتوى المادة. ومن أمثلتها جمع الأعداد، ضرب المصفوفات، إيجاد الجذر التربيعي، تحليل مقدار جبري، ايجاد تفاضل أو تكامل دالة، حل معادلة.

والمهارة في الرياضيات تختلف عن "المهارة" كمصطلح لغوي عام والذي يعني سلوكاً يتسم بالسرعة والدقة والاقتصاد في الوقت أثناء القيام بعمل ما، وهو ما يوجد أيضاً في قواميس للتربية، حيث السرعة والدقة والاقتصاد تعرِّف "الشطارة".

علاقة (Relation) : ترابط بين مفهومين أو أكثر. من أمثلتها:

قوانين المساحات، منطوقات النظريات باللفظ او بالرمز، متطابقات... وهناك بعض المفاهيم التي تعبر عن علاقات مثل "يساوي"، أكبر من....

بنية (Structure) : منظومة من العناصر والعلاقات التي تحكم التعامل بهذه العناصر، وقد تتضمن معرفات (تعاريف) ولا معرفات ومسلمات ومبرهنات (نظريات). من أمثلتها: الزمرة (Group)، الحقل (Field)، البنية الاقليدية في الهندسة أي منظومة الهندسة الاقليدية، فضاء المتجه (Vector Space) ...

وأيا كانت آراء البعض فيما قال به بياجيه، فان نتيجة التفاعل بين الطفل والبيئة المحسوسة، يبنى الطفل مفاهيم عن العدد والشكل والزمن... وينمي أشكالاً من التفكير التي تزيد من فرصه في الفهم وفي ايجاد معنى لما يشاهده او يتفاعل معه في البيئة التي يعيشها، وهو ما يوفر له اكبر قدر من التوازن والتكيف في علاقته بما حوله وبمن حوله متأثراً بالمزيد من الخبرات التي يمر بها.

ولا شك أن هناك مرحلة تسبق تكوين المفاهيم هي ما اطلق عليها بياجيه مرحلة ما قبل المفهوم "Pre-concept" وهي التي يبدأ فيها الطفل بأن يفرق بين الشيء وخواصه.

المفاهيم الرياضية هي أحد أنواع المفاهيم ومن ثم فإن نموها يتماشى مع نمو المفاهيم الأخرى. فلكي ينمو مفهوم العدد (الطبيعي) فإنه على الطفل ان يتحرك من المدركات الحسية (الأشياء التي في البيئة) والقيام بأفعال بها حتى يصل الى المفهوم الغير المرتبط بالأشياء نفسها ويتم ادخاله - ذاتياً - في العقل كفكر بالدرجة التي يمكن ان يتعامل به كشيء - كنشاطات ذهنية بحتة، قد يدعمه او يساعده العمل بالورقة والقلم او النقر على لوحة مفاتيح الحاسوب أو تنفيذ أوامر برمجية معينة.

وبصفة عامة يمكن القول أن استخدام الطفل للأشياء التي في بيئته هو استخدام لوسائط تعليمية هامة، كما وأن هناك حاجة لاستخدام وسائط موجهة مثل المعداد وما يسمى بالقطع التي تمثل الوحدات والعشرات والمئات او الألوان التي يرتبط كل لون فيها بإحدى المنازل (الوحدات، والعشرات والمئات....) وكذلك النماذج الهندسية والمحاكاة على الحاسوب .... لتنمية المفاهيم الرياضية.

وفي جميع الحالات فإنه من المهم التأكيد على الآتي:

(1) أن النشاط الذي يقوم به الطفل / المتعلم بالأشياء وهو يتناولها بحواسه ويتفاعل معها هو الذي تنمو من خلاله المفاهيم الرياضية.

(2) إن نمو المفهوم الرياضي لا بد وأن ينتقل من مرحلة المحسوس الى المجرد.

(3) العمل الرياضي هو بالدرجة الأولى عمل ذهني.

(4) إن تكنولوجيا الورقة والقلم (وتكنولوجيا الحسابات والحواسيب) هي عوامل مساعدة ومعينة وقد تكون منفذة لعمل رياضي هو اساساً نتاج فكر وإعمال عقل ايا كان مستواه.

(5) إن الطفل يحتاج إلى تعلم أشياء جديدة فهو - في معظم الحالات مثلاً - سريع التمييز بين الألوان وربطها بأشياء يراها في بيئته.

(6) إن ترتيب الأشياء هو عمل رياضي ينتج عن تفكير يقوم به الطفل ومن ثم فإن تشجيع الطفل على ترتيب كتب أو أشخاص... ينمي استعداداته الرياضية.

(7) يميل الطفل إلى استخدام الورقة والقلم، يحاول أن يرسم اشياء في ذهنه او اشياء يتخيلها وقد تبدأ محاولاته برسم خطوط عشوائية ومتقاطعة وتظليل اجزاء من ارضية الورقة، في مرحلة تالية يحاول رسم اوجه لأبيه وأمه واخوته. وإذا طلب منه رسم بعض الوجوه لأشخاص فمن المعتاد أن يرسم الوجه الأكبر للشخص الذي يهتم به فغالباً يرسم وجهاً لأمه أكبر من وجه أبيه لأنها الاكثر التصاقاً به وتلبية احتياجاته. من ناحية أخرى فإنه يرسمه بتوجه تولولوجي. فهو يرسم العين داخل منحنى مغلق وإذا رسم اليد فيرسمها خارج الوجه وملتصقة بالجسم. ومرحلة الطفولة مرحلة جيدة لاكتشاف بعض الاستعدادات الفطرية مثل الاهتمام بالرسم او سماع الموسيقى او الالتفات للصور المتحركة أو القدرة على العد او كتابة الحروف بطريقة معقولة.

صورة عامة عن مراحل النمو العقلي عند بياجيه والمفاهيم الرياضية المرتبطة بها

تشير العديد من الأدبيات الى ما قدمته نظرية بياجيه من أن الأطفال وهم يتفاعلون مع بيئآتهم الاجتماعية والفيزيقية يتقدم نموهم العقلي من خلال أربع مراحل متتالية كالآتي:

(1) المرحلة الحس حركية (وتقابل المرحلة العمرية: صفر --- سنتين)

وهي مرحلة قبل لفظية وقبل رمزية. ينمو الطفل عقلياً في هذه المرحلة من الحركات والانعكاسات العفوية إلى عادات مكتسبة والقيام ببعض الأفعال التي تدل على ذكاء.

(2) مرحلة ما قبل العمليات (وتقابل المرحلة العمرية : 2 - 7 سنوات)

تنمو في هذه المرحلة قدرة الطفل على استخدام الكلمات التي تعبر عن الأشياء ويبدأ في التعامل مع رموز وتمثيلات للعالم الذي حوله. ولا توجد في هذه المرحلة ما يدل على عمليات تمكنهم من التفكير المنطقي.

(3) مرحلة العمليات المحسوسة (وتقابل المرحلة العمرية : 7 - 12 سنة)

في هذه المرحلة ينمي الطفل التفكير المنطقي المبني جزئياً على التعامل المحسوس بالأشياء، وتكون عمليات التفكير عندهم قابلة للمعكوسية.

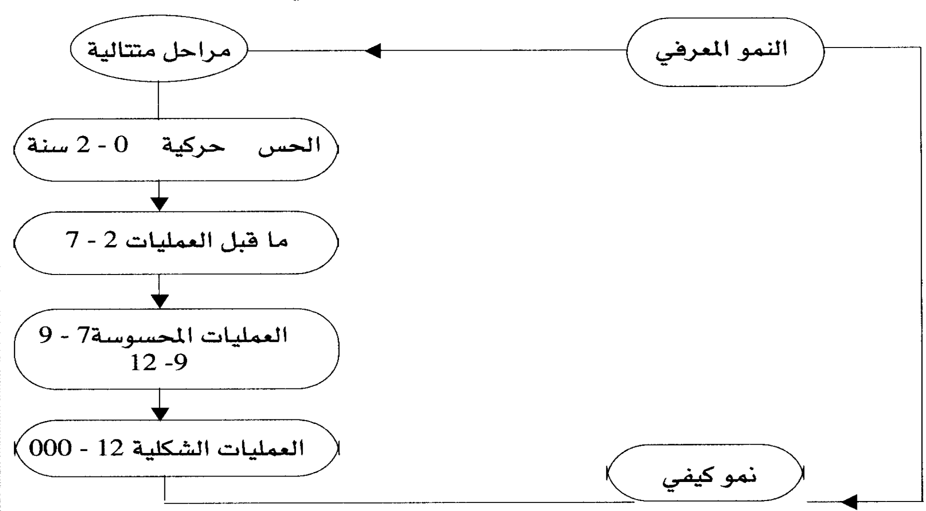
(مثل الابدال في △ + ▭ = ▭ + △)

(4) مرحلة العمليات الشكلية (وتبدأ مع سن 12 وما بعدها.......)

وفي هذه المرحلة يتعلم الأطفال الاستنتاج بطرق استنباطية وباستخدام الرموز والأفكار المجردة وتكون عمليات التفكير غير مرتبطة بالتعامل بالأشياء المحسوسة.

جدير بالاشارة هنا أن الاكاديمي السوفيتي (سابقاً) فايجوتسكي (Vygotsky) اشار الى ان بين هذه المراحل توجد منطقة اسماها منطقة النمو الوشيك (ZPD Zone of Prozimal Development) يمكن ان يتقدم فيها الطفل / المتعلم الى المرحلة العقلية التالية قبل وصوله الى مرحلتها العمرية التي قال بها بياجيه من خلال تدعيم (Scafolding) الطفل بدعامات من شخص اكثر قدرة وخبرة مثل المعلم (أو حالياً النظم الخبيرة المناسبة في الحاسوب) ومن خلال بيئة اجتماعية تتسم بالثراء المعرفي والفكري.

ويمكن تمثيل مراحل النمو المعرفي عند بياجيه بالمخطط التالي:



وفيما يلي مراحل مقترحة لتقديم بعض المفاهيم الرياضية في ضوء مراحل النمو المعرفي عند بياجيه (وليم عبيد وآخرون: طرق تدريس الرياضيات في المرحلة الابتدائية، وزارة التربية والتعليم، القاهرة).

مفاهيم رياضية	مرحلة قبل العمليات 7 - 4	مرحلة العمليات المحسوسة 9 - 7	12 - 9	مرحلة العمليات الشكلية 12-00
مبادىء الفراغ التوبولوجي	xx			
التصنيف البسيط	xx			
التسلسل والترتيب	xx	x		
ثبات العدد	xx			
ثبات الطول	xx	x		
ثبات المسافة	xx	x		
اتحاد المجموعات وجمع الأعداد		xx		
ضرب الاعداد		xx		
تصنيف متعدد		xx		
الانتقال		xx		
الابدل (مثل أ + ب = ب + أ)		xx		
الدمج (مثل أ (ب ح) = (أ ب) ح		Xx	x	
التوزيع (مثل أ (ب + ح) = أ ب + أ ح			xx	
الفراغ الإقليدي			xx	
احداثيات افقية ورأسية			xx	xx
الزمن		Xx	xx	xx
القياس (مساحة)			xx	
القياس (حجم)				xx
هندسة اسقاطية				xx
نسبة وتناسب		Xx	xx	xx
منطق شكلي				x
احتمال			xx	xx
برهان رياضي				xx

وبطبيعة الحال توجد فروق فردية، كما أن هناك اعتبار للتقدم الحادث في نظريات التعلم وما يمكن أن يتعلمه الشخص في عصر ملىء بالمعرفة والوسائط التكنولوجية الميسرة للتعلم وما تؤثر به بعض وسائل الإعلام على أطفال مفرطي القدرات العقلية والذين

حصلوا على درجات جامعية في سن صغيرة ولكن القضية الجزئية لا تصلح للحكم على القضية الكلية.

مستويات التفكير الهندسي عند فان هيل (Van Hiele)

قدم بييرفان هيل وزوجته دينا فان هيل ما يسمى بنظرية فان هيل والتي استندت الى دراستين لهما عن الصعوبات التي يواجهها التلاميذ في دراسة الهندسة (بألمانيا) حيث أشارت إلى أن التفكير الهندسي وتعلم الهندسة يسير في مستويات متتابعة تتضمن نمواً في طرق ونوعية التفكير وحيث لكل مستوى لغته ومصطلحاته التي يمكن استخدامها، وأن تعلم مستوى معين يتطلب تعلماً للمستوى السابق له وان الانتقال من مستوى لآخر يتطلب وقتاً لنضوجه قبل الانتقال الى المستوى التالي. وحذرت النظرية من أنه اذا كان المتعلم ما زال في مستوى معين وكان التدريس في مستوى أعلى (أي يتطلب مستوى اعلى) فانه لا يحدث تعلم ولكن من الممكن فقط ان المتعلم يستظهر المعلومات وقد يتذكرها ولكن دون فهم، ذلك أنه من وجهة نظر فان هيل - تنمو مستويات التفكير من خلال التعليم (والتعلم) وليس من خلال العمليات البيولوجية.

وقد صنف فان هيل مستويات التفكير إلى خمسة مستويات كالآتي... (Fuys, 1995):

❖ مستوى التعرف البصري (Visualization) (مستوى الصفر)

في هذا المستوى يتعلم الطفل الأسماء ويميز بين الأشكال ككيان متكامل دون ادراك لخواص الشكل فهو يدركها بصرياً. ولكن لا يدرك خواصها. يمكن للطفل في هذا المستوى ان يقوم بالآتي:

(أ) يتعرف على هيئة الشكل وهو في أوضاع مختلفة

(ب) ينسخ أو يرسم شكلاً

(ج) يسمي أشكالا بأسماء عامة (مثلاً المستطيل على شكل الباب).

(د) يميز بين الأشكال بحسب مظهرها ويصفها بالكلام.

(هـ) يتعرف على أجزاء شكل.

(و) ينظر لكل شكل على حدة بدون تعميم.

(ز) يميز بين شكل أضلاعه مستقيمة (مربع مثلاً) وشكل محيطه على شكل منحنيات ولكنه لا يميز بين الأشكال من نفس النوع.

❖ مستوى التحليل (Analysis) (المستوى 1)

في هذا المستوى يميز الطفل خواص الأشكال ولكن دون إدراك علاقات بين هذه الخواص. وهو أيضاً لا يمكنه فهم أو استيعاب التعاريف التي تعطى للأشكال. الشكل هنا بالنسبة له مجموعة من الخواص وليس مجرد هيئة أو صورة. ويمكن للطفل في هذا المستوى أن يقوم بالآتي:

(أ) يميز بين الأشكال بحسب خواصها ومكوناتها

(ب) يستخدم الفاظاً لفظية وكلامية

(جـ) يتعرف على شكل من خواصه ويختبرها بالقياس.

(د) يستخدم الخواص في رسم شكل.

(هـ) يعمم خواصاً على مجموعة من الأشكال (المربعات لها 4 أضلاع، 4 زوايا قائمة...)

(و) يحل بعض التمارين على خواص مثل مجموع قياسات زوايا المثلث

(ز) لا يرى حاجة لاثبات صحة الخواص التي يدركها فيكفي القياس مثلاً.

❖ مستوى الاستدلال بطرق غير شكلية (Informal) (المستوى 2)

في هذا المستوى يصنف الأشكال عن طريق خصائصها، ويدرك تعاريف مجردة ويستخدم ألفاظا لها طابع منطقي مثل "بعض"، "كل" ويمكنه ان يستدل على خاصية ما بدون حاجة لبرهان منطقي (مجموع الزوايا للشكل الرباعي 360° - يكفي الاستدلال على ذلك أنه مكون من مثلثين وكل مثلث مجموع زواياه 180°) ويمكن للطفل في هذا المستوى أن يقوم بالأتي:

(أ) يرتب أشكالاً هندسية في ضوء خواصها، ولكن دون الاستناد الى برهان منطقي.

(ب) يدرك الخصائص التي تكفي لتمييز شكل عن آخر.

(ج) يستنتج بعض خواص العلاقات مثل إذا كان أ = ب فان ب = أ

وأنه إذا كان أ = ب ، ب = ج فان أ = ج.

(د) يصل إلى نتائج من معطيات ويدلل على صحتها بطرق غير شكلية.

(هـ) يتابع برهانا منطقياً ولكنه لا يقيمه بنفسه.

(و) يدرك الفرق بين "نظرية" هندسية ومعكوسها ويشرحها بطرق غير شكلية.

(ز) لا يستطيع الربط بين مجموعة نظريات متعلقة بموضوع واحد.

❖ **مستوى الاستنباط الشكلي** (Formal Deduction) (المستوى 3)

في هذا المستوى يستطيع المتعلم أن يفكر نظرياً ويقيم براهين منطقية؛ ويدرك العلاقات بين الخواص كما يدرك أهمية الاستنتاج ذهنياً واستخلاص نتائج من خواص ومعطيات معطاة: ويمكن للمتعلم في هذا المستوى أن يقوم بالأتي:

(أ) يميز بين المصطلحات المعرفة والغير المعرفة؛ وبين العبارة التي تُقبل كمسلمة وتلك اللازم برهنتها (النظرية).

(ب) يُنتج تتابعاً من العبارة التي يستنتج فيها كل عبارة من السابقة لها وحتى يصل إلى نتيجة مطلوبة أو تساعد في الوصول الى المطلوب إثباته بالبرهان.

(ج) يدرك معنى الشرط اللازم والشرط الكافي (مثلاً : إذا كان "أ ب ج د" متوازي أضلاع فان أ ب // ج د. كون "أ ب ج د" متوازي اضلاع فهذا الشرط كاف لأن يكون أ ب // ج د. ولكن إذا كان أ ب // ج د فهذا شرط لازم ولكنه ليس كاف لأن يكون "أ ب ج د" متوازي أضلاع).

(د) يقيم برهاناً يستند إلى المنطق لإثبات صحة قضية ما.

(هـ) لا يدرك استقلالية مجموعة من المسلمات أو النظريات.

(و) يدرك خواص عامة تجمع بين مجموعة من الأشكال او مجموعة من النظريات.

❖ **مستوى الدقة البالغة** : (Rigorous) (المستوى 4)

في هذا المستوى يمكن للمتعلم المقارنة بين أنظمة هندسية مختلفة (هندسة اقليدية، هندسة غير اقليدية، هندسة محايدة لا تعتمد على مسلمة التوازي الأقليدية ولا على مسلمات التوازي اللاقليدية) ويكون المتعلم على وعي وفهم لدور المنطق والطرق المختلفة للبرهان وأسانيده في المنطق الشكلي مثل البرهان المباشر والغير المباشر وذلك الذي يعتمد على رفض التعارض ... .

ويمكن للمتعلم في هذا المستوى أن يقوم بالأتي:

(أ) ينشىء علاقات بين النظريات المختلفة.

(ب) يبرهن على بعض النظريات بعدة طرق (بحسب طبيعة النظرية)

مثل: البرهان المباشر من المعطيات الى المطلوب (بما أن .... أذن)،

البرهان باستنفاذ جميع الحالات (في المواقف محدودة الامكانات)،

رفض النقيض (إذا لم يكن المطلوب صحيحاً فأنه يؤدي الى تناقض).

(ج) يتعامل مع أنظمة هندسية محدودة العناصر (مثل هندسة الأربع فقط)

(د) يدرك اهمية استقلال المسلمات التي يبنى عليها نظام هندسي معين.

(هـ) يمكن إدراك اي تناقض أو عدم اتساق بين مجموعة من العبارات او الخصائص.

(و) يمكنه التعامل مع أشكال ثلاثية البعد بمعالجات نظرية.

ولا شك أن نظرية فان هيل تأثرت بنظرية بياجيه من حيث أن نمو التفكير يسير في مراحل متتالية ولكنها لم تحدد مراحل عمرية معينة مرتبطة بها. ولكنه يؤكد أنه لا يمكن العمل في إطار مستوى معين ما لم يكن قد تم نضوج التفكير بالنسبة للمستوى السابق له.

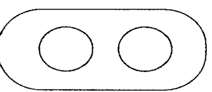
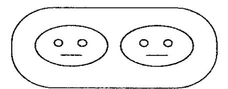
العدد في عالم الطفل

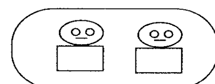
العدد شيء طبيعي في حياة الطفل منذ أن يبدأ حركته وتواصله مع البيئة التي حوله. فهو يدرك ان له اكثر من أخ واحد وعندما تعطيه قطعة حلوى يأخذها ويسعد إذا اعطيته قطعة ثانية يميز بين ان معه ثلاث لعبات بينما اخوه لديه لعبتان فقط... ولكنه بطبيعة الحال لا يعرف أسماء الأعداد ولكنه يستطيع أن يعرف أكثر أو أقل أو لا شيء. في البداية عندما يعلمه أحد أن يعد بالتتابع يستطيع ان يعد 1 , 2 , 3 ... ينطقها كأصوات ولكنه لا يربطها بمعان أو مدلولات. إذا كان حول المنضدة 6 كراسي ويبدأ يعد فانه قد يبدأ العد 3 , 1 , 2 ويصل الى عشرة قبل أن يصل إصبعه الذي يشير به على الكراسي الى الكرسي الأخير. عندما يكون معه 5 بليات مثلاً وتضعها على استقامة واحدة متجاورة عن قرب، ثم تضع 5 بليات أخرى بطريقة أكثر تباعداً او على شكل دائرة، فإنه يعتقد ان البليات المنتشرة أكثر عدداً من تلك المتقاربة.

يستطيع الطفل أن يدرك الشيء الواحد، ويستطيع أن يميز بين الشيء الواحد وغيره من "الكثرة" وهو ينتقل في اللعب من شيء واحد لآخر او اكثر من واحد بصورة تلقائية. وبالتدريج ينمو معنى العدد من خلال اللعب بمجموعات من الأشياء المجسمة، وبعد ذلك باستخدام صور وأشكال، ثم باستخدام رموز مرتبطة بالأشكال والمصورات، ثم ربط الرموز بأسماء منطوقة ولفظيات تكتب للتعبير عن الأعداد.

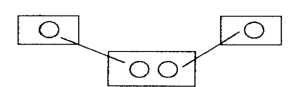
يصاحب كل ذلك تكوين حس "كمي" بالعدد في سياق اجتماعي او في سياق يلمسه الطفل مباشرة في حياته. ويمكن للأم أو المعلم ان تقوم بالآتي بالنسبة للعدد (2) على سبيل المثال:

- وضع مجموعات كل منها مكون من شيئين : برتقالتين، لعبتين... وأذكر اسم "اثنين" لكل مجموعة، ودع الطفل يردد هذه الكلمة.
- وضع مجموعات من الأشياء المجسمة بعضها بها "اثنين" وبعضها بها غير ذلك. ثم يطلب منه أن يشير إلى المجموعات التي بها "اثنين".
- يطلب من الطفل ان يرفع يديه الاثنين، وسؤاله كم يداً عندك؟
- يطلب من الطفل ان يذكر بعض أجزاء جسمه التي مكونه من "اثنين"... يدين، رجلين، عينين...
- إحضار بطاقات مرسوم على كل منها "شيئين" ويطلب منه ذكر ما تتشابه فيه هذه البطاقات (كل منها بها اثنين)

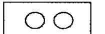





- إحضار بطاقات بعضها بها "شكلين" واخرى بها غير ذلك ويطلب من الطفل سحب البطاقات التي بها "شيئين"
- احضر صندوقاً به عدة لعب واطلب منه ان يخرج منه لعبتين.
- وضع بطاقات مرسوم داخل كل منها شيئين ويكتب مقابل كل منها الرمز "2"
- يطلب من الطفل أن يرسم الرمز "2" وأن ينطق المسمى "اثنان".
- محاورة الطفل حتى يدرك أن 2 عبارة عن وحدتين : 1 , 1



- يطلب (منه) أن يرتب بطاقتين بالشكل



وأن يدرك أن 2 اكثر من 1 ويدرك الترتيب الطبيعي : 1 , 2

- إدارة حوار (قد يكون مصحوباً بتمثيلات) مثل إذا أضيف 1 إلى 1 ماذا تحصل؟ إذا اخذنا 1 من 2 ماذا يتبقى؟

- التشجيع على أن يسأل الطفل بنفسه: 1 , 2 وماذا بعد؟...

الطفل يَعُد

بعد أن يدرك الطفل معنى العددين 1 , 2 فإننا نعلمه أن يعد 1 , 2 وأن يدرك ان 2 تلى 1 ونقدم له صفاً مثل ○○ ليعده 1 , 2 وأن يدرك أن كلمة 2 هنا تعني حجم كل ما قام بعده كذلك عندما يتعلم معنى العدد 3 وحجمه بعدة تمثيلات مثل ○○○

فإننا نعلمه العد من 1 إلى 3 في صف من البلى ثم من النقاط ○ ○ ○ (1 , 2 , 3) ويدرك أن الرمز 3 يدل على حجم كل ما قام بعده، وهكذا يسير في عملية العد،

1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 , 8 , 9 بحيث يربط بين رتبة العدد وحجم المجموعة التي يعدها.

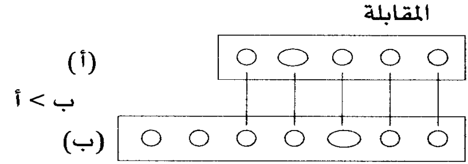
إن مشكلة العد التلقيني الآلي وعلى الأصابع هو الخلط بين عدد الرتبة وحجم العدد (العدد الكارديناني) فعندما يعد الطفل على أصابعه (خطأ) 1 , 2 , 3 , 4 , 5 ... فإنه يشير إلى الإصبع الثاني ويقول 2 وإلى الإصبع الثالث ويقول 3 وعلى الأم والمعلمة أن توضح ان 2 تعني كَمّ (تجمع) الاصبعين الأول والثاني... وهكذا.

إن التقدم الهام في نمو مفهوم العدد عند طفل ما قبل المدرسة أو في أول سلمها الصفي ليس فقط هو قدرته على العد بل قدرته على أن يستخدم عملية العد في التعرف على حجم المجموعات التي يعدها... وتعطى الفرصة للطفل أن يبني لنفسه عملية الربط (العقلي) مع الاستعانة بالربط الحسي بين أصوات العد وحجم المعدودات. وأن يدرك الترتيب الصحيح للأعداد (الطبيعية) بدءاً من الواحد.

يمكن للطفل في هذه المرحلة أن يقارن بين مجموعتين بطريقة أن يعد كلا منها، ثم يتأكد بطريقة المقابلة 1 - 1 (واحد مقابل واحد) أو بالعكس.

(أ)	(ب)	
○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○ ○ ○	
1 , 2 , 3 , 4 , 5	1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7	ب > أ
العدد 5	العدد 7	

المقابلة



من الأخطاء الشائعة التي يقع فيها الطفل في العد والتي يحتاج علاجها الى مراقبة الطفل (مراقبة رعوية وليست امتحانية):

(أ) عدم التحكم في عملية العد بمعنى عدم التحكم في أي الأشياء التي يعدها.

(ب) أن يعد نفس الشيء أكثر من مرة

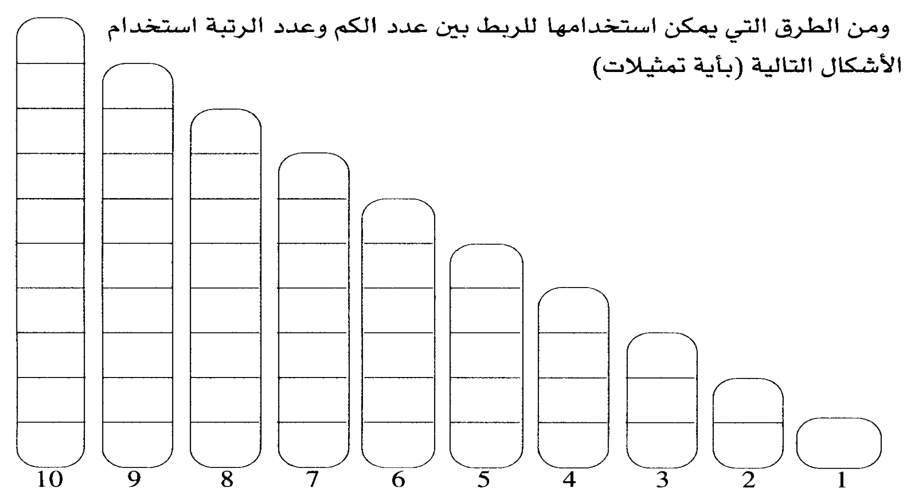
(ح) أن يعطي للشيء الواحد أكثر من عدد

(د) الخلط في الترتيب أثناء العد.

إن استخدام أشياء مجسمة في صف واحد، بحيث يمكن ازاحة الشيء الذي تم عده قد يساعد على تلافي بعض هذه الأخطاء.

ويؤكد بياجيه أن هناك حاجة لفهم وإدراك خاصتي الكم أو الحجم الذي يدل عليه العدد، (Cardinal Number) والرتبة التي تدل على موقع العدد في الترتيب الطبيعي (Ordinal Number) والربط بينهما لكي يتكون فهم لمعنى العدد الطبيعي ويتيسر استخدامه وتطبيقه.

ومن الطرق التي يمكن استخدامها للربط بين عدد الكم وعدد الرتبة استخدام الأشكال التالية (بأية تمثيلات)



الوعي بالمكان

عالم الطفل ملىء بالخبرات التي من خلالها ينمو مفهوم المكان ويزداد وعيه. فهو يعيش في مكان غرفة ، شقة، منزل، وينام على سرير يزحف ثم يمشي على الأرض، ينزل مع أمه أو أحد أفراد أسرته الى الشارع او الحديقة ويسمع ثم يلفظ "لغة" عن المكان: فوق، تحت، خلف، امام، قريب، بعيد، داخل ، خارج ، مفتوح، مغلق، واسع، ضيق، يلعب بكرة، بعلبة، بمكعبات... يطلب نفخ بالونة... يرسم بالقلم بعض الخطوط والأشكال كما يتصورها على ورقة... يستكشف الطفل أن هناك أشياء قريبة وأخرى بعيدة... وأنه إذا كان الباب مفتوحاً يستطيع أن يتحرك في "فضاء" أوسع... وعندما يشاهد صورة أو عندما تصل به القدرة إلى رسم وجه يدرك ان العين والأنف داخل "محيط" أو "دائرة" او "حدود" الوجه، وأنه عليه أن "يخرج" الأكل من "داخل" الطبق ليضعه في "داخل" فمه ليأكل...

أنشطة كثيرة ومتنوعة تسهم في تكوين مفهوم المكان. دراسات بياجيه وغيره تشير إلى أن الطفل يتعلم اولاً عن أشياء عامة في بيئته ثم عن خصائص "توبولوجية" للأشياء وبعد ذلك عن مقادير وقياسات عن أشياء وأشكال "إقليدية".

يرى بياجيه أن الطفل يكتسب صوراً عن المكان والعلاقات المكانية من خلال أنشطته عبر مراحل نموه العمري. ففي البداية تتكون المفاهيم الأولية من المدركات الحسية حيث يرى علاقة بين النشاط الذي يقوم به في إدراك أشكال مكانية وقدرة الطفل على تكوين صورة ذهنية لها. تتكون الأنشطة الحسية من خلال الاستكشافات عن طريق البصر وعن طريق اللمس. ولأن هذه الاستكشافات تكون غير منظمة وغير دقيقة، لهذا يرى بياجيه أن إدراكات الطفل للمكان تكون ادراكات "توبولوجية" بل إن بياجيه يرى أن الطفل الذي تقتصر قدراته على تصورات استاتيكية، لا يتكون عنده فكر هندسي متقدم حتى في مراحل نموه التالية: وكما هو الحال في نمو مفاهيم رياضية أخرى، فإن الأفعال التي تجرى على الأشياء وقدرة الطفل على بناء وتحريك الأشياء في أوضاع مختلفة هي التي تنمي لديه علاقات مكانية وهندسية أكثر تقدماً وتماسكاً.

وفي ضوء فكر بياجيه، فإن الأنشطة التالية تساعد في نمو المفاهيم المكانية:

(1) شجع الأطفال على البناء. إذا بنى طفل "منزلاً" من المكعبات، دعه يتحدث عنه أين سيكون مكانه؟ أين سيضع لعبه وما يخصه؟، أين إخوته... أبيه وأمه...؟

(2) وفر للطفل المواد التي يمكن أن يكون منها أشياء تهمه... قطع بلاستيك، أوراق مقواة، مكعبات، دمى لإنسان وحيوان...

(3) شجع الطفل على الحركة لإحضار أشياء بنفسه ولوضع أشياء في أماكن معينة في المنزل.

(4) دع الطفل يقوم بتمرينات رياضية.. ارفع ذراعيك، مد ذراعيك أماماً... جانباً... ارفع قدما واحدة... دربه على نزول السلالم وصعودها وأن يصف كيف ينزل أو يصعد.

(5) شجعه أن يكوّن مع إخوته أو أصدقائه دائرة مغلقة.. مفتوحة... متحركة... ساكنة...

(6) اطلب منه أن يرتب بعض الأشياء طبقاً لخاصة معينة... أن يضع بعض الأشياء قريبة من بعضها... بعيدة عن بعضها...

(7) شجع الطفل على أن يشاهد شيئاً ويرسمه... بعد ذلك يرسمه من جانب آخر أو بعد النظر إليه من أعلى.

(8) أعطِ الطفل صندوقاً من الورق المقوى ودعه "يفرد" أوجهه.

(9) كرر ذلك بأشكال على شكل اسطوانة... هرم...

(10) شجع الطفل أن يرسم شكلاً "مشابهاً" لشكل ترسمه أنت أو موجوداً في كتاب

(11) دع الطفل يقطع مجسماً على شكل اسطوانة ويلاحظ المقطع

12) كرر ذلك على أشكال أخرى... مقاطع "طولية" و "عرضية" قد تقوم أنت، المعلم أو احد أفراد الأسرة بعملية القطع.

إن التفكير في المكان ينمو عند الطفل بانتقاله من مرحلة التفكير التوبولوجي إلى مرحلة التفكير "الاقليدي" والذي يرى بياجيه أنه يتأتى عند الأطفال فيما بين سن الخامسة والسابعة فصاعداً. بمعنى أن الأطفال يكونون قادرين على إنتاج اشكالاً لا تتغير خصائصها حيث تبقي رؤوس الأشكال رؤوساً وأضلاعها اضلاعاً وقياساتها كما هي. ولا شك أن الانتقال من التفكير التوبولوجي الى التفكير الاقليدي لا يتأتى فجأة بل يستغرق وقتاً قدره البعض بعامين من المحاولة. يبدأ طفل هذه المرحلة بالقدرة على تسمية الأشكال تسميات صحيحة، مثل خط، مربع، مثلث، مستطيل، دائرة... قد يحدث لديهم خلط بين أشكال رباعية مثل المربع، المستطيل، المعين، متوازي الأضلاع... المرحلة التالية وهي أصعب هي رسم الأشكال، ولعل الاستعانة باللوحات المسمارية والخيوط البلاستيكية أو المطاطية تساعد على رسم أشكال "مستوية".

إطار (13) المفهوم التوبولوجي والمفهوم الإقليدي في الهندسة

المفهوم التوبولوجي:

التوبولوجي هو ببساطة دراسة الخواص والعلاقات المكانية التي تظل ثابتة (دون تغير) عندما يقع الشكل تحت تأثير "تشويه" يتسبب في فقدان خواصه القياسية مثل: قياس الطول والمساحة والحجم وقياس الزوايا... ولكن تبقى بعض الخواص ثابتة مثل علاقة الجوار والترتيب بين النقاط ومثل وقوع أي نقطة داخل او خارج محيط شكل معين. فمثلاً إذا رسمت شكلاً على قطعة مطاط، فإنه عند شد قطعة المطاط (دون قطعها) تتغير قياسات الشكل فمثلاً شكل المثلث أو المربع تتغير هيئته ولكنه يظل مجرد شكل مغلق، وكل النقاط التي داخله تظل بداخله فإذا كانت النقطة "و" مثلاً تقع بين نقطتين أ ، ب فإن هذه العلاقة تظل ثابتة رغم التغير الذي يحدث في المسافات بينها.

المفهوم الإقليدي:

تتمثل الخاصية الإقليدية في أنه إذا رسمت شكلاً على مسطح جاسيء (متماسك). فمهما حركته فإن كل خصائصه مثل الطول والمساحة وقياس الزوايا والاستقامة والترتيب والوقوع في الداخل أو الخارج أو الجوار تظل ثابتة بالإضافة الى هيئته. أي أن التغير في موقع الشكل لا يحدث تغيراً في أيٍ من قياساته أو هيئته. وبتعبير آخر يكون هناك تطابق تام بين الشكل في موقعه الأصلي وفي أي موقع آخر يجري تحويله إليه بالانتقال أو الدوران.

الوعي بالزمن

يدرك ويتعلم الطفل مفاهيم رياضية، كما وأنه يدرك ويتعلم مفاهيم "تطبيقية" مثل "الزمن" والذي يستخدم كثيراً في الرياضيات والعلوم. إن الوعي بالزمن أمر وعنصر هام عند الإنسان في كل مراحل عمره. الزمن يعني التطور ويعني التغير. بعض معلمي التاريخ كثيراً ما يدرسون التاريخ دون لفت إنتباه تلاميذهم - وربما في كتبهم - إلى أهمية الزمن وإلى أدوار الماضي والحاضر والمستقبل في سيرورة الأحداث ومصير الإنسان.

الطفل في سنواته الأولى يبدأ في تكوين حسي بالزمن من خلال نشاطاته العادية والأحداث التي يمر بها في حياته اليومية: فهو يتكون عنده بعض الإدراك الذي يحس به أو يعيه في تتابع بعض الأحداث، يستيقظ، تأتي إليه امه، تقدم له تغذية ما، والده يخرج من المنزل.. أخته تذهب إلى المدرسة... هو أيضاً يلاحظ أن التلفاز او الراديو يعمل بعض الوقت ثم يتوقف... المصباح يظل مضاء مدة متصلة ثم يتم إطفاؤه، يضغط على أزرار لعبته أو دميته فتعزف قطعة موسيقى لمدة معينة ثم تتوقف... يشعر بأن هناك "فترة" تمر بين خروج أبيه وعودته، وأن هناك "فترة" يشاهد فيها "الكارتون" ثم يمل... لا يوجد اتفاق تام عن السن الذي يبدأ فيه الطفل معرفة التوقيتات مثل الصباح والظهر والليل... في سن الرابعة عند البعض.... وفي سن السادسة يدرك معظم الأطفال العاديين أن اليوم هو السبت (مثلاً) وغداً الأحد وأن يوم الجمعة لا يذهبون فيه إلى المدرسة.

قد تجد أطفالاً في سن السابعة يدركون أن اليوم هو "السبت" (مثلاً) في عمان ولكنهم لا يدركون أنه "السبت" في اليرموك أيضاً يمكن للأسرة والمدرسة مساعدة الأطفال في تنمية كلمات خاصة بالزمن... الساعة، اليوم، الشهر، السنة. وأن يعرف الزمن بالساعات كاملة ثم بنصف الساعة وربع الساعة. يمكنهم شرح لماذا توجد "مؤشرات" في جهاز الساعة. يعودون التلاميذ على قراءة الساعة التقليدية وقراءة الساعة الرقمية.

ويرى بياجيه أن الأفكار الأولى للزمن تختلط عند الطفل بأفكاره عن المكان والتغيرات المكانية ثم يأخذ المفهوم صورة مستقلة مرتبطاً بالحركة والسرعة والتفكير الذهني الذي يتضمن تفكيراً "منطقياً".

يدرك كثير من المعلمين أن قراءة الطفل للساعة أو إجراء عمليات حسابية على وحدات الزمن لا يعني أن الطفل (وربما بعض الكبار) يدركون مفهوم الزمن إ إدراك مفهوم الزمن

يتوقف عليه مفاهيم أخرى في الفيزياء مثل السرعة والعجلة. وفي دراسة المعدلات في كثير من أوجه الحياة وأنشطتها الاجتماعية والاقتصادية.

أنشطة تساعد على تنمية مفهوم الزمن عند الطفل

يمكن للمعلم / المعلمة: تشجيع بعض الأنشطة لتنمية مفهوم الزمن عند الأطفال ومن بينها:

(1) ملاحظة أقل زمن وأطول زمن في:

(أ) العد من 1 الى 5 أو إلى ...

(ب) كتابة كلمة معينة على السبورة.

(ج) "نفخ" بالونة.

(2) ملاحظة ومقارنة زمن ذوبان قطعة سكر في كوب ماء بارد وآخر به ماء ساخن ... أو في كوب شاي.

(3) اقتراح "أدوات" أولية لقياس الزمن مثل ملاحظة:

(أ) علبة عصير مملوءة ومثقوبة من أسفل ويتسرب منها العصير / أو الماء.

(ب) استخدام عدة معلبات بعضها يستغرق 5 دقائق وآخر عشر دقائق... في تسرب سائل منها.

(ج) انتهاء قطع موسيقية مختلفة عن العزف.

(د) انتهاء بعض الأجهزة ذات الزمبرك من دوران الزمبرك او انقراطه.

(هـ) قضبان تثبت وتتحرك بشكل بندول.

(4) سقوط بعض الاشياء من أعلى لتسقط على الارض والمقارنة بين أزمنة وصولها للأرض مثل:

(أ) كرة خشبية وقطعة حديد.

(ب) قطعة معدنية وبالونة.

(5) ادارة مناقشة على كيفية عمل بعض أنواع الساعات من خلال ملاحظة: حركات البندول - نبض كهرباء - اهتزازات قطعة معدنية من نوع معين، توفير فرص وإمكانات للأطفال لكي يستمعوا الى دقات القلب او الحس بالنبض في أيديهم.

الفصل الثالث

طرق ومداخل في تعليم وتعلم الرياضيات

1- التدريس الفعال

2- تصنيفات لطرق التدريس
- كتنظيمات للعمل داخل الفصل
- كسلوكيات وأداءات للمعلم

3- مداخل لتدريس الرياضيات

4- التعلم: نظريات ومبادرات

5- استخدام التكنولوجيا في تعليم وتعلم الرياضيات
- التربية التكنولوجية
- استخدام الحاسوب
- استخدام الانترنت
- اخلاقيات استخدام التكنولوجيا

طرق ومداخل في تعليم وتعلم الرياضيات

التدريس الفعال

التدريس الفعال هونشاط تعليمي هادف تتم من خلاله توفير بيئات تعلم تكون بمثابة مزارع لتنمية الفكر باستخدام تنوع من الطرق والمداخل الجاذبة للتعلم في مناخ آمن يسوده العدل والاحترام لجميع التلاميذ.

بداية لا بد وان نؤكد انه لا توجد طريقة مثلى لتعليم الرياضيات والتي يكتسب من خلالها التلاميذ اكبر او أفضل قدر من التعلم. كما وأنه لا توجد طريقة تصلح لجميع التلاميذ ولا لجميع الموضوعات الرياضية. ومن ثم يمكن القول بأن أفضل طريقة هي الطريقة التي يوفر فيها المعلم بيئة تعلم تيسر تعلم تلاميذه للموضوع المستهدف تعلمه وفي السباق الاجتماعي والبيئة التي توجد فيها المدرسة وبأفضل استثمار للامكانات المتاحة من مصادر تعلم وتكنولوجيا تعليم... ولا شك أن كل ذلك لا بد وأن يكون في إطار من الأمانة والالتزام المعني والمبادرات الايجابية لتذليل العقبات وليس بالتماس الأعذار.

تقول نشرة لمديرية التعليم والتوظيف البريطانية DFEE عام 1998 انه على الذين يُمنحون شهادة "معلم مؤهل" ان يثبتوا – عند تقييمهم – أنهم:

(1) يستطيعون القيام بتدريس فعال لفصول كاملة (تعليم جمعي)، ولمجموعات صغيرة (تعليم تعاوني) ولأفراد (تعليم فردى) في داخل الفصل الكامل (العادي)

(2) يحققون الأهداف التربوية والتعليمية المتوقعة

(3) يحسنون استخدام الوقت المخصص والمتاح (لإنتاج أفضل عائد ممكن).

ومن اجل ذلك لا بد وان يكون للمعلم استراتيجية او خطة للسير في الدرس واضحة لكل ما يقوم به من أنشطة وتفاعلات والزمن التقريبي الذي يستغرقه فيها.

الإعداد لطريقة تدريس ناجحة:

يتضمن ذلك:

(1) تحديد المهام الرياضية التي ينوي المعلم تقديمها لتلاميذه وأن يوفر الظروف والمتطلبات التي تيسر تعلمها مثل: التهيئة، العرض القصير، الأسئلة المثيرة للتفكير، الأنشطة اثناء الحصة، الواجبات المنزلية، الأسئلة التقويمية القصيرة، الوسائط التي تستخدم، العمل الذهني، العمل بالورقة والقلم، العمل بآلة حاسبة، استخدام برمجية حاسبوية... وان

يكون كل ذلك واضحاً في ذهن المعلم وان يكون مستعدا له تخصصياً ونفسياً في سباق إعداده لدروسه.

(2) تحديد الدور الذي سيقوم به والأدوار التي سيقوم بها التلاميذ.

(3) يختار مصادر التعلم المتاح للتلاميذ استخدامها مثل كتاب المدرسة، أوراق توزع على التلاميذ، كراسات نشاط، الانتقال إلى المكتبة، الانتقال الى مختبر الحاسوب... الى مختبر الرياضيات... .

(4) الإعداد الواعي - بمرونة تتكيف بحسب طبيعة الموقف - لأن تشمل طريقة التدريس تنوعاً من الأنشطة يشمل:

(أ) حوارات ومناقشات بين المعلم والتلاميذ

(ب) حوارات ومناقشات بين التلاميذ وبعضهم البعض

(ج) أعمال يقوم بها التلاميذ فرادى قد تكون نظرية أو عملية

(د) عروضاً مباشرة يبلور فيها المعلم بعض المهارات أو القوانين التي تم شرحها، أو تصويباً لخطأ شائع وقد يكون ذلك باستخدام شفافيات أو عرضاً حاسوبياً (Power Point)

(هـ) تلخيصات لبعض ما قال به عدد من التلاميذ مثل اجابة عن سؤال أو حلا لمشكلة /مسألة

(و) أعمالاً استقصائية يقوم بها التلاميذ في مجموعات صغيرة.

(ز) تلخيصاً في نهاية الدرس لما تم

(ح) تقويماً متمثلاً في أسئلة قصيرة وبسيطة يجاب عليها داخل الفصل او في المنزل.

مهارات تدريسية عامة

إيا كانت الطريقة التي يستخدمها معلم الرياضيات - إضافة الى التمكن من مادة تخصصه - فانه لا بد وان يكون ممتلكاً لمهارات تدريسية عامة يمكن تفصيلها الى الآتي:

I - مهارات غير لفظية ومن أهمها:

(أ) حسن وسلامة استخدام الأجهزة والأدوات خاصة الأدوات الهندسية واستخدام جهاز عرض الشفافيات وأجهزة الحاسوب والآلة الحاسبة.

(ب) تنظيم السبورة وحسن استخدامها والكتابة عليها للمصطلحات والرموز والتمثيلات الرياضية بطريقة واضحة وسليمة.

(ج) المتابعة والتوجيه الصامت من خلال تعبيرات الوجه.

(د) الإيماءات والتلميحات.

(هـ) وضعية الجسم.

ولا بد من الإشارة هنا إلى الابتسامة والملاحظة بما يُشعِر الطفل بالأمن والأمان ويشجع رغبته الذاتية في التعلم.

2 - مهارات لفظية ومن أهمها:

(أ) وضوح المناقشات والتعليمات

(ب) إلقاء أسئلة تستثير التفكير وتشجيع تلقى أسئلة من التلاميذ

(ج) وضوح الشرح والابتعاد عن الغموض والترديد الآلي للمصطلحات

(د) حسن استخدام الصوت وتنويع النبرات الصوتية

ونود هنا التفوقة بين الإلقاء أو العرض المباشر وهو العمل الغير المستحب في طرق التدريس وبين الشرح الذي قد يكون جزءاً أو مكوناً من طرق التدريس الناجحة:

العرض المباشر يعني التحدث المباشر الى التلاميذ من وجهة نظر المعلم وإدراكه للموضوع او الخبرة الرياضية المستهدف أن يتعلمها التلاميذ. في معظم الحالات يتم ذلك انطلاقاً من رغبة ذاتية للمعلم في تقديم المهمة الرياضية متكاملة ومتماسكة وفي تسلسل منطقي من منظور البنية الرياضية البحتة. في العرض المباشر يتحدث المعلم الى التلاميذ ويفترض ان التلاميذ يستمعون ويفهمون او يستوعبون ما يقوله وانهم جالسون وكل حواسهم في حالة انتباه وتنبه واستعداد للتلقي المتصل، ذلك أن التفاعل في حالة العرض المباشر يكون في اتجاه واحد ... من المعلم الى الطفل.

الشرح، من ناحية أخرى، يكون نتيجة تساؤلات من التلاميذ، وقد يقع بين فترات ينشغل فيها التلاميذ فرادى او في مجموعات صغيرة ويتضمن تفاعلات وأخذا وعطاء مع التلاميذ مما يعني أن فهم التلاميذ ومواقفهم من الدرس والمادة موضع الدراسة هي العوامل الأقوى تأثيراً فيما يقوله المعلم. لذلك فانه في الشرح يكون كلام المعلم وسلوكه خاضعاً لفهم التلاميذ واستجابة لموقف معين يطلبه التلاميذ أو يشعر هو بأنهم يطلبونه منه.

وربما تتضح المايزة في القول بأنه في العرض المباشر يكون فهم التلاميذ تابعاً لما يقوله المعلم بينما في الشرح يكون قول المعلم تابعاً لفهم التلاميذ.

تصنيفات طرق التدريس

تتعدد تصنيفات طرق التدريس من حيث النظر اليها كطرق لتنظيم عملية التدريس، ومن حيث النظر إليها كسلوكيات واداءات يقوم بها المعلم بقيادة التلاميذ إلى التعلم وتوفير البيئة المناسبة لتيسير التعلم.

(1) طرق التدريس كتنظيمات للعمل داخل الفصل

- التعليم الجمعي: حيث يكون التدريس موجهاً لكل تلاميذ الفصل
- التعليم التعاوني: حيث ينقسم الفصل الى مجموعات يتعاون أفرادها في تعلم ما قصد لهم أن يتعلموه. ويسمى هذا التنظيم أحياناً التعليم لمجموعات صغيرة ويكون التعاون أو التعاضد هو سمة للتعلم فيما بين افراد المجموعة.
- التعليم الفردي: حيث يتعامل المعلم مع أفراد التلاميذ. الفرصة هنا تكون متاحة لتطويع محتوى التعلم وطريقة توصيلها بصورة اكبر وأفضل لحاجة التلميذ المتفردة وطريقة تفكيره وفهمه. وفي التعليم الفردي الارشادي فان التلميذ يتقدم تحت إرشاد ومتابعة المعلم. ويربط الكثيرون بين التعليم الفردي والتعلم الذاتي بما يعني ان التلميذ يعلم نفسه بنفسه.

وأياً كانت طريقة تنظيم الفصل، فإن التلميذ شخصيته متفردة وما لم يرغب بنفسه في أن يتعلم وان تكون له الدافعية والتحفيز للتعلم، فانه لن يتعلم.وكما أشرنا سابقاً فإنك تستطيع أن تجبر الحصان على الذهاب الى النهر ولكنك لن تستطيع ان تجبره على أن يشرب... وهكذا الحال في التعلم. فإنك تستطيع أن تجبر التلميذ أن يذهب إلى المدرسة ولكنك لا تستطيع أن تجبره على أن يتعلم ولكنك تستطيع أن تجذبه وتشوّقه ... لأن يتعلم.

وفيما يلي إرشادات لتعظيم الفائدة وتوسيع فرص التعلم من طرق التدريس المستندة الى تنظيم الفصل:

التعليم الجمعي

في هذا الإطار تكون المساحة التي يحتلها المعلم هي الأكبر ويكون العرض المباشر والشرح من قبل المعلم هو السائد. ولتحسين فرص التعلم من جانب التلميذ، نقدم الإرشادات التالية لكي يعمل المعلم في إطارها:

(1) تهيئة أذهان التلاميذ وإثارة انتباههم وإعطائهم فكرة عامة من مكونات الدرس وما هو متوقع منهم ان يتعلموه.

(2) ترتيب المعلومات ترتيباً يستطيع التلاميذ متابعته وإدراكه، وتقديمها بلغة واضحة وإسنادها على معلومات سبق أن عرفها وتعامل بها التلاميذ، مع التذكير بذلك إذا تطلب الأمر في البداية كنوع من ربط الدرس الجديد بما سبق دراسته خاصة ما يعتبر متطلبات سابقاً لما سيدرسه.

(3) عند تقديم قانون أو نظرية يكون البدء بأمثلة محسوسة أو عددية له ثم تعميم النتيجة بصورة قانون او منظومة نظرية.

(4) السماح بفترة للتساؤلات والنقاش بين الحين والآخر.

(5) التنويع في طرق العرض واستخدام وسائط تعليمية متعددة.

(6) مراعاة ان الفهم يسبق المهارة وأن الفهم يتطلب:

(أ) إعطاء امثلة ولا امثلة للمفهوم

(ب) التنبيه إلى المواقع التي يخطىء فيها عادة بعض التلاميذ او ما يسمى بالأخطاء الشائعة.

(ج) إعطاء تطبيقات بعضها مباشر للتعريف بكيفية تطبيق القانون وبعضها في سياقات اجتماعية والبعض الآخر في ترابطات مع ما يناسبها من مواد تعليمية أخرى يدرسها التلاميذ مثل العلوم.

مثال (1) مجموع متتالية من الأعداد الطبيعية

اليوم سنتعلم كيف نوجد مجموع "مجموعة" من الأعداد مثل

1 + 2 + 3 + 4 + 5 +...10: التفتوا إلى الحالات التالية

$3 = 2 + 1$

$6 = 3 + 2 + 1$

$10 = 4 + 3 + 2 + 1$

$? = 5 + 4 + 3 + 2 + 1$

- هل سنجمع واحدا بعد الأخر؟.... من الأفضل ان نضيف 5 إلى المجموع السابق

- لنستمر ... الجمع المتتالي عملية متعبة وإضافة العدد الأخير على المجموع السابق يتطلب السير خطوة خطوة.
- أحد علماء الرياضيات اسمه جاوس، كان في الفصل عندما طلب المعلم من التلاميذ أن يوجدوا مجموع 1 + 2 + 3 + ... + 10 ربما كان يريد ان "يلهى" التلاميذ بعمل حتى لا يسببون ضوضاء؟ في لحظة بسيطة أعطى جاوس الجواب الصحيح، (55) أليس كذلك؟ ترى ماذا فعل جاوس؟ هل من يقدم إجابة؟

لقد تلقى بعض إجابات. يبلور المعلم ما فعله جاوس

لاحظ جاوس أن:

لوحة أو شفافية

10 + 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1

كلا من أزواج الأعداد :

(10, 1), (9 , 2), (8 , 3) مجموعة 11

ولدينا 5 ازواج فيكون المجموع 55

=(5x11) الآن: فليجمع كل منكم بمفرده

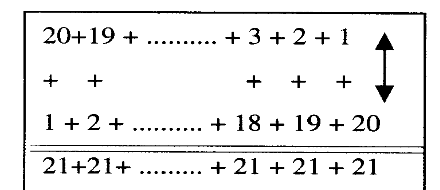
20 + ... + 3 + 2 + 1

- إذا لم تستطع بمفردك تعاون مع زميلك الذي يجلس بجوارك
- سؤال من تلميذ: كم زوجا من 1 إلى 20
- المعلم : حاول ان تستنتج بنفسك. وإذا لم تستطع اسأل زميلك
- بعد دقيقة او دقيقتين، المعلم: من وصل الى المجموع وكيف وصل؟
- تلميذ : 110 ، العشرة الأولى 55 والتالية 55 فيكون المجموع 110
- المعلم : هذا ليس صحيحاً لأن العشرة التالية ليست تكراراً للمجموعة الأولى
- المعلم : لدينا 10 أزواج وكل زوج مجموعه 21

إذن : المجموع 210

شكراً لمن وصل إلى هذه النتيجة

أما من لم يصل عليه ان يراجع خطواته



- تلميذ : كيف تتأكد من صحة النتيجة؟
- المعلم : إذا كان لدى احدكم آلة حاسبة فليجمعها عدداً بعد الأخر
- تلميذ : هل توجد طريقة أخرى؟
- المعلم : خذوا دقيقة للتفكير أو دقيقتين
- المعلم : بعد مناقشة قصيرة يعرض لوحة
- لعلكم لاحظتم إننا جمعنا مرتين ولكن مع إعادة الترتيب - من يلاحظ الإجابة؟
- تلميذ : المجموع مرتين = (21) مكرراً عشرين مرة = 21 x 20 = 240
- المعلم : المجموع مرة واحدة = 420 ÷ 2 = 210
- المعلم : واجب منزلي : أوجد مجموع 1 + 2 + 3 + ... + 100

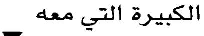
بطبيعة الحال يمكن أن يقدم مثل هذا التمرين للتعلم بطريقة الاكتشاف الموجه من المعلم، مع إعطاء فرص اكثر للتلاميذ للتفكير والبحث.

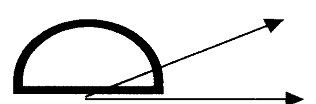
مثال (2) : استخدام المنقلة في إيجاد قياس زاوية

- المعلم : كلكم تعرفون المنقلة. إنها الأداة التي نقيس بها الزوايا (يعرض شكل المنقلة) ويطلب من التلاميذ إخراج مناقلهم إنها مدرجة إلى 180 قسماً من صفر إلى 180

وكل قسم يسمى درجة. والدرجة هي الوحدة التي نقيس بها الزوايا

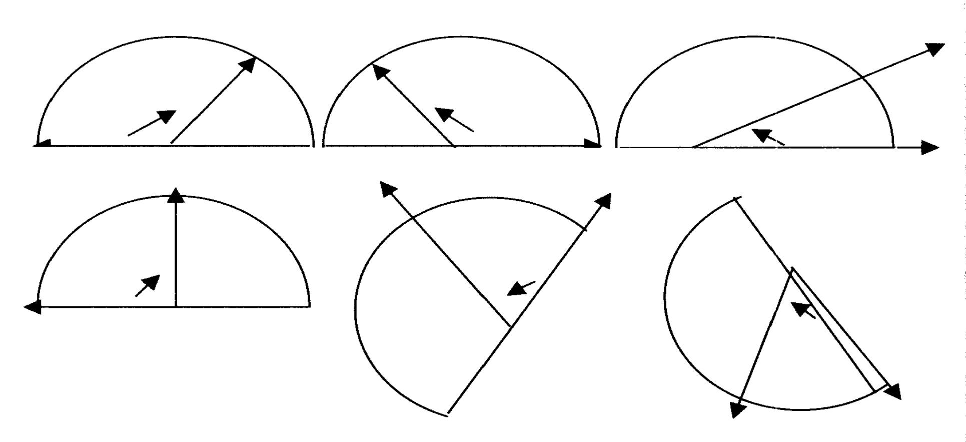
- تلميذ : إنها على شكل نصف دائرة
- المعلم : نعم. لأن الرياضيين اعتبروا أن مجموع كل الزوايا حول مركز الدائرة = 360
- المعلم : يرسم زاوية على السبورة ويطلب تلميذاً ليقيسها بالمنقلة الخشبية الكبيرة التي معه





يحاول التلميذ ويساعده المعلم ثم يشرح المعلم صراحة وبوضوح الطريقة الصحيحة لوضع المنقلة بالنسبة للزاوية المطلوب قياسها وكيفية قراءة القياس على تدريجات المنقلة.

- المعلم يرسم عدة زوايا بأوضاع مختلفة ويوضح كيفية وضع المنقلة لقياسها.



- يعرض المعلم شريط فيديو أو على شاشة كومبيوتر وبصورة بها حركة كيفية وضع المنقلة واجراء القياس في كل حالة وكل وضع ثم يعرض كيفية قياس زوايا داخل مثلث

- يطلب المعلم من التلاميذ أن يقيسوا زوايا مرسومة في الكتاب المدرسي أو مرسومة في ورقة وزعها عليهم مسبقاً وبعد فترة يناقش نتائج القياس معهم وينبه لما قد يحدث من أخطاء.

التعليم في مجموعات صغيرة والتعلم التعاوني

يقصد بذلك تقسيم تلاميذ الفصل إلى مجموعات صغيرة (4 - 5) بقصد أن يتم تعلمهم تعاونياً، بمعنى أن تتعاون المجموعة معاً في تعلم خبرة رياضية أو اكتساب مهارة أو الإجابة عن سؤال أو اكتشاف علاقة أو البرهنة على صحة نظرية... حيث يسهم كل فرد في المجموعة بما يمتلكه من قدرات أو بما يحتفظ به في مخزونه الذكروي من معلومات في التوصل إلى حل المشكلة المعروضة عليهم. ولعل الدعوة إلى ذلك هي استجابة لمطلب اجتماعي عام هو التدرب على العمل في فريق حيث يمكن أن يكون المنتَج أفضل اذا كان حصيلة عمل مجموعة متعاضدة يسهم كل فرد فيها تعاونياً وتكاملياً لتحقيق هدف محدد يخدم جميع أفراد المجموعة.

وقد جاءت فكرة التعليم والتعلم التعاوني نتيجة النقد الموجه الى التعليم الجمعي وصعوبة تحقيق التعليم الفردي.

أحد دعاة ومؤسس حركة "التعلم التعاوني"، روبرت سلافن (Robert Slavin) أنه بديل لتوزيع التلاميذ في فصول متجانسة (فصل للضعفاء وآخر للمتوسطين وثلاث للمتفوقين)... ووسيلة لدمج كل التلاميذ من جميع القدرات في فصل واحد، ولتحسين العلاقات الاثنية (اي العلاقات بين التلاميذ الذين ينتمون لجنس أو عنصر معين)، وحل مشكلات التلاميذ الذين يعانون صعوبات حادة في التعلم، وزيادة سلوك التقارب الاجتماعي بين الأطفال... إضافة الى انه طريقة للارتفاع بمستوى تحصيل كل التلاميذ. (Cooperative learning models... Educational leadership, Slavin R and Madden Nelal, 89/90 Dec - Jan.)

هناك عدة طرق تتكون بها المجموعات، ولكن المفترض ان يراعى فيها تعدد القدرات وتنوع الحالات الاجتماعية وبحيث لا يكون فيها أي نوع من العزل الاجتماعي او التشرذم (مثلاً مجموعة مشاغبين أو مجموعة من تصنيف معين...)

خصائص التعلم التعاوني

- يعتمد التعلم التعاوني على التفاعل الايجابي الذي يحدث بين أفراد المجموعة في ضوء مبدأ انهم جميعاً يعملون لتحقيق هدف مشترك. وعلى أن تحقيق هذا الهدف سوف يأتي بنتيجة لصالح المجموعة كلها، وأنه لا نجاح لأي من الأفراد إلا إذا نجحوا جميعاً. وفي نفس الوقت فانه يكون بين المجموعة نظام داخلي يتبنوه لأنفسهم لمحاسبة كل فرد في ضوء المهمة التي تكلف بها من المجموعة ولصالح المجموعة فلا يحدث تكاسل لفرد معتمدا على أن بقية المجموعة تعمل ولا أن يترك العمل لفرد واحد يقوم به ويختفي الباقون وراءه.
- إن العمل التعاوني يمكن أن يكون التنافس في إطاره بين المجموعات كما هو الحال في الفرق الرياضية المتنافسة في المباريات.
- إن العمل التعاوني يهدف إلى زيادة إنتاجية التلاميذ وفهمهم من خلال دعم كل منهم للآخر، كما يسهم في تكوين عادة اجتماعية جيدة مثل التآلف والتسامح واحترام رأي الآخر والاعتراف بالآخر.
- يتوقف طريقة تقسيم التلاميذ الى مجموعات على الهدف من المهمة التي سيقومون بها وطبيعتها والزمن المخصص لعملها. بصفة عامة العمل التعاوني يتطلب تواجد أفراد يكملون بعضهم بعضاً في القدرات والاداءات. ولكن قد تتطلب بعض الأعمال تكوين

مجموعة متجانسة. أحياناً يتم الاختيار عشوائياً وأحياناً يكون بطريقة مقصودة وأحياناً يترك لتفصيلات التلاميذ أنفسهم. دراية المعلم بتلاميذه وأهداف درسه يساعد على طريقة التقسيم الى مجموعات.

- قبل بدء العمل داخل المجموعة، تتفق المجموعة فيما بينها على دور كل منهم وعلى أن الجميع يشاركون في المناقشة والتفاعل بطريقة ايجابية. من بين الأدوار التي قد تتوزع على أفراد المجموعة – مثلاً – : مُنظِم للمناقشات، مُسجِل لما يدور للمناقشات وللنتائج التي يتم التوصل لها، مُعلِق ينظر بعين الناقد لما يقول به زميل ويحاول هو أن يتعاون مع غيره في تصحيح أية أخطاء أو مغالطات قد تقع. ولكننا لا ننصح هنا بتحويل "المجموعة" إلى مكتب حكومي بيروقراطي بل تكون المبادأة والمبادرة تأتي من داخل كل فرد وتَبنّى مفهوم المسؤولية الجماعية وعدم حساسية اي فرد تجاه فرد آخر والمهم في العمل الفريقي هو وضوح الهدف المرغوب التوصل إليه واقتناع كل فرد بذلك وبدوره في تحقيق الهدف الجماعي.

مثال (1) إيجاد عددين مختلفين بحيث يكون مجموعهما يساوي حاصل ضربهما

نفترض أن معلما يعطي تدريبات على حل المشكلات وأنه طلب من تلاميذ الفصل أن ينقسموا إلى مجموعات كل منها 4 تلاميذ.

إحدى المجموعات مكونة من: أحمد (أ) وباسم (ب) وجاسر (ج) ودريد (د) . وهم من قدرات ذكائية مختلفة وتحصيلهم في الرياضيات متنوع في ضوء نتائج سابقة لامتحاناتهم.

يمكن أن يسير العمل كالآتي:

(أ) يتولى تنظيم المناقشة (ويشارك فيها بطبيعة الحال).

(ب) يقرأ المشكلة قراءة جهرية.

(ج) ، (د) يقرآن المشكلة قراءة صامتة.

- اتفاق بين الجميع على تحديد المطلوب:

عددان س ، ص بحيث س + ص = س × ص

- مناقشة متبادلة

ماذا عن 2 , 2 : $2 + 2 = 2 \times 2$

، صفر ، صفر : صفر + صفر = صفر × صفر

- أحدهم : احترسوا : المطلوب عددين مختلفين.
- أحدهم : لا أعرف أن هناك عددين يكون المجموع يساوي حاصل الضرب مثلاً $7 \times 5 \neq 7 + 5$
- أحدهم : ما تقوله صحيح لأن حاصل الضرب يكون دائماً اكبر من المجموع.
- أحدهم : ها ها ألا تعرف ان $1 + 1 > 1 \times 1$ ؟
- .... : دعك من الواحد
- .... : ما رأيك في $1/2 + 1/4 > 1/2 \times 1/4$
- أحدهم : وجدتها! وجدتها... إنكم تتحدثون عن أعداد صحيحة السؤال لم يطلب أعداداً صحيحة - دعنا نفكر في الكسور.... أليست الكسور أعداداً.
- أحدهم : في الكسور المجموع اكبر من حاصل الضرب... جرب بنفسك يا أرشميدس عصرك!!
- أحدهم : حسنا دعنا نسأل المعلم.
- دريد : كلا ! كلا! نريد أن نحل المشكلة بأنفسنا.

المعلم يمر على المجموعة ويسألهم هل تريدون مساعدة - هل وصلتم للحل؟

- احمد : شكراً اعطنا فرصة لمزيد من التفكير.

ولكن نريد أن نتأكد من شيء . هل تعتبر الكسور أعداد؟

- المعلم : نعم ! نعم ! اعتقد إنكم ستصلون إلى حل.
- باسم: ما رأيكم في أن نجرب عددين احدهم صحيح والآخر كسر.
- جاسر : ليأخذ كل منا دقيقة ويفكر بمفرده.... حاولوا.
- الجميع : يبحثون عن طريق المحولة والخطأ.
- أحمد: سأحاول عدداً صحيحاً وآخر كسرا.
- الباقون : فكرة جميلة.
- دريد وجدتها! وجدتها!
- الباقون : كفى هلوسة وصياحاً.
- دريد : أؤكد لكم أني وجدت مثالاً.

- الباقون : أسعفنا
- دريد : 3 , 1 1/2
- الباقون : البينة على من ادعى
- دريد : 3 + 1 1/2 = 4 1/2 , 3 x 1 1/2 = 4 1/2
- الباقون : تصفيق وهتاف.... يعيش دريد
- المعلم : لا تسببوا إزعاجاً للمجموعات الأخرى
- احمد : لقد وجدنا حلا
- الباقون : انتظر يا أحمد لا تقول شيئاً للمعلم حتى نجد نحن أمثلة أخرى
- باسم : انني أحاول 4 , 1 1/2 إنها لا تصلح

  ها ها وجدتها 4 , 1 1/3

  4 + 1 1/3 = 5 1/3 = 16/3 , 4 x 1 1/3 = 4 x 4/3 = 16/3
- الباقون : براڤو باسم
- بعد دقيقتين : أحمد : وأنا وجدت مثالاً آخر 5 , 1 1/4 (5 , 1 1/4)

  ، جاسر : لقد فتحتم الطريق أمامي

  ماذا عن 6 , 1 1/5 .... إنها تصلح (6 , 1 1/5)
- أحمد يسجل كل هذه الأمثلة ويهنئون بعضهم بعضاً على إنهم فكروا معاً وتعاونوا فتوصلوا إلى الحل...

المعلم يهنىء المجموعة ويعلق النتيجة على بقية تلاميذ الصف.

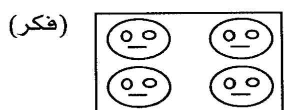
استراتيجية : فكر، زاوج، شارك

إحدى طرق التعلم التعاوني هي المسماة استراتيجية "فكر، زاوج، شارك" (Think, Pair, Share - TPS) والتي تسير كالأتي:

1) ينقسم التلاميذ إلى مجموعات بحيث تتكون كل مجموعة من أربعة أفراد، يجلس كل اثنين منهما قبالة بعضهما أو متجاورين.

2) يطرح المعلم سؤالاً أو يقدم مشكلة (مرتبطة بموضوع الدرس) ويطلب منهم العمل بحسب الخطوات التالية:

3) (أ) يفكر كل منهم بمفرده لفترة محددة لحل المشكلة (فكر)



(ب) يعمل كل فردين في المجموعة ما لحل المشكلة في ضوء ما قام به كل فرد في الخطوة السابقة. (زاوج)

(جـ) يشترك كل أفراد المجموعة الأربعة في الحل في ضوء ما توصل إليه الثنائي في الخطوة السابقة. (شارك)

4) يختار المعلم أحد التلاميذ من كل مجموعة ليمثلها في عرض ما توصلت إليه المجموعة.

وتساعد هذه "الاستراتيجية" على أنها توفر فرصاً للتفكير الفردي (دون مقاطعة أحد)، وعلى عرض كل فرد ما فكر به على زميل له، وعلى المشاركة التعاونية وعلى التعليم التبادلي بين الأقران كما أنها تضمن إسهاماً لكل تلاميذ الفصل في العمل، والتغلب على مشكلة أنه في كثير من الأحيان يقتصر التفاعل في الفصل على عدد قليل من التلاميذ الذين يكونون في العادة هم المتفوقون نسبياً والذين يعتمد عليهم المعلم في الحوار في معظم دروسه بينما تختلف غالبية التلاميذ - خجلاً أو وجلاً - عن المشاركة .

وإلى جانب أن النشاط الأكبر هنا يقوم به التلاميذ، إلا أن للمعلم دور أساسي يتمثل في الإعداد والتخطيط للعمل بهذه الاستراتيجية، وذلك قبل تنفيذها داخل الفصل، من حيث تصوره لطريقة تقسيم المجموعة وإعداد الأنشطة (الأسئلة والتمارين....) التي سيكلف التلاميذ بها. وفي أثناء الدرس يتابع عمل المجموعات ويرد على الاستفسارات ويستمع الى المناقشات داخل المجموعات، ويلاحظ أداء التلاميذ، ويعمل على تذليل أية صعوبات يواجهونها، ويقدم لهم تغذيات راجعة لما قد يشاهده عندهم أو ما يصلون إليه... كما ينظم عرض ممثلي المجموعات.... ثم ينتهي بتلخيص واضح لما تم التوصل إليه من إجابات عن أسئلة او حلول لمشكلات.

II- طرق التدريس كسلوكيات وأداءات يقوم بها المعلم

تحت مسميات مختلفة تتراوح هذه الطرق بين طريقتين أساسيتين:

(1) طريقة يقدم فيها المعلم المادة الرياضية جاهزة فيتناولها بعرض مباشر وشرح قد تتخلله وسائط تعليمية وتساؤلات متبادلة بينه وبين التلاميذ بقصد أن يتعلم الطالب من خلال الاستماع والتلقي للشرح والتوضيح والتفاعل المتبادل - في حالة توفره.

(2) طريقة يوفر فيها المعلم بيئة تعلم مناسبة أو يقود التلاميذ ليكتشفوا بأنفسهم الخبرة الرياضية سواء أكانت علاقة جبرية أو نظرية هندسية أو حل مشكلة.

وفيما يلي عرض لبعض هذه الطرق:

طريقة العرض المباشر

السمة الغالبة في هذه الطريقة هي أن المعلم هو العنصر الحاكم والمؤثر والمهيمن على سير الدرس في كل نشاطاته. وتتضمن هذه الأنشطة - في أحسن حالاتها - الأتي:

(1) التعريف بأهداف الدرس ومكوناته وما يتصل بها من أمثلة محلولة وتمارين تحل داخل الصف.

(2) تسمية المفاهيم والمهارات التي ستقدم.

(3) إعطاء التعاريف وقد تصاحب بشروح أو أمثلة توضيحية.

(4) تقديم المهارات والقوانين أو النظريات مع تقديم أمثلة توضيحية مباشرة.

(5) تقديم بعض العروض على شفافيات (أو من خلال بومجيات حاسوبية).

(6) إعطاء أمثلة يجري حلها على السبورة.

(7) إعطاء تمارين للحل كتدريبات للتلاميذ وهم في مقاعدهم.

(8) قد يتخلل ذلك أسئلة توضيحية وإجابة عن أسئلة من التلاميذ.

(9) قد يستدعى المعلم تلميذاً ليحل مسألة أو يعطي تخمينات لحل مشكلة.

(10) قد يعطي المعلم مسائل وأسئلة قصيرة لمعرفة مدى فهم التلاميذ لدرس.

(11) يحدد المعلم الواجبات المنزلية.

مثال:

المعلم : موضوع درس اليوم هو: "مجموع زوايا المثلث الداخلة يساوي 180° "

في هذا الدرس سنبرهن على ان مجموع زوايا المثلث الداخلة يساوي 180° وفي الحقيقة فانني سأثبت لكم ذلك بطريقة عملية وليس بالبرهان النظري، فالبرهان النظري ستأخذونه في مرحلة التالية:

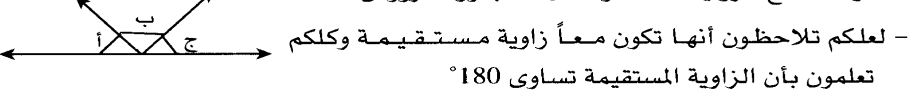
بعد ذلك سوف أسأل بعض الأسئلة وأعطي امثلة أحلها لكم على السبورة ثم أعطيكم تمارين تحلّونها في الصف وأخرى كواجب منزلي. وأرجو منكم الهدوء التام والاستماع لما سأعرضه عليكم

- المعلم يرسم مثلثاً على السبورة

يحدد المطلوب: إثبات ان قياس أ̂ + قياس ب̂ + قياس ج̂ = 180°

- يُخرِج المعلم - ويعرض امام التلاميذ - ورقة مقواة على شكل مثلث أ ب ج

- سوف اقطع الزوايا الثلاثة وأضعها متجاورة الرؤوس



- لعلكم تلاحظون أنها تكون معاً زاوية مستقيمة وكلكم تعلمون بأن الزاوية المستقيمة تساوي 180°

- حاولوا ان تعملوا ذلك بأنفسكم في المنزل لتتأكدوا من ذلك

المعلم : هل من سؤال؟

تلميذ : لماذا لا نقيس الزوايا بالمنقلة ونوجد مجموع القياسات

المعلم : هذا ممكن والمهم مراعاة الدقة في القياس

لاحظوا انكم إذا اتبعتم القياس ستجدون مجموع الزوايا حوالي 180° اي قد تكون اكثر او اقل قليلاً - هذا فقط بسبب طريقة وأدوات القياس.

- إليكم تمرينا سأحله لكم على السبورة

مثلث أ ب ج فيه قياس أ̂ = 70° ، قياس ب̂ = 80° ، فما قياس ج̂ ؟

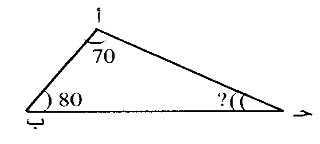
انتبهوا للحل ولاحظوا الرسم

قياس أ̂ + قياس ب̂ + قياس ج̂ = 180° لماذا ؟ (نظرية)

وبالتعويض

70° + 80° + قياس ج̂ = 180°

150° + قياس ج̂ = 180°



من يكمل؟

- أصوات بعض التلاميذ يكتب على أساسها المعلم

قياس ج = 180° - 150°

= 30°

- يقدم المعلم تمرينا ليحله التلاميذ وهم جالسون

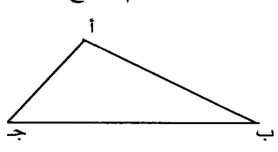
مثلث قائم الزاوية وإحدى زواياه قياسها 60° والأخرى قياسها 30° فما قياس الزاوية الثالثة؟

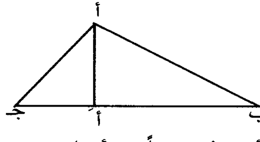
- التلاميذ يحاولون الحل وبعضهم يصل إلى النتيجة الصحيحة.

- المعلّم يشرح ويوضح أن قياس الزاوية = 90° الحل

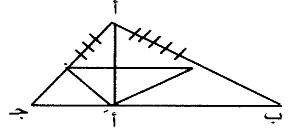
المعلم : الآن سأعرض لكم على الشاشة برمجية حاسوبية توضح ان مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة 180° .

يعرض المعلم تتابع الصور المتحركة في البرمجية.

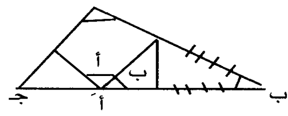




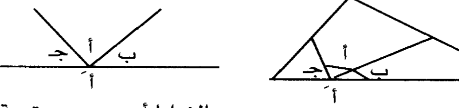
أسقط عموداً من أ على ب جـ



إطو الجزء الأعلى حتى تقع أ عند أَ



إطو الجزء الأيمن حتى تقع ب عند أَ



إطو الجزء الأيسر حتى تقع حـ عند أَ

الزوايا أ ، ب جـ مجتمعة تكون زاوية مستقيمة

- المعلم: حاولوا أن تقوموا بأنفسكم بإجراء هذه التجربة على ورقة مقواة على شكل مثلث

- إليكم سؤالان للتفكير:

* هل يمكن أن توجد زاويتان قائمتان في نفس المثلث؟

* مثلث به زاويتان قياسهما 25° , 35° فما نوع الزاوية الثالثة؟

☐ حادة ☐ قائمة ☐ منفرجة

- بعض التلاميذ يعطون إجابات خطأ والبعض الآخر يعطون إجابات صحيحة

- يناقش المعلم الإجابات الخطأ ويوضح صحة الإجابات الصحيحة (منفرجة)
- المعلم : الواجب المنزلي (البيتي) : الكتاب المدرسي صـ

: التمارين أرقام ....

والمطلوب ان يحل كل تلميذ 4 تمارين على الأقل.

طريقة الاكتشاف

طريقة – أو طرق – الاكتشاف هي أسلوب تتهيأ به بيئة تعلم تُمكِّن التلميذ من أن يعالج معلومات معطاة عن طريق تحليلها وإعادة تركيبها وإجراء تحويلات عليها للوصول الى معلومات جديدة أو اشتقاق علاقات بينها دون ان تكون معروفة له مسبقاً ودون ان يعطيها له المعلم أو الكتاب المدرسي مباشرة. السمة المميزة لهذه الطريقة هي ان الدور الحاكم والسائد هو دور التلميذ المتعلم وحيث يكون المعلم ميسراً لما قد يطلبه التلميذ من مصدر تعلم او توضيح معنى مصطلح ولكنه لا يعطي اجابات جاهزة لأسئلة بل تلميحات او تعزيزات لايجابيات يصل اليها التلميذ.

من أهداف الأخذ بطريقة الاكتشاف انها:

- تزيد قدرات التلاميذ على التحليل والتركيب
- تنمي مهارات الاستقصاء والبحث
- تحول دون أن يهاب التلاميذ مواجهة مواقف غير مألوفة
- تولد دافعية للعمل الفردي والتعلم الذاتي
- يزيد التعلم بالاكتشاف قدرة التلميذ على الاحتفاظ بما تعلمه وإحساسه بالملكية الشخصية لما اكتشفه بنفسه وبأن له معنى واضحاً في ذهنه لأنه حصيلة تفكيره وإعمال عقله.
- يزيد ثقة المتعلم بنفسه وقدرته على الاستمرار في التعلم.
- توصل التلميذ الى اكتشاف معين يعطيه اثابة داخلية حيث يشعر بامتنان وتثمين لقدراته.

هناك الاكتشاف الحر حيث يترك للتلميذ اكتشاف ما يستطيع ان يكتشفه وهناك الاكتشاف الموجه الذي يكون مخططاً له من قبل المعلم. وقد يكون ذلك من خلال إجابة عن سؤال او ايجاد علاقة معينة او استخلاص نمط المهم ألا يكون الاكتشاف أمراً قسرياً يجبر على عمله التلميذ ويتسبب في احباطه واحساسه بالفشل وعدم القدرة على النجاح. هناك أهمية لمراعاة التوقيت المناسب ونوعية الإرشادات والتلميحات التي تقدم والبعد عن الترهيب او ان يفقد التلميذ الثقة بنفسه.

مكتشفوا النظريات والقوانين كانوا ينشغلون دوما بقضية معينة ويفكرون تفكيراً منتجاً وكثيراً ما كانت تحدث عندهم ومضات فكرية تنير لهم الطريق إلى الحل أو التوصل لما يبحثون عنه... كما حدث مع أرشميدس وغيره...

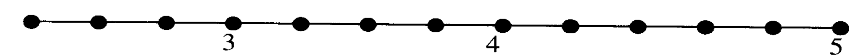
الاكتشاف عن طريق الاستقراء

الاستقراء (Induction) يعني الوصول الى تعميم من خلال استقصاء حالات خاصة. يلاحظ التلميذ خواصا مشتركة في الحالات الخاصة، يستخدم الحدس ويبحث عن نمط ويسأل نفسه.... وعندما يصل الى تعميم عليه أن يتأكد من صحته بتطبيقه على حالات خاصة جديدة....

وقد جاءت معظم الاكتشافات الرياضية من دراسة حالات خاصة والتأمل فيها وفي التساؤل عما إذا كانت الحالات الخاصة تعبر عن ظاهرة او علاقة عامة.

مثال (1) : اكتشاف حر

عندما زار فيثاغورس مصر وجد المصريين يحصلون على زاوية قائمة (لإنشاء اعمدة) بتكوين ثلاث مسافات في حبل وتثبيت وتد ثم تكوين أربع مسافات وتثبيت وتد ثم تكوين خمس مسافات وتثبيت وتد بعد ذلك يضمون هذه الأجزاء فتكون مثلثاً قائم الزاوية (جميع المسافات متساوية).



لعل فيثاغورس سأل نفسه كالاتي:

لماذا 3 , 4 , 5؟

هل لأنها أعداد متتالية؟

كلا، لأن 4 , 5 , 6 مثلاً لا تعطى مثلثا قائم الزاوية. بمحاولات متعددة تبين له أن المضاعفات (6 , 8 , 10) , (9 ,12 ,15) تصلح بالمحاولة والخطأ ثم التوصل الى أن (5 ,12 ,13) تعطى مثلثاً قائم الزاوية ومضاعفاتها (7 , 24 , 25) تعطى مثلثاً قائم الزاوية .... وأخيراً توصل الى نمط يسود العلاقة بين الأعداد في كل ثلاثية

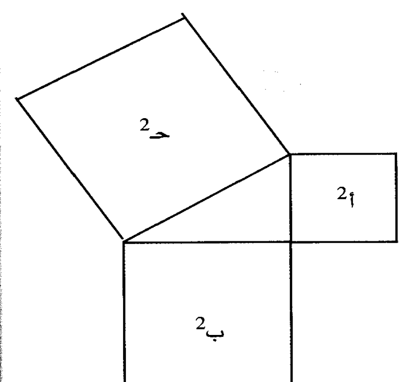
$(5)^2 = (4)^2 + (3)^2$

$(13)^2 = (12)^2 + (5)^2$

$(25)^2 = (24)^2 + (7)^2$

وهنا توصل الى التعميم الآتي بالنسبة لأطوال أضلاع المثلث:

"إذا كان مجموع مربعي طولي ضلعين يساوي مربع طول الضلع الثلاث فإن المثلث يكون قائم الزاوية".



ولأن الإغريق كانوا يهتمون بالهندسة فإن العلاقة تصبح بالصورة:

"إذا كان مجموع مساحتي المربعين المنشأين على ضلعين من أضلاع مثلث يساوي مساحة المربع المنشأ على الضلع الثلاث فإن المثلث يكون قائم الزاوية"

ومن ناحية أخرى:

فان العلاقة بين أطوال أضلاع المثلث القائم الزاوية تكون كالآتي:

"في المثلث القائم الزاوية يكون مجموع مساحتي المربعين المنشأين على ضلعي الزاوية القائمة يساوي مساحة المربع المنشأ على الوتر"

وتقدم هذه النظرية على انها نظرية فيثاغورس ويعطى التعميم السابق على أنه عكس نظرية فيثاغورس.

مثال (2) اكتشاف موجه

ابحث كيف توجد قاعدة عامة لإيجاد مجموع الأعداد الفردية المتتالية 1 + 3 + 5 + 7 + ... الى ن من الحدود

توجيه :

المعلم : ابدأ بحالات خاصة بسيطة

التلاميذ : 1 + 3 = 4

1 + 3 + 5 = 9

1 + 3 + 5 + 7 = 16

1 + 3 + 5 + 7 + 9 + = 25

المعلم : ماذا تلاحظ عن النواتج؟

تلميذ: أعداد زوجية

تلميذ آخر : هذا ليس صحيحاً، لاحظ 9 , 25

المعلم : المزيد من التفكير أيها المبدعون

تلميذ : انها مربعات كاملة

المعلم : لماذا

تلميذ : لأن $4 = (2)^2 ,9 = (3)^2 , 16 = (4)^2, 25 = (5)^2$

المعلم : هذا عظيم، اكتبوا الاعداد ومجاميعها بصورة المربعات

التلاميذ : $3 + 1 \quad (2)^2 =$

$5 + 3 + 1 \quad (3)^2 =$

$7 + 5 + 3 + 1 \quad (5)^2 =$

$(5)^2 = 9 + 7 + 5 + 3 + 1$

المعلم : ماذا تتوقعون أن يكون 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11؟ بدون جمع

تلاميذ : $(6)^2 = 11 + 9 + 7 + 5 + 3 + 1$

المعلم : كيف توصلتم الى ذلك؟

تلاميذ : المجموع يسير بالترتيب $^2(2)$, $^2(3)$, $^2(4)$, $^2(5)$ فلا بد أن المجموع التالي $^2(6)$

المعلم : ملاحظتكم جيدة ولكن يمكن ان تلاحظوا شيئاً اعمق ابحثوا

$19 + 17 + 15 + 13 + 11 + 9 + 7 + 5 + 3 + 1$

تلاميذ : بدون جمع

المعلم : نعم – ارجعوا مرة ثانية وفكروا في المجاميع السابقة وعلاقتها بالأعداد التي تم جمعها – ومعكم 3 دقائق للتفكير

تلميذ (بعد دقيقتين): ألاحظ أن:

$1 + 3 = (2)^2$ اي مربع العددين الموجودين

$1 + 3 + 5 = (3)^2$ اي مربع الثلاثة أعداد التي تم جمعها

وهكذا ...

فهل يمكن ان يكون 1 + 3 + ... + 19 يساوي مربع عددها؟

المعلم : نعم إنها عشرة أعداد ومجموعها فعلاً 100 = $(10)^2$

المعلم : خذوا مجموعة أخرى من الأعداد مثل

1 + 3 + 5 .... + 31 وتحققوا مما توصل اليه بعضكم

تلاميذ: كيف نعرف عددها بدون أن نعدها؟

المعلم : ادرسوا الحالات البسيطة

تلميذ : عدد الأعداد = $\frac{\text{العدد الأخير} + 1}{2}$

المعلم : حسناً جداً

الآن : أوجدوا 1 + 3 + 5 + ... + 99

تلاميذ : عددها = $\frac{1 + 99}{2}$ = 50

المجموع = $(50)^2$

المعلم : رائع جداً ...... عندي تلاميذ لهم مستقبل عظيم.

الآن : هل من قاعدة عامة؟

التلاميذ : 1+ 3 + ... الى ن من الحدود = $(ن)^2$

المعلم : تحققوا من المجموع

1 + 3 + 5 + ... + 49

تلاميذ: المجموع = $(25)^2$ = 625 وقد تحققنا من صحة ذلك بالآلة الحاسبة.

المعلم : شكراً.

تلميذ : هل هناك قانون عام لايجاد مجموع الاعداد الزوجية 2 + 4 + 6 + 8 + ... ؟

المعلم : هذا سؤال جيد. عليك ان تبحثه وتأتي لنا بنتيجة

ويمكنك ان تعمل مع فريق من زملائك.

الاكتشاف عن طريق الاستنباط (Deduction)

الاستنباط هو توظيف مبادىء المنطق للوصول الى تعميمات والتي منها تستخلص حالات خاصة وتطبيقات لها. فنظريات الهندسة الاقليدية اشتقت (اكتشفت) من مجموعة المسلمات التي وضعت مسبقاً. واستناداً لهذه النظريات تكتشف نتائج ونظريات أخرى، كما

يتم البرهنة على صحة تمارين نظرية. المهم أنه عند التوصل الى استكشاف عن طريق الاستقراء فإنه يظل فرضاً او تعميماً محتملاً ولا يُقبل رياضياً كنظرية إلا بعد استنباطه منطقياً ومن ثم فإن الاستقراء والاستنباط معاً هما اللذان يؤديان الى ثبات ومصداقية التعميم الذي يتم اكتشافه. وقد يختلف الأمر بعض الشيء في العلوم (فيزياء وكيمياء) حيث يتم الاكتشاف عن طريق التجارب ويجري التحقق منها بما يسمى التجارب التأكيدية. كذلك في الإحصاء فإن الدراسات الميدانية الكمية وتحليلها باختبارات احصائية هو الذي يؤدي الى اكتشاف ظواهر.... ولكنها تكون دائماً بصورة احتمالية وليست مؤكدة 100%،

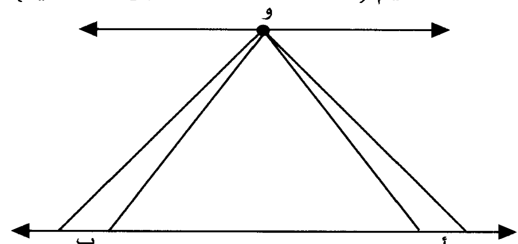
مثال (3):

هل عدد المستقيمات التي تمر بنقطة خارج مستقيم تساوي أو أكبر من أو اقل من عدد النقط التي تنتمي للخط المستقيم؟

دعنا نبحث الأمر:

- ليكن $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ مستقيماً، نقطة "و" تقع خارجه.
- بحسب مسلمة اقليدس فانه يوجد مستقيم واحد وواحد فقط يمر بأي نقطتين
- إذن يمر بنقطة (و) عدد يساوي (بمعنى 1-1) عدد النقاط التي تنتمي للخط المستقيم (1)
- ومن المسلمة الخامسة لإقليدس يوجد مستقيم واحد وواحد فقط يمر بنقطة ويوازي المستقيم $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ ، أي أنه يوجد مستقيم إضافي لا يمر بأي من نقط $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ (2)

من (1)، (2) يتبين أن نقطة (و) يمر بها عدد من المستقيمات أكبر بواحد عن عدد النقاط التي تنتمي للخط المستقيم (نلاحظ هنا ان العددين لا نهائيين).



(رسمنا هنا أجزاء من بعض المستقيمات المارة بنقطة و)

ويعني ذلك أنه إذا اعتبرنا أن عدد النقاط التي تقع على $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ هو العدد اللانهائي أ (ينطق ألف نُتْ فإن عدد المستقيمات التي تمر بالنقطة و (خارج $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$) هو العدد اللانهائي (أ + 1).

استخدام الألعاب كطريقة في تدريس الرياضيات

اللعبة التعليمية عبارة عن نشاط هادف محكوم بقواعد معينة يمكن أن يتنافس فيه عدة أفراد. وتستخدم الألعاب كطريقة - أو كنشاط مكمل لطرق اخرى - في تدريس الرياضيات وتيسير تعلمها خاصة في المراحل الأولى من التعليم والتعلم.

لا تقتصر أهداف استخدام الألعاب على الجانب الوجداني من حيث إحساس التلميذ بنوع من المتعة في العمل الذي يتضمن (أو ينتج عنه) فهما لافكار رياضية مما يزيد من دافعيته وميله لتعلم الرياضيات، كما تساعد تنمية قيم اتخاذ المبادرة والتنافس البريء والنشاط الذي يجمع بين التنافس والتعاون بتوازن تحكمه قواعد اللعبة. التلميذ يمكنه أن يكتسب جوانب معرفية ومهارية من خلال المشاركة في ألعاب رياضياتية هادفة. يمكن أن يتعلم التلميذ مهارات التخطيط والتفكير المسبق للعمل واتخاذ قرار وحل مشكلات والتعلم من الخطأ. وجاءت ألعاب الفيديو والحاسوب لتقدم ثراء في مجال الألعاب التربوية الهادفة. المهم هنا هو حسن الاختيار من جانب المعلم بحيث لا تكون اللعبة مجرد نشاط ترويحي أو مجرد تنافس بين الفوز والخسارة وبما قد يؤدي الى نوع من التوتر أو الإحباط يضيع الهدف التعليمي بسببه. من المهم أيضاً التأكيد بأن استخدام الألعاب لا يقتصر تطبيقه على تلاميذ ضعفاء او بطيىء التعلم - وان كان يصلح احياناً كأحد طرق العلاج بل أنه صالح لجميع مستويات التلاميذ.

الاستخدام الجيد للألعاب

لكي يكون استخدام الألعاب لأهداف تربوية وتعليمية ينبغي:

(1) أن يتفق مع أهداف الدرس، ومع مستوى التلاميذ.

(2) أن تكون قواعد اللعبة واضحة، ويستطيع كل لاعب أن يعبر عنها بوضوح يدل على فهمه لها.

(3) ألا يكون النشاط فيها معيقاً للنظام أو معيقاً لبيئة منتجة للتعلم داخل الفصل.

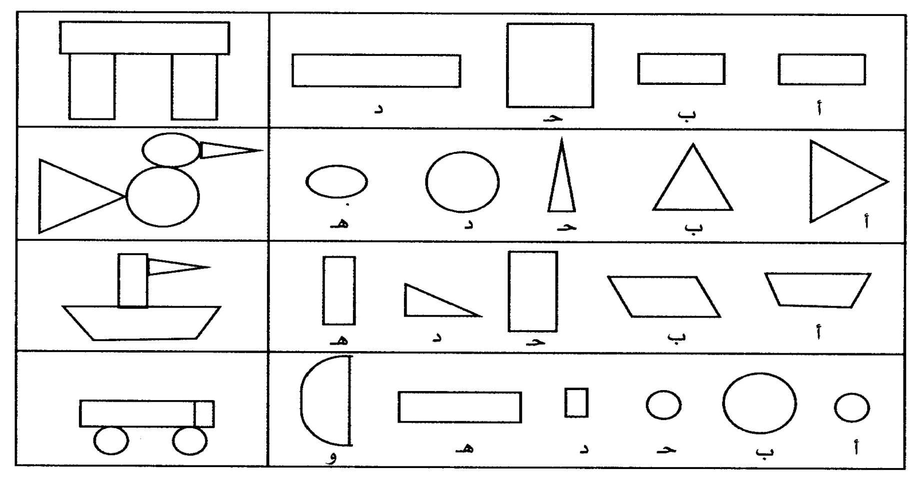
(4) أن يتم تقويم نتائج اللعبة فيما يتعلق بمدى إسهامها في تحقيق أهداف الدرس. على أن يوضع في الاعتبار تقويم التلاميذ لها.

مثال (1) : لعبة لتنمية التفكير البصري

- أمامك مجموعة من الأشكال على اليمين. كل هذه الأشكال ما عدا واحداً يمكن أن تضم معاً لتكوين الشكل الذي في اليسار، والمطلوب

(أ) حوِّط حول الحرف الذي يعبر عن الشكل الذي لا تستخدمه.

(ب) ضع الحروف الدالة على الأشكال التي تستخدمها في الشكل الكلي

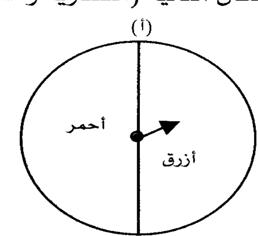


- ❖ يمكن اضافة اشكال أخرى.
- ❖ يمكن أن تصنع الأشياء من ورق مقوى أو بلاستيك ويطلب تكوين الشكل المركب.
- ❖ يمكن أن يتوزع العمل على مجموعة صغيرة.
- ❖ يمكن أن توزع ورقة بكل الأشكال (ويحدد زمن) على كل أفراد الفصل وتحدث مسابقة ويحدد الفائز بأكبر عدد من النجاحات.
- ❖ يمكن أن تعرض الأشكال بواسطة شفافيات.

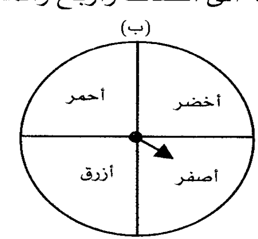
مثال (2) : لعبة لتنمية التفكير الاحتمالي.

- استخدم قطع بلاستيك مثبت في مركزها مؤشر دوار ومقسمة وملونة كما في الأشكال التالية (متساوية ومقسمة الى أنصاف وأرباع وأثمان)

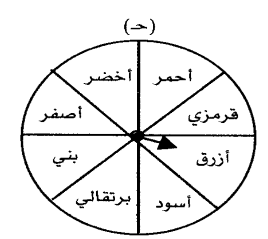
(أ)



(ب)



(حـ)



- كل تلميذين يعملان معا

❖ المطلوب الاجابة عن الأسئلة التالية نظرياً ثم تجربتها عملياً ومقارنة نتائج التفكير النظري الحدسي مع نتائج التجربة العملية.

(1) رامي وكريم أدارا المؤشر (100) مرة. في (25) مرة توقف المؤشر عند اللون الأحمر. في أي المؤشرات هناك فرصة أن يحدث ذلك؟

(2) اعاد الصديقان العمل (100 مرة) فتوقف المؤشر (15) مرة عند اللون القرمزي. في أي المؤشرات توجد فرصة لأن يحدث ذلك؟

(3) أعاد الصديقان العمل (100 مرة) وتوقف المؤشر (10) مرات عند اللون الأزرق. في أي المؤشرات هناك فرصة لأن يحدث ذلك؟

(4) أعاد الصديقان العمل (100 مرة) توقف المؤشر 54 مرة عند اللون الأحمر. في أي المؤشرات توجد فرصة لحدوث ذلك؟

- بعد أن يجيب التلاميذ يمكن أن ينقسم الفصل إلى مجموعات ثنائية وتجرى كل مجموعة التجربة وتسجل النتائج وتتم مقارنتها مع ما قال به افراد تلاميذ الفصل نظرياً وسبق تسجيله.

- في هذا الدرس يمكن أن يسأل المعلم أولاً عن مساحة المنطقة الخاصة بكل لون وفي كل حالة ويعبرون عن مساحة كل منطقة على صورة كسر عادي.

[اجابات نظرية : 1 - ب ، 2 - ج ، 3 - ج ، 4 - أ])

- يجري بعد ذلك مناقشة فكرة الاحتمال ومقارنة الاجابات النظرية مع غالبية أو متوسط النتائج التجريبية.

مثال (3) : لعبة لتنمية التفكير المنطقي والتفسير الإجرائي للمعلومات.

❖ يقسم تلاميذ الفصل الى مجموعات صغيرة وتعرض عليهم اللعبة التالية وتحدد جوائز للمجموعة الفائزة، بعد أن تعرض كل مجموعة نتائجها على لوحة واضحة وشرح كيفية الوصول الى الحل.

❖ **اللعبة :**

تسابقت (8) فرق للفوز بكأس كرة اليد . أجريت (7) مباريات في (3) جولات: بحسب المعلومات التالية:

I - أسماء الفرق:

1- الأسود (أ)

2 - الأبطال (ب)

3 - الشجعان (جـ)

4 - الدبابير (د)

5 - الأهلاوية (هـ)

6 - الوطاويط (و)

7 - الزمالكاوية (ز)

8 - الحرافيش (ح)

II نتائج المباريات كانت كالآتي:

❖ الجولة الأولى (4 مباريات) بالترتيب التالي:

الأسود تغلبوا على الأبطال، الشجعان فازوا على الدبابير، الأهلاوية خسروا أمام الوطاويط، الزمالكاوية سجلوا نقاطاً اكثر من الحرافيش

❖ الجولة الثانية (مباريتان) بالترتيب التالي:

الفائز في المباراة الثانية فاز على الفائز في المباراة الأولى، الفائز في المباراة الرابعة خسر أمام الفائز في المباراة الثالثة.

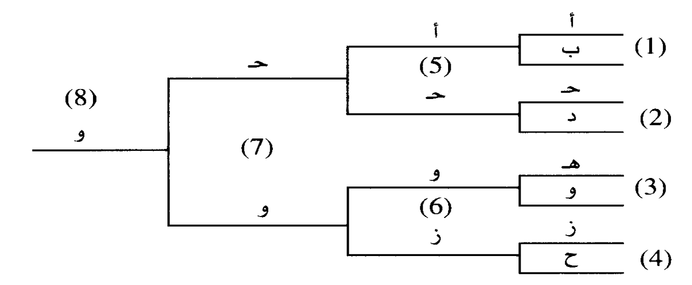
❖ الجولة الثالثة (مباراة واحدة)

الفائز في المباراة الخامسة خسر أمام الفائز في المباراة السادسة

والآن: مَثِّل ذلك بشجرة بيانية وحدد الفائز بالكأس

إرشاد

❖ وسنورد فيما يلي نموذجاً للحل



الفائز بالكأس هو فريق الوطاويط (و).

- يشرح المعلم في النهاية تسلسل الأحداث وكيفية تنظيم المعلومات لتيسير الحل عن طريق استخلاص نتائج أولية تؤدي الى نتائج تالية. ويمكن لبعض التلاميذ الحل بمخططات توضيحية أخرى.
- يمكن اجراء هذه اللعبة بصورة أخرى تتم داخل الفصل كالآتي:

يضع المعلم 7 تمارين رياضيات ويختار ثمانية تلاميذ يمثلون ثمان مجموعات ينقسم إليها تلاميذ الفصل

- ❖ تلميذان أ ، ب كل منهما يحل المسألة (1) على حدة ويحدد الحاصل على أعلى درجة
- ❖ في نفس الوقت يحل التلميذان (جـ ، د) المسألة (2) ويحدد الحاصل على أعلى درجة
- ❖ ويتكرر الأمر مع التلميذين (هـ ، و) ، (ز ، ح)
- ❖ تعطي المسألة رقم (5) للفائزين في المسألتين (1 , 2) ويحدد الحاصل على أعلى درجة
- ❖ تعطي المسألة رقم (6) للفائزين في المسألتين (3 , 4) ويحدد الحاصل على أعلى درجة
- ❖ تعطي المسألة (7) للفائزين في الحالتين (1 , 2) , (3 , 4) وبذلك يحدد الفائز النهائي. إذا تساوى متباريان في نفس الدرجة يتم اختيار احدهما بالقرعة.

الطريقة المعملية في التدريس

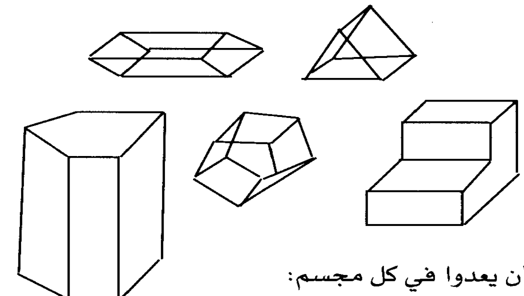
يقصد بذلك استخدام أجهزة وأدوات بطرق تجريبية داخل معمل متخصص لتعليم وتعلم الرياضيات. المهم هنا هو أن يقوم التلاميذ بأنفسهم بإجراء التجارب للتحقق من صحة

علاقة او الاكتشاف خواص رياضية يتمثل ذلك في استخدام يدويات (Manipulatives) ومكعبات وقضبان ملونة وقطع منطقية ومعداد ونماذج مصنعة أو جاهزة، كما يتضمن أجهزة مساعدة مثل أجهزة عرض الشفافيات والصور المعتمة، وأجهزة الحاسوب والمتطلبات المناسبة من البرمجيات، والحاسبات...

التدريس المعملي لا يعني فقط وجود معمل، بل يعني في جوهره التعلم عن طريق العمل واكتساب الخبرة من خلال المرور بها وممارستها. التعلم المعملي هام في مراحل ما قبل المدرسة ومراحل التعليم الاساسي، وفي بعض الحالات في المرحلة الثانوية... هذا بمعنى أن تقدم الخبرة التعليمية متدرجة: محسوسة ثم نصف محسوسة ثم مجردة. إلا أن التجريب واستخدام الأجهزة والبرمجيات تكون ملائمة في كل مراحل التعليم والتعلم حتى التعليم الجامعي والعالي بصفة عامة. إن الاكتشاف والابتكار يكون في غالبيته نتيجة التجريب ومراكز البحوث مليئة بالأجهزة والمختبرات. وإذا ما استخدمت الطريقة المعملية بكفاءة فانها تيسر للتلاميذ فرصاً جيدة للتعود على التفكير العلمي وأساليب حل المشكلات والتخطيط لعمل معين بدءاً من وضوح الأهداف وتحديد المطلوب إلى إجراء عمليات وحتى الوصول إلى نتائج ثم التحقق من صحتها.

مثال (1) اكتشاف علاقة رياضية بين مكونات مجسمات متعددة الأوجه

- ضع أمام كل مجموعة من التلاميذ مجموعة مجسمات كالآتي متوازي مستطيلات، منشور خماسي، هرم ثلاثي، هرم رباعي، مقعد، صندوق مدرج.



- اطلب من التلاميذ أن يعدوا في كل مجسم:

عدد الرؤوس، وعدد الأحرف، عدد الأوجه وأن يبحثوا عن علاقة واحدة تربط بينها.

- دعهم يرسمون مجسماً مختلفاً ويتحققون من انطباق العلاقة المكتشفة على الحالة الجديدة.

الشكل المجسم	عدد الرؤوس (ر)	عدد الأحرف (أ)	عدد الأوجه (و)
(1) متوازي المستطيلات	8	12	6
(2) هرم ثلاثي	4	6	4
(3)			
(4)			
(5)			
(6) صندوق مدرج	10	14	6

- حاول أن تكتشف العلاقة بنفسك [ر + و - أ] = 2

عدد الرؤوس + عدد الأوجه - عدد الأحرف = 2

المكونات الأساسية في الطريقة المعملية

المكونات الأساسية هي:

(أ) معمل الرياضيات

(ب) الأنشطة المعملية

(جـ) التلميذ المتعلم

(د) المعلم

(أ) يضم المعمل الأجهزة والأدوات ومصادر التعلم (كتب، اقراص، مدمجة.....)

(ب) تتضمن الأنشطة المعملية مشكلات وتساؤلات تتطلب القيام بتجارب وقياسات ومشاهدات، إضافة إلى عروض لنماذج أو على شاشات كما تتضمن بناء وإعادة بناء، وتحليل مواقف، وتفكيك اشكال.

(جـ) دور المعلم هو التخطيط وتهيئة المعمل كبيئة للتعلم وتجهيز مصادر التعلم والأجهزة والأدوات اللازمة، اضافة الى تيسير التعلم وارشاد وتوجيه التلاميذ، والمحافظة على السلامة والأمان للمعمل وللتلاميذ.

(د) دور التلميذ المتعلم هو اكتساب خبرات وإجراء التجارب وعمل اكتشافات والعمل منفرداً وفي فريق وحل مشكلات مطروحة.

وجميع هذه المكونات مترابطة معاً ترابطاً منظومياً في تفاعلات متبادلة.

مثال (2) تجربة عملية لربط الرياضيات بابراز مضار التدخين

هذا المثال مأخوذ عن كتاب فردرك بل في طرق تدريس الرياضيات والذي شارك المؤلف في ترجمته، وتجرى كالآتي:

- يلقى المعلم ثلاثة اسئلة:

(أ) ماذا يحدث داخل رئتي شخص عندما يدخن سيجارة؟

(ب) كم تنفسا مطلوباً لتنقية الرئتين من الدخان الناتج عن تدخين سيجارة واحدة؟

(جـ) هل تتبقى فضلات في الرئة بعد تنقيتها من الدخان؟

- يجري المعلم التجربة التالية أمام التلاميذ، ثم يطلب منهم الانقسام الى مجموعات وإجراء التجربة تعاونياً بأنفسهم.

الأدوات المطلوبة

جهاز كالمبين وبه سيجارة مشتعلة وقطعة قطن معروف وزنها، ومضخة

اجراء التجربة

- تستخدم المضخة لسحب الدخان من السيجارة المشتعلة
- تمتلىء الزجاجة بدخان كثيف لوقت طويل،
- وتمتص قطعة القطن بعض الدخان وتنساب السوائل الناتجة من احتراق السيجارة
- يتم وزن قطعة القطن بعد احتراق السيجارة
- يحسب الفرق بين وزن القطن قبل وبعد احتراق السيجارة
- يزال الدخان الكثيف من داخل الزجاجة بفتح الصمام وطرد الدخان بنفخ الهواء من الفم.

عدد التنفسات المستخدمة في النفخ اللازم لطرد الدخان يعطي مؤشراً عن الوقت اللازم للتخلص من الدخان العالق بالرئتين بعد تدخين السيجارة. والفرق في وزن قطعة القطن وشكلها يعطي مؤشراً عن الآثار السلبية للتدخين.

طريقة حل المشكلات:

المشكلة موقف به تساؤل يتطلب الإجابة أو مطلوبا يتطلب الوصول اليه أو هدف يطلب

تحقيقه او قضية تتطلب التحقق من صحتها أو علاقة يطلب إقامة الدليل أو البرهنة على صحتها وفي جميع الحالات فإن الموقف لكي يمثل مشكلة لشخص ما لا بد وأن يكون هذا الشخص مهتماً بها كأن يكون في حلها له نجاحا معيناً.

تنمية القدرة على حل المشكلات:

يقدم المعلم المشكلة للطلاب ويتركهم ليفكروا فيها بعض الوقت فرادى أو يقسمهم الى مجموعات (4 - 5) أفراد ليتعاونوا معاً في حل المشكلة، وقد يستخدم استراتيجية " فكر – زاوج – شارك" السابق التحدث عنه.

بعد فترة يتأكد المعلم من الآتي (خطوات حل المشكلة)

1 - فهم الطلاب للمشكلة ويمكن ان يكون ذلك من خلال:

(أ) ان يعبر الطلاب عن المشكلة بلغتهم.

(ب) تمثيل المشكلة بمخطط أو شكل بياني.

(جـ) تحليل مكونات المشكلة (المعطيات) التي تستخدم للوصول الى المطلوب.

2 - التمكن من ترجمة المشكلة الى صورة مكافئة مثل:

(أ) مشكلة او مخطط هندسي.

(ب) شكل بياني.

(جـ) تنظيم البيانات في جدول او يتم تلخيصها.

(د) نمذجة في شكل معادلات او متباينات تربط العلاقة بين البيانات.

3 - وضع خطة للحل، مع التفكير في بدائل يتم التحول اليها إذا وصلت خطة ما إلى طريق مسدود.

4 - الوصول الى حل.

5 - التحقق من صحة الحل.

6 - امكانية وجود اكثر من حل.

وقد تكون هناك مشكلات لا يمكن حلها بسبب وجود تناقض في بياناتها أو بسبب وجود نقص من المعلومات التي تؤدي إلى الحل وفي نهاية الوقت الذي يحدده المعلم يطلب من المجموعات أن تعرض حلولها على السبورة. ثم تجري مناقشة مع كل الطلاب وبينهم بشأن الحلول المعروضة وتحديد الصالح منها.

استراتيجيات تستخدم في حل المشكلات:

المصطلح "استراتيجية" هو نحت عربي للكلمة الانجليزية Strategy والتي هي مأخوذة عن اصل إغريقي لكلمة Strategia وتعني "الجنرالية" المستخدمة في الرتب العسكرية وتتكون أصلاً من كلمتين هما: Stratos وتعني "الجيش" agein وتعني "يقود" أي أن المصطلح في الأصل يعود إلى فن تحريك القوات العسكرية بأنواعها. وتستخدم للدلالة على علم قيادة جيش في صراع مع عدو.

ويُستخدم المعنى العام لمصطلح استراتيجية ليدل على خطة معينة أو طريقة للوصول الى هدف معين. وبسبب الجذور العسكرية للكلمة فإنها تستخدم في سياقات ومواقف تتضمن صراعات مثل استراتيجية السياسات الدولية، استراتيجية القيام بجملة معينة لمكافحة الغلاء أو الوباء او استراتيجية محو الأمية ويرى اوثانيل سميث (Smith) من جامعة فلوريدا الجنوبية أن هناك ما يبرر استخدام المصطلح "استراتيجية" في التدريس، وذلك لأن الصف أو قاعة الدراسة تضم معلماً وعدداً من الطلاب في موقف (قد) تتباين فيه أهداف المعلم (والمنهج الذي عليه ان يدرسه) مع دوافع الطلاب وقدراتهم واستعداداتهم وميولهم للتعلم. وفي الوقت نفسه هناك اختلاف بين الموقف العسكري والموقف التربوي، حيث أن اهداف المعلم تكون لفائدة الطالب، فالطالب هنا ليس عدواً وان المعلم والطلاب ينتهون الى التعاون ومن المفترض أنهم يسعون إلى نفس الهدف.

ويهمنا هنا أنه – من الناحية التربوية – فإننا نعني بكلمة استراتيجية مجموعة من الأفعال او التحركات للوصول الى هدف واضح ومحدد وبما يقنع او يدفع الطلاب للتعلم وتحقيق أهداف الدرس او المقرر المعرفية والتفكيرية وقد تكون التحركات تتضمن التعلم الذاتي والتعاوني والجمعي كما تتضمن اندماج وتفاعل مع وسائط تعليمية متعددة والعمل بالورقة والقلم او بالحاسبة او الحاسوب كما أن الاستراتيجية تتضمن وجود بدائل في التحركات بما يتفق مع المواقف المتغيرة أثناء التدريس. وتستخدم بعض الكتب مصطلحات مثل "طريقة" Method كمرادف للاستراتيجية وان كانت الطريقة تدل أساساً على السلوك الذي يقوم به المعلم والذي يحدد مسبقاً، كما يمكن أن تكون الطريقة إحدى التحركات في الاستراتيجية.

كذلك هناك يستخدم كلمة "مدخل" Approach بنفس المعنى، إلا أن المدخل عادة يستخدم ليعني الطريقة التي ينظم بها محتوى المنهج مثل المدخل الموديولي (Modules) حيث ينظم المحتوى في وحدات لكل منها أهدافها ومكوناتها وأساليب تدريسها وكيفية

تقويمها، ومثل المدخل التكاملي حيث يتم تكامل موضوعات ومفاهيم كبري من محتوى مجالات مختلفة مثل العلوم والرياضيات. وقد يكون المدخل حول قضايا معينة مثل المدخل البيئي فينظم محتوى المنهج حول قضايا مثل التلوث والتصحر والطاقة.

وفي موضوعنا هنا الخاص بحل المشكلات فإننا نقصد بالاستراتيجية المقاربة التي يتناول بها الطالب المشكلة بقصد ان يحلها. ويقترب هذا المعني من نوعية التحرك الذهني الذي يعالج به الطالب المشكلة من خلال خطة وخطوات تمكنه من الوصول إلى الحل.

استراتيجيات مقترحة لحل مشكلات

مع الوضع في الاعتبار أن اختيار استراتيجية الحل يتوقف على نوعية المشكلة وعلى خبرة الطالب الذي يعمل على حلها. ورغم التداخل ووجود عوامل مشتركة في الاستراتيجيات المختلفة، فإنه يمكن التعرف على الاستراتيجيات التالية:

(أ) الاستراتيجية التركيبية (تحليل الموقف واستخدام المنطق)

وتعني بذلك التعرف على المعطيات والمطلوب والاستدلال على المطلوب من المعطيات باستخدام المنطق والبداهة:

مثال (1):

لكل شخص يدان وكل يد بها عدد من العظمات. كما أن له قدمين وبكل منهما عدد من العظمات. عدد العظام في اليد الواحدة اكبر من عدد العظام في القدم الواحدة. والمطلوب:

استخدم الأعداد التالية في ملء الفراغات المناسبة في ضوء الفقرة المعطاة وفيما يتعلق بالصديق عدنان:

1 , 27 , 106 , 26 , 54

(أ) كل يد من يدي عدنان بها .... عظمة،

(ب) وكل قدم من قدميه بها .... عظمة،

(ج) ولكن عدد العظام في كل قدر أقل بمقدار ..... عن عدد العظام في كل يد،

(د) مجموع عدد العظام في يدي عدنان يساوي .... ،

(هـ) والمجموع الكلي لعدد العظام في الأربعة أطراف (اليدين والقدمين) يساوي... عظمة.

طريقة التفكير والحل:

التفكير المنطقي الاستدلالي وتحليل العلاقات بين الأقل والأكبر (أ ، ب ، ج) وإدراك معنى المجموع الكلي (هـ) والاستدلال على (د) من (أ) يصل بالطالب إلى الحل الذي يتفق مع حالة صديقه عدنان:

(أ) 27

(ب) 26 — (ج) 1

(د) 54 — (هـ) 106

مثال (2) : أريد حلاً

في إحدى القرى السياحية يوجد ثلاثة منتزهات: منتزه الأمل (أ) وسعته 500 م^2، منتزه البدع (ب) وسعته 500 م^2 ، ومنتزه الجمال (ج) وسعته 300 م^2 . في إحدى العطلات القومية ذهب (40) شخصاً للمنتزه (أ)، 30 شخصاً للمنتزه (ب) ، 30 شخصاً للمنتزه (ج)

أي من هذه المنتزهات كان أكثرها ازدحاماً في ذلك اليوم؟

خطوات الحل

- التفكير في المشكلة وإعادة صياغة المعطيات

المنتزه	المساحة(م^2)	عدد الأشخاص
أ	500	40
ب	500	30
ج	300	30

- **تحديدالمطلوب :**

أي المنتزهات أ أو ب أو ج الأكثر ازدحاماً؟

- **تفكير ومناقشة:**

أ أكثر ازدحاماً من ب (نفس المساحة ولكن الأعداد في أ أكبر من الأعداد في ب).

ج أكثر ازدحاماً من ب (نفس الأعداد ولكن مساحة حـ أقل من مساحة ب).

والآن مطلوب المقارنة بين أ ، ج

- طرق مختلفة للتفكير

(1) ج أكثر ازدحاماً من أ

لأن:

المساحة المخصصة للفرد في ج = 300 / 30 = 10 م^2

المساحة المخصصة للفرد في أ = 500 / 40 = 12,5 م^2

إذن

ج أكثر ازدحاماً من أ

(2) ج اكثر ازدحاماً من أ

لأن:

كل 100 م^2 في ج يوجد به 10 أطفال (3/30)

وكل 100 م^2 في أ يوجد به 8 أطفال (5/40)

- ومع ملاحظة أن أ أكثر ازدحاماً من ب

يتبين أن ج أكثر المنتزهات الثلاثة ازدحاماً

وأن ازدحامها يسير بالترتيب الأكثر فالأقل ازدحاماً كالآتي:

ج ثم أ ثم ب أي أن

ازدحام ج > ازدحام أ > ازدحام ب

- التحقيق من صحة الحل

يمكن التحقيق كالآي

نوجد المساحة المخصصة في كل منتزة للفرد الواحد أو نوجد عدد الأشخاص من كل 100م^2

المنتزه	المساحةللفرد الواحد (م^2)	عدد الأشخاص لكل100 م^2
أ	12,5 = 40/500	8 = 5/40
ب	16,66 = 30/500	6 = 5/30
ج	10 = 30/300	10 = 3/30

ومن بيانات المساحة للفرد الواحد أو عدد الأفراد في كل100م^2 يتحقق أن أكثر المتنزهات ازدحاماً في ذلك اليوم هو منتزة الجمال (ج).

كما يتضح الترتيب (الأكثر ازدحاماً فالأقل):

منتزه الجمال، منتزه البدع، منتزه الأمل

ويمكن إضافة السؤال التالي:

إذا أرادت الذهاب إلى واحد من هذه المتنزهات فأيها تختار؟ ولماذا؟

ويمكنك إضافة منتزة رابع هو منتزة الدعاء (د) الذي مساحته 560 م^2 وذهب إليه 55 فرداً (بقصد المقارنة).

(2) استراتيجية الحل خلفاً

ونعني بذلك السير في الحل من نقطة النهاية في المشكلة حتى نصل الى بدايتها.

مثال (2) :

إذا كان راتب مسعود يتضاعف كل 5 سنوات وتضاف له 100 دينار غلاء معيشة. وإذا كان راتبه الآن 2000 دينار فكم كان راتبه منذ عشرين عاماً؟

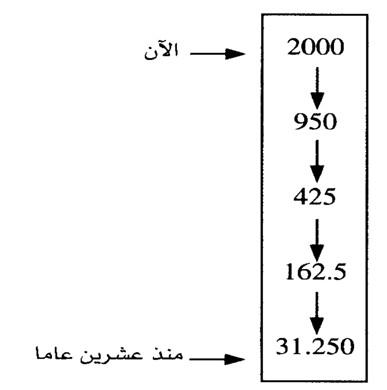
طريقة التفكير والحل

نبدأ من وضعه الحالي ثم نتحرك 4 مرات للخلف

– 20 سنة ← 15 سنة ← 10- سنوات ← 5- سنوات ← 0

(4) ← (3) ← (2) ← (1)

الحل:



الوضع الحالي: 2000 دينار

منذ 5 سنوات : 2000 - 100 = 1900

1900 ÷ 2 = 950

منذ 10 سنوات: 950 - 100 = 850

850 ÷ 2 = 425

منذ 15 سنة : 425 - 100 = 325

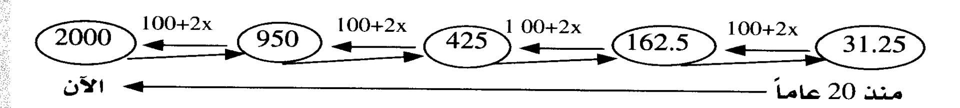
325 ÷ 2 = 162,5

منذ 20 سنة : 162,5 - 100 = 62,5

62,5 ÷ 2 = 31,250

راتب مسعود منذ 20 عاماً = 31,250 دينار





- التحقق من صحة الحل:

62,5 = 2 x 13,250
162,5 = 100 + 62,5
325 = 2 x 162,5
425 = 100 + 325

850 = 2 x 425
950 = 100 + 850
1900 = x 950
2000 = 100 + 1900 راتبه الآن

وهذا يحقق أن راتب مسعود منذ 20 عاماً كان 31,250 دينار، وهو ما يتضح في الشكل السابق

(3) استراتيجية اكتشاف نمط:

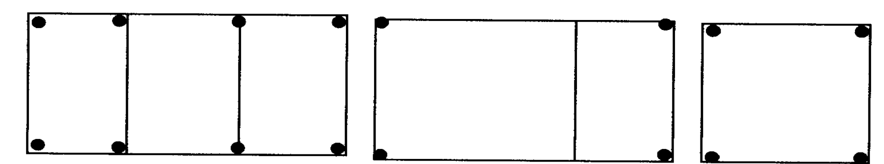
ونعني بذلك حل حالات خاصة ثم استنتاج (استقراء) نمط والتأكد من صحته بمزيد من الحالات.

مثال (3) :

أسرة ماجدة تتكون من 9 أشخاص. وضعت ماجدة صورهم متجاورة في غرفتها. ما أقل عدد من الدبابيس التي تحتاج إليها ماجدة لتثبت الصور التسعة متلاصقة وعلى استقامة واحده، علماً بأن لكل صورة موضع لدبوس في كل ركن من أركانها الأربعة؟

طريقة للتفكير والحل:

- ضع تصوراً لتثبيت صورة واحد ثم صورتين متلاصقتين وثلاثة....
- لاحظ تسلسل عدد الدبابيس، من خلال جدول
- أكتشف نمطاً (بعد 5 صور مثلاً)
- تحقق بمخطط تقريبي في حالة 6 صور
- أجب عن السؤال



عدد الصور	1	2	3	4	5	6	7	8	9
عدد الدبابيس	4	6	8	10	12				

اكتشاف نمط:

- عدد الدبابيس يزداد بمقدار (2) عن كل حالة سابقة

(لاحظ أن هذا الاكتشاف يتطلب سرد جميع الحالات المطلوبة واحد بعد الأخرى)

- قارن بين عدد الدبابيس وعدد الصور المتلاصقة وتحقق من الحالات المعروفة
- يمكن الوصول إلى النمط في إحدى الصورتين التاليتين:

أ) عدد الدبابيس = ضعف عدد الصور + 2 = 2 ن + 2

ب) عدد الدبابيس = 4 ن − 2 (ن − 1)   حيث ن عدد الصور

- تحقق من صحة ذلك في حالات مختلفة، ولاحظ أن الصورتين (أ)، (ب) متكافئتان.

بصفة عامة

تتعدد استراتيجيات حل المشكلات بمسميات مختلفة من بينها.

1) التفكير المنطقي.
2) اكتشاف نمط.
3) البحث عن وضع مشابه أبسط والحل قياساً عليه.
4) رسم جدول.
5) رسم شكل / مخطط.
6) التخمين الذكي والتحقق.
7) المحاولة وحذف الخطأ حق الوصول الى الحل الصحيح.
8) التحرك خلفاً من نهاية المشكلة وحتى بدايتها.
9) النمذجة الرياضية في شكل معادلات أو متباينات.
10) التعرف على قانون مناسب قياساً على خبرات سابقة.

ومن الممكن استخدام أكثر من استراتيجية للحل، كما أنه لا بد من الإشارة بأن كل هذه الاستراتيجيات تستخدم تفكيراً منطقياً سواء أكان بصورة منهجية أو حدسية.

البحث عن أكثر من حل وأكثر من طريقة للحل

من المعروف أن من خصائص الإبداع الطلاقة والمرونة والأصالة ويتمثل ذلك في واحد أو أكثر من الآتي عند معالجة موقف أو حل مشكلة معينة:

(1) إيجاد أكثر من طريقة في التعبير عن موقف ما، وأكبر عدد ممكن من الإجابات الصحيحة عن سؤال ما، وأكبر عدد ممكن من حلول مشكلة (أو مسألة) معينة.

(2) إيجاد أكثر من مدخل وطريقة لحل مشكلة أو إيجاد اكثر من إجابة صحيحة، حتى يتبين المتعلم أن عمليات حل المشكلات مفتوحة وليست مغلقة على مدخل وحيد.

(3) إمكانية أن يكون للمشكلة اكثر من حل واحد صحيح وليس فقط وجود اكثر من طريقة واحدة للوصول الى نفس الحل.

(4) أن يبتكر الطلاب بأنفسهم تمارين ومسائل ومشكلات من عندهم ويعني كل ذلك تنمية قدرات المتعلمين.

(5) أن يكتشف الطالب أن في مشكلة ما معروفة عليه لا تكفي المعلومات المعطاة فيها لحلها. وفي هذه الحالة يفكر في أقل معلومات ممكنة تضاف لإيجاد حل.

(6) أن يكتشف الطالب أن هناك مشكلة معروضة عليه بها تزيد من المعلومات فيختار من بينها المعلومات التي تكفي للحل، وقد يطلب منه تحديد المعلومات الزائدة أو تحديد أقل عدد ممكن من المعلومات التي تكفي للحل.

(7) أن يكتشف الطالب أن مشكلة ما معروضة عليه لا يمكن حلها لوجود تناقض في البيانات المتضمنة وقد يطلب منه تحديد هذا التناقض.

أمثلة :

أولاً : لإيجاد أكثر من طريقة للوصول الى الحل (حل واحد وعدة طرق للحل)

مثال (1) :

أوجد اكبر عدد من عمليات الجمع للحصول على المجموع 5

- حل (1) : $1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 5$
- حل (2) : $2 + 1 + 1 + 1 = 5$
- حل (3) : $3 + 1 + 1 = 5$
- حل (4) : $4 + 1 = 5$

- حل (5) : 5 + 0 = 5

يمكن إيجاد حلول أخرى مثل 1 + 2 + 2 , 3 + صفر + 2

مثال (2) :

أيهما أكبر 5/3 أم 4/3.

- حل (1): 5/3 = 3 أجزاء من 5

4/3 = 3 أجزاء من 4

الجزء من 4 أكبر من الجزء من 5

إذن 3 أجزاء من 4 أكبر من 3 أجزاء من 5 .

إذن 4/3 > 5/3

- حل (2): 5/3 = 0,6 = 0,60

4/3 = 0,75 0,75

بالمقارنة بين الأرقام العشرية ينتج أن

5 / 3 < 4 / 3

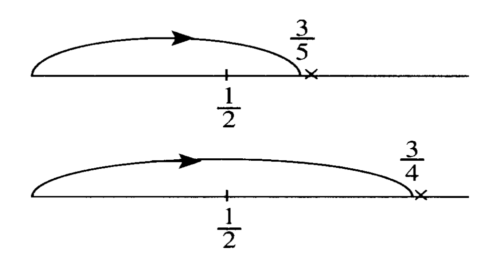
- حل (3) : نحول الكسرين إلى كسرين لهما نفس المقام (20)

4 / 3 = 20 / 15

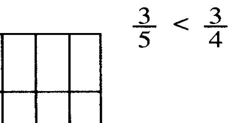
5/3 = 20 / 12

20 / 15 < 20 / 12

اذن 3 / 4 < 3 / 5



- حل (4) : من الشكل :



$\frac{3}{5} < \frac{3}{4}$

$\frac{3}{5}$

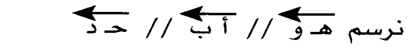
$\frac{3}{4}$

$\frac{3}{4}$

مثال (3) :

إذا كان $\overleftarrow{أ ب}$ // $\overleftarrow{جـ د}$ ، هـ نقطة تقع بينهما بحيث كان قياس هـ $\hat{أ}$ ب = 30° ، قياس هـ $\hat{جـ}$ د = 40° . أوجد قياس أ $\hat{هـ}$ جـ

- حل (1) :



نرسم هـو // أ ب // جـ د

ق ($\hat{1}$) = 30° بالتبادل

ق ($\hat{2}$) = 40° بالتبادل

إذن ق (أ $\hat{هـ}$ جـ) = 70°

- حل (2) :

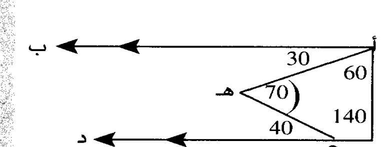
أ $\hat{هـ}$ جـ خارجة عن المثلث هـ جـ و

ق (أ $\hat{هـ}$) = 40° + 30° = 70°

- حل (3):

ق (أ هـ) = 360° - (60° + 90° + 140°) = 70°

.... وهكذا



ثانيا: وجود أكثر من حل صحيح

مثال (1):

أوجد ناتج 18 - 6 ÷ 3 ، حيث لا توجد أقواس ولا توجد قاعدة لترتيب العمليات.

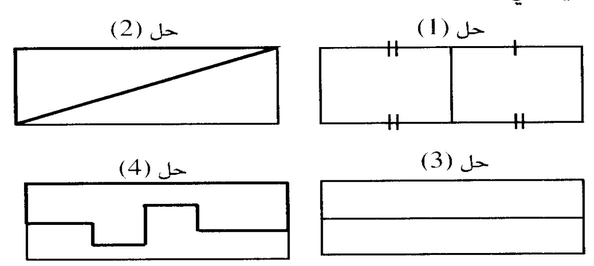
- حل (1):

$18 - 6 \div 3 = (18 - 6) \div 3 = 12 \div 3 = 4$

- حل (2):

$18 - 6 \div 3 = 18 - (6 \div 3) = 18 - 2 = 16$

مثال (2): أوجد اكبر عدد ممكن من الطرق التي تقسم بها المستطيل أ ب حـ د الى نصفين متساويين في المساحة.



يوجد عدد كبير جدا (لا نهائي) من الحلول.

مثال (3): اوجد عددين طبيعيين الفرق بينهما 2 ومجموعها لا يزيد عن 10،

حلول: (4,6)، (3,1)، (2,4)، (3,5)، (5,3)...

ثالثاً: ابتكار مشكلات ذكية:

مثال (1): اوجد عددين مختلفين الفرق بينهما يساوي خارج قسمتهما.

مثلاً 3 ، $4\frac{1}{2}$ وتوجد حلول كثيرة). [1/2 4 - 3 = 1/2 4 ÷ 3 = 1/2 1]

مثال (2): أعط موقفاً حياتيا تمثله العلاقة 4 + 3 = 7

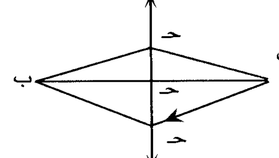
أمثلة لمواقف:

- معي 4 جنيهات وأعطاني أبي 3 جنيهات فكم يكون معي؟
- عمر أخي الآن 4 سنوات كم يكون عمره بعد 3 سنوات؟
- ارتفاع العمارة التي نسكن بها 4 طوابق وبني صاحب العمارة 3 طوابق أخرى. كم سيكون ارتفاع العمارة؟
- و أ = 4 سم ، و ب = 3 سم، فما طول $\overline{أ ب}$ ؟

مثال (3): ابتكر مشكلات مماثلة للمشكلة التالية:

أ ، ب نقطتان في المستوى، أوجد نقطة حـ بحيث أ حـ = حـ ب

يوجد عدد لا نهائي من الحلول).

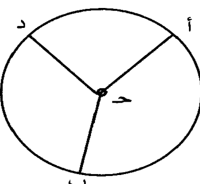


أمثلة: أ ، ب نقطتان على خط مستقيم أوجد نقطة حـ على أ ب بحيث أ حـ = حـ ب (يوجد حل وحيد).

ب ——2——حـ——1—— أ

أ ، ب نقطتان على خط مستقيم اوجد نقطة حـ على أ ب بحيث أ حـ: حـ ب = 2:1.

أ، ب، د، ثلاث نقط في المستوى، اوجد نقطة حـ بحيث حـ أ = حـ ب = حـ د. (مركز الدائرة التي تمر بالنقاط أ، ب، د).



معلومات زائدة او ناقصة

مثال:

فتحة باب حظيرة مواشي ارتفاعها 2 م، عرضها 70 سم، أي من الآتي يمكنك إدخاله من هذا الباب؟

70 سم
2 م

(1) حمار عليه حمولة عرضها 80 سم وطوله 155 سم، وارتفاعه مع الحمولة 100 سم.

(2) برميل اسطواني الشكل نصف قطر قاعدته 40 سم وارتفاعه 60سم وثمنه 15 دينار.

(3) صندوق طوله 66 سم، وعرضه 74 سم وارتفاعه 58 سم.

(4) سلم به 10 درجات وعرض كل درجة 50 سم.

- حدد المعلومات الزائدة في كل حالة، والمعلومات اللازم معرفتها في الحالات التي ترى أنك في حاجة الى معرفتها ليمكنك الاجابة على لسؤال السابق.

إطار (14) مساحة المثلث

طريقتان في السير في الدرس

(1) صورة معتادة من مدرسة يابانية

يسير الدرس كالآتي:

- يعرض المعلم مشكلة معقدة (صعبة !) 3.5 دقيقة
- يحاول التلاميذ حل المشكلة بأنفسهم أو في مجموعات صغيرة 14.5 دقيقة
- التلاميذ يقدمون حلولا، مناقشات الحلول بين التلاميذ مما يؤدي الى التوصل الى قانون عام (لايجاد مساحة المثلث) 29 دقيقة
- يمارس التلاميذ حل مسائل تطبيقية

(2) صورة معتادة من مدرسة امريكية

- يراجع المعلم مفهوم المحيط 1 دقيقة
- يشرح مساحة المثلث ويعطي أمثلة تدريبية 8 دقائق
- يشرح ويعطي تدريبات 25 دقيقة
- يعمل التلاميذ فرادى لحل تمارين 11 دقيقة

المصدر: Wilder et al (1999): "Learning to teach Mathematics in the secondary school" , Routredge, London.

مداخل لتدريس الرياضيات

استخدمنا حتى الآن مصطلحين للتحدث عن عملية التدريس وهما:

أ - استراتيجية التدريس وقصدنا به التحركات المتتابعة التي يتبعها المعلم لتحقيق أهداف محددة.

ب- الطريقة وقصدنا به تنظيم بيئة التعلم وسلوك المعلم وكيفية تفاعله مع تلاميذه.

وفيما يلي سنستخدم مصطلحاً ثالثا هو مدخل التدريس ويقصد به في معظم الحالات الطريقة التي يتم بها تنظيم محتوى المنهج عند تدريسه.

المصطلحات الثلاثة متداخلة وبينها عناصر مشتركة، كما وأن الكثير من الادبيات تستخدمها بدون تحديد لأي منها وتعاملها معاملة المترادفات. وبغض النظر عن أوجه الاتفاق والاختلاف فيها، فإن الامر يتعلق بالطريقة او الاسلوب التي يقدم بها المعلم مادته بقصد أن يتعلم التلميذ، فالهدف الاساسي هو التعلم وان الاستراتيجية والطريقة والمدخل هي وسائل للغاية الاساسية وهي أن يتعلم التلميذ.

يستخدم مصطلح المدخل في مواقف مثل المدخل التكاملي حيث تقدم الرياضيات او بعض موضوعاتها متكاملة مع مادة اخرى مثل الفيزياء، هناك ايضا مدخل البنية الرياضية المبني على مسلمات المنطق الرياضي الشكلي والذي سبق أن تبنته الرياضيات الحديثة في اوائل السبعينيات حيث كان المنهج ينظم حول بنى رياضية عامة مثل الزمرة (Group) والحقل (Field) ومنطقة الكوامل (Integral Domain).. وهناك ايضا المدخل البيئي حيث تكون البيئة ومشكلاتها هي الموضوع الاساسي الذي تتمحور حوله الأنشطة الرياضية من مفاهيم ومهارات وعلاقات، وهناك مدخل التحويلات في تدريس الهندسة الاقليدية والمقصود به البداية بالتحويلات الهندسية (الانعكاس والدوران والانتقال ومركباتها). لتدريس هندسة اقليدس والبرهنة عليها. هناك ايضا المدخل الموديولي (Modules) حيث ينظم محتوى المنهج في موديولات كل منها ذاتي التكامل: (أهداف ومحتوى وأساليب تدريس وأنشطة ووسائط تعليم وطرق تقويم)، ويترك للمعلم الاختيار والتتابع المناسب لتلاميذه، وقد يشترك التلاميذ في ذلك بالتفاوض بين المعلم والتلاميذ. سنعرض فيما يلي بعض المداخل التي تجمع بين تنظيم المحتوى وتمس كثيرا طريقة او طرق التدريس التي تستخدم.

مدخل منظمة الخبرة المتقدمة (Advanced Organizer)

يرى دافيد اوزوبل (Ausubel) أنه لا يهم أن تقدم المادة الدراسية بالعرض المباشر او

بطريقة الاكتشاف (علماً بأنه انتقد طريقة الاكتشاف كثيرا) ولكن المهم أن يكون التعلم الذي يكتسبه التلميذ ذا معنى له (Meaningfull) وأن المعلم أو الكتاب المدرسي يقدمه بطريقة تجعله يحس ويستوعب معنى ما هو مستهدف له أن يتعلمه. وأن المعني يكتسب من كون التلميذ / المتعلم يعالج المعلومات التي تقدم اليه وترتقي ببنيته المعرفية بحيث تمتزج المعلومات الجديدة بما سبق ان تعلمه وتعيد تكوين بنيته المعرفية بحيث يزداد معرفة وفهما.

المدخل الذي يراه أوزوبل هو أن يستخدم المعلم منظما متقدما وبحيث يتم شرح الموضوع وتحديد انشطته اشتقاقا من هذا المنظم. المنظم المتقدم - في رأي اوزوبل - هو مادة تعليمية تأتي في مقدمة موضوع الدراسة وتكون على مستوٍ عالٍ من التعميم والتجريد والشمولية بالنسبة للمهمات التعليمية التالية.

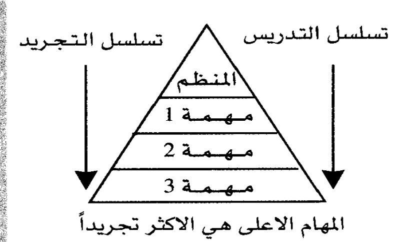
تقديم منظمة الخبرة والانشطة المساعدة على التعلم:

يعتبر تدريس الدالة مثالا لاستخدام منظمة الخبرة في الرياضيات فهي تقدم حاليا كمفهوم عام يندرج تحته انشطة في الحساب والجبر وحساب المثلثات والحسبان (التفاضل والتكامل). في الناحية التطبيقية في التدريس يمكن أن يكون منظم الخبرة صورة عامة للموضوع ويمكن أن يكون مشكلة يحتاج حلها الى مفاهيم وقوانين جديدة ولابد أن يثير انتباه التلاميذ ويدفعهم للتساؤل وانتقاء المزيد من الشرح والتوضيح.

عنصر هام في مدخل منظم الخبرة هو تقديم الانشطة المتتالية وأن يندمج التلاميذ أنفسهم في هذه الانشطة. في معظم الحالات يكون منظم الخبرة ذاته هو مهمة المعلم، إلا أن ما يلي ذلك يكون نتيجة تفاعل بين المعلم والتلاميذ ثم تكون من مهام التلاميذ انفسهم بالدرجة الاولى. وفي هذا الصدد فإن أوزوبل يرى بأنه لا يهم ان يتلقى التلميذ معرفة رياضية معينة جاهزة من المعلم او ان يكتشفها بنفسه ولكن المهم هو ان يستخدمها ويطبقها ويربطها بغيرها بقصد إعادة تنظيم بنيته المعرفية لتصبح المعرفة الجديدة فيها ذات معنى وتدفعه الى النشاط والتفكير الناقد الذي يقود الى مزيد من الفهم. لم يعط اوزوبل شيئا عن مرحلة النمو العقلي التي يكون قد وصلها الطفل حتى يتمكن من تناول هذا المستوى من التجريد في الرياضيات، ولكن في ضوء نظرية بياجيه عامة ونظرية فان هيل في نمو المفاهيم الهندسية، فإن استخدام منظم الخبرة المتقدم يكون مناسبا بعد سن الثانية عشر. على أنه إذا فُهِم منظم الخبرة كمثير فانه يمكن تقديمه في شكل قصة أو مشكلة أو فيلم تعليمي يعتمد على حاستي السمع والبصر او مصورات شارحة، تتمثل في مفاهيم ومهارات وعلاقات اقل عمومية وشمولية وبحيث تكون مترابطة ومنبثقة من المنظم المتقدم.

ويبرز في مدخل منظم الخبرة المتقدم مبدآن أساسيان هما:

1- التفاضل المتوالي



ويقصد به أن المفاهيم والمبادىء الاكثر تجريدا وعمومية وشمولا المتضمنة في موضوع رياضي معين يجب أن تقدم اولا، يلي ذلك المفاهيم الاقل تجريداً والاكثر محسوسية، اي يكون المدخل في شكل مهرمات (تنظيم هرمي) يبدأ التدريس فيه من القمة الى القاع وليس العكس كما في تحليل المهمة.

يستخدم الاطفال نوعا من التفاضل المتوالي، عندما يجمعون اجزاء غير منظمة ليكونوا منها صورة معينة وذلك عن طريق انهم ينظرون اولا الى الصورة المستهدف تكوينها ويستخدمونها في "التخطيط" او "كخريطة" يستند اليها في تجميع الاجزاء قطعة بعد قطعة.

2- التوفيق التكاملي

ويقصد به أن المعلومات الجديدة التي تضاف واحدة بعد الاخرى يجب أن تتكامل وتتوافق بوعي وادراك مع تلك السابق تعلمها فتكتسب معنى جديدا أرقى من المعنى السابق. وهو ما يفعله كثير من المعلمين ذوي الخبرة في ربط المعلومات الجديدة بما يعرفه التلميذ سابقا. المهم هنا هو أن يرى التلميذ التعلم صورا متكاملة وليست مجرد معلومات متفرقة أو أحادية معزولة عن بعضها البعض. بما يؤدي إلى تكوين بنية معرفية متجددة، ويلاحظ أنه في الوقت الذي يرى الكثيرون أن الربط يكون بين المجالات المختلفة، فإن اوزوبل يرى أن التوفيق التكاملي ينبغي ان يتم داخل المجال الواحد، مثلا داخل الرياضيات وليس بين الرياضيات والعلوم والمواد الاجتماعية مثلا.

وهناك عدة مواصفات أشار بها اوزوبل للمنظم المتقدم من أهمها:

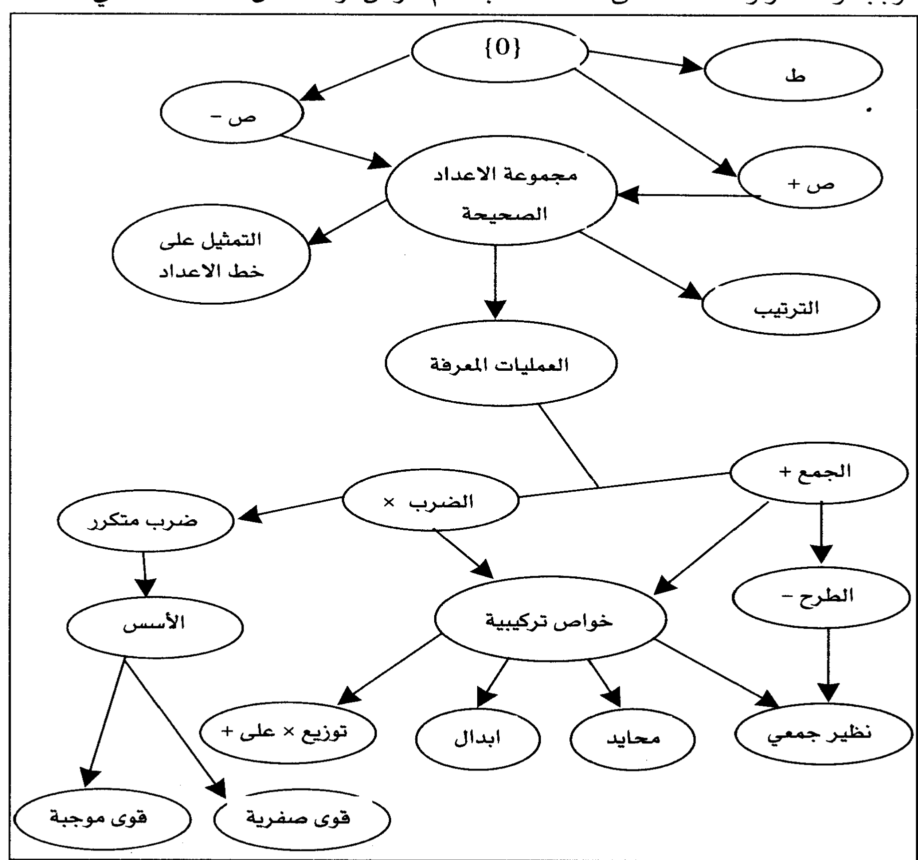
(أ) **الأصالة**: بمعنى ألا تكون مادته مجرد عنوان او مادة صماء بل مرتبطة بما سيتبعها من تفاضل متوالي، فيها نوع من ابداع المعلم، وألا يكون سبق للتلميذ تعلمها وتمكنه من المادة او الموضوع الرياضي الذي سيقدمه، كما أنه لا بد وأن تكون بلغة أو تمثيل واضح المعاني ويشكل دافعا للتلميذ المتعلم لأن يهيىء نفسه لتعلم اشياء جديدة مفيدة او مكملة لما يعرفه.

(ب) **الايجاز**: بمعنى ألا يكون هناك إطناب ممل أو يسبب غموضا ومتاهة للمتعلم، وفي نفس الوقت يكون لها قوة تأثير على عملية تنظيم المعلومات ومناسبة لها.

(ج) الشمول: بمعنى أن المنظم يمتلك السعة المناسبة التي يمكن ان تشتق منها التفاصيل المتوالية، وذلك دون احتواء على تفاصيلها.

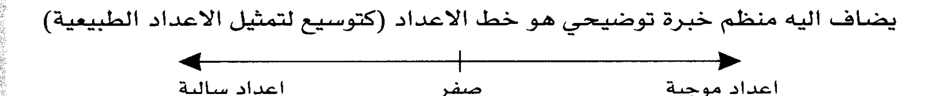
مثال (1) تدريس الاعداد الصحيحة بمدخل منظم الخبرة المتقدم:

يمكن تقديم لمحة تاريخية عن تطور الأعداد حتى الوصول إلى اكتشاف الاعداد السالبة والاعتراف بها كأعداد وتعريف الاعداد الصحيحة كمجموعة تضم أعدادا تسمى أعدادا موجبة والصفر وأعدادا تسمى أعدادا سالبة. ثم عرض لوحة تمثل مخططا كالآتي:



وهذه تمثل منظم الخبرة المتقدم للموضوع بكامله.

يضاف اليه منظم خبرة توضيحي هو خط الاعداد (كتوسيع لتمثيل الاعداد الطبيعية)



كما يمكن إعطاء أمثلة تبين الحاجة الى وجود واستخدام أعداد سالبة حياتيا ورياضيا مع تقديم تكامل توفيقي مما سبق معرفته من أعداد، مثلا: العدد السالب يكون مقابلا (صورة انعكاسية) لعدد موجب يساويه في القيمة العددية وبحيث يكون مجموعهما الصفر.

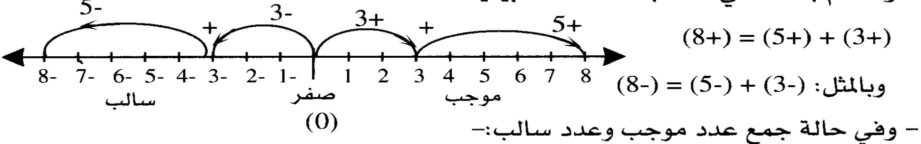
كمثال 3 + (-3) = صفر ، (-3) + 3 = صفر

- في دروس تالية تأتي عمليات جمع عددين سالبين بقاعدة عامة:

مجموع عددين سالبين = عدد سالب، مع توفيق تكاملي عن جمع عددين موجبين:

عدد موجب + عدد موجب = عدد موجب

- ومدعم بأمثلة في حساب الاعداد الطبيعية



(3+) + (5+) = (8+)

وبالمثل: (-3) + (-5) = (-8)

- وفي حالة جمع عدد موجب وعدد سالب:-

منظم الخبرة: صعود ونزول درجات الحرارة، الصعود والهبوط على مسار رأسي.

تفاضل متوالي: 5 + (-3) = ☐

-5 + (+3) = ☐

توفيق تكاملي: 3 + (-3) = صفر بالتعريف

5 + (-3) = (3+2) + (-3)

= 2 + (3 + (-3)) خاصية الدمج

= 2 + صفر من التعريف

= 2 العنصر المحايد الجمعي

وفي الحالة الأخرى

(-5) + 3 = ☐

(-5) + 3 = ((-2) + (-3)) + 3

= (-2) + ((-3) + 3)

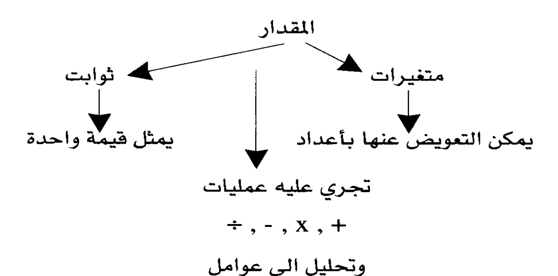
= (-2) + صفر

= -2

مثال (2): المقدار الجبري (في جبر الاعداد)

منظم خبرة متقدم: لوحة عليها الاتي:

- ❖ يتعامل الجبر مع متغيرات وثوابت. المتغير يمثل بأحد الحروف مثل أ، ب، س، ص.
- ❖ المتغير يمكن أن يحل محله عدد أو مجموعة أعداد.
- ❖ الثابت عبارة عن متغير يحل محله عدد واحد.
- ❖ يمكن التعبير عن الثابت بعدد او برمز يفهم منه أنه لا تتغير قيمته فمثلاً: يمكن في المقدار س + أ اعتبار س متغير، أ ثابت.
- ❖ المقدار الجبري عبارة عن تعبير يضم متغيرات وثوابت ومرتبطين بعمليات مثل:
  س + أ + ص − ب، س^2 + 5



تفاضل متوالي:

اوجد مفكوك (س + 5)^2

(س + 5)^2 = (س + 5) (س + 5)

تعريف تكامل توافقي: (1) ضرب المقادير الجبرية يشابه تماما ضرب الأعداد متعددة الأرقام وتنطبق عليها خاصية توزيع الضرب على الجمع وخواص الابدال والدمج.

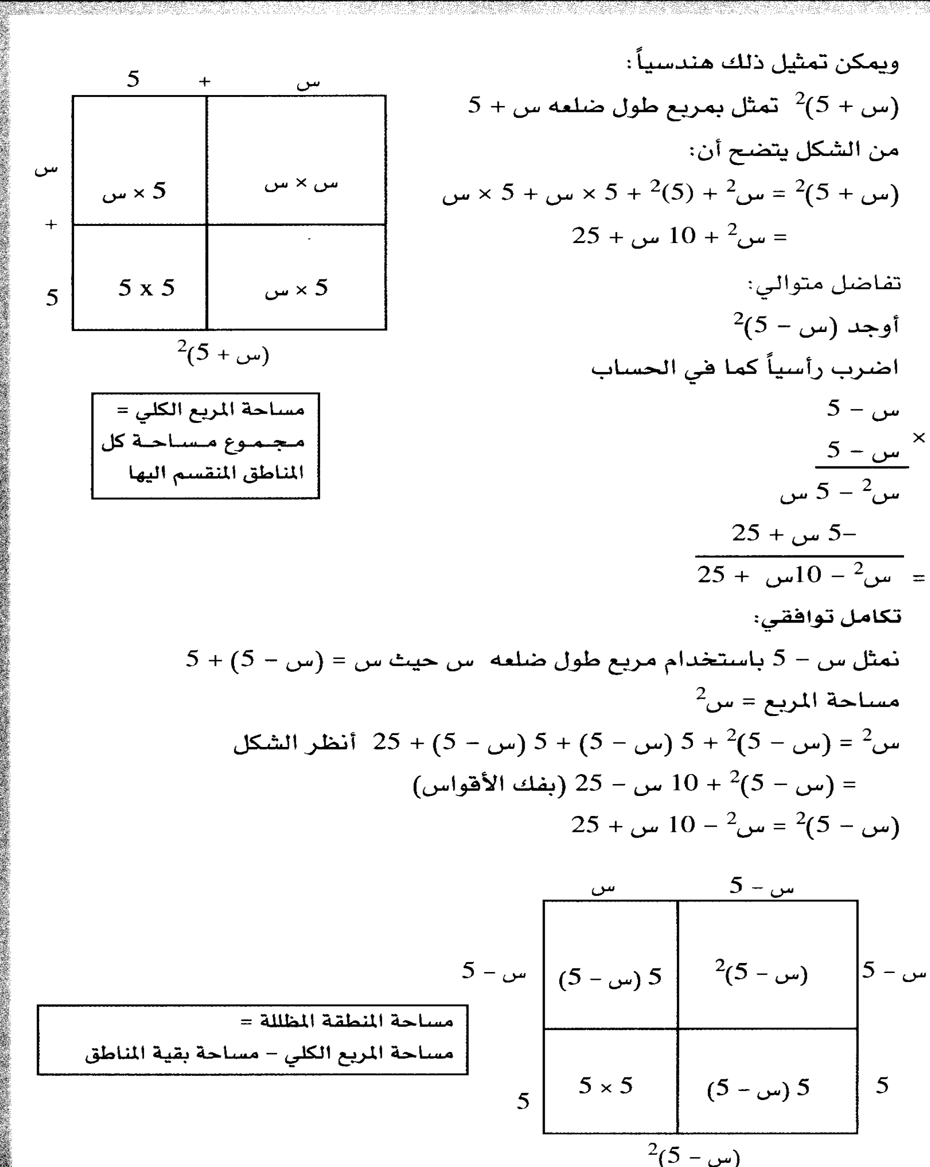
(س + 5) (س + 5) = (س + 5) × س + (س + 5) × 5

= س (س + 5) + 5 (س + 5)

= س × س + س × 5) + (5 × س + 5 × 5)

= (س^2 + 5س) + (5س + 25)

= س^2 + 10 س + 25



ويمكن تمثيل ذلك هندسياً:

(س + 5)^2 تمثل بمربيع طول ضلعه س + 5

من الشكل يتضح أن:

(س + 5)^2 = س^2 + (5)^2 + 5 × س + 5 × س

= س^2 + 10 س + 25

تفاضل متوالي:

أوجد (س − 5)^2

اضرب رأسياً كما في الحساب

س − 5

× س − 5

س^2 − 5 س

−5 س + 25

= س^2 − 10س + 25

تكامل توافقي:

نمثل س − 5 باستخدام مربع طول ضلعه س حيث س = (س − 5) + 5

مساحة المربع = س^2

س^2 = (س − 5)^2 + 5 (س − 5) + 5 (س − 5) + 25 أنظر الشكل

= (س − 5)^2 + 10 س − 25 (بفك الأقواس)

(س − 5)^2 = س^2 − 10 س + 25

مدخل خرائط المفاهيم

خريطة المفاهيم عبارة عن مخطط ثنائي البعد. أحد البعدين يوضح المفاهيم وتسلسلها الهرمي (من الأكثر عمومية إلى الأقل او العكس) والبعد الآخر يوضح الترابط والعلاقات بين هذه المفاهيم. هناك خرائط معرفية تحدد الجوانب المعرفية السابقة والجوانب المعرفية الجديدة.

هناك أيضاً ما يعرف بمخطط المفاهيم الذي على شكل الحرف الانجليزي "V" وهو أيضاً ذو بعدين أو جانبين:

أحد الجانبين يخص المفاهيم والعلاقات (القوانين، والمبادىء، النظريات) الخاصة بموضوع مستهدف تعليمه بقصد تعلمه، والجانب الأخر يختص بالأعمال الإجرائية المتوقع أن يقع بها المتعلم، ويسبقها المتطلبات المعرفية المسبقة أي ما ينبغي أن يعرفه التلميذ كخلفية يبني عليها او يربط بها المعلومات الجديدة لتكوين بنية معرفية أكثر ارتقاء من بنيته المعرفية السابقة.

ويشمل التخطيط بشكل "V" ما يلزم للشرح أو الاستعمال من أدوات والأنشطة التي يقوم بها التلاميذ للمساعدة في "بناء" "أو" إعادة تنظيم "بنيته المعرفية. سواء أكان بناء ذاتياً، حيث يقوم المتعلم ببناء معرفته بنفسه كما تقول بذلك النظرية البنائية (Constuctivism) أو بتوفيق تكاملي بمعاونة المعلم كما يري اوزوبل.

مثال : استخدم مدخل خرائط (V) في إيجاد مساحة المعين

الهدف: إيجاد مساحة المعين باستخدام القانونين

(أ) م = ل x ع (طول الضلع x الارتفاع)

(ب) م = 1/2 ق$_1$ x ق$_2$ (نصف حاصل ضرب القطرين)

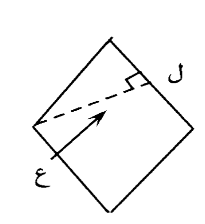
الأدوات التعليمية:

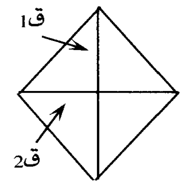
(1) لوحة مربعات شبكية

(2) أوراق عمل للتلاميذ

أوراق مربعات مرسوم عليها عدة أشكال للمعين

تمارين يقوم بحلها التلميذ



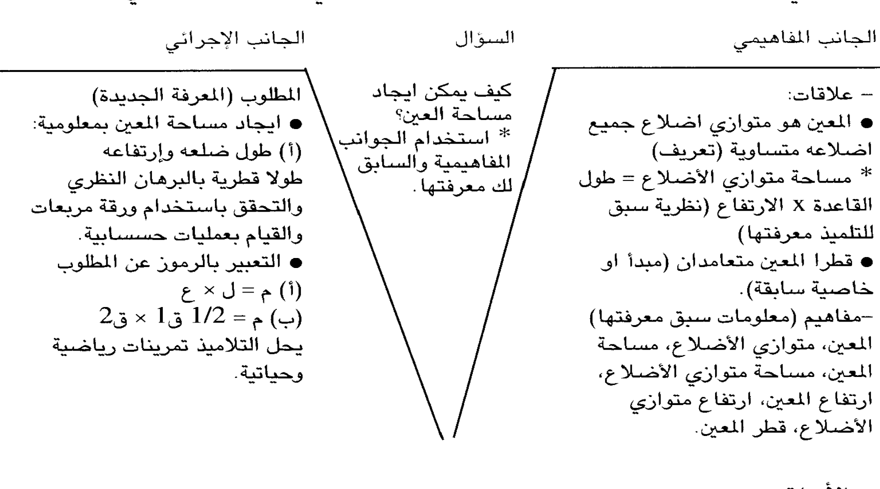


السير في الدرس

(1) بناء خريطة "V" بحسب خطوات كالآتي:

- يرسم شكل "V"
- يوضع في قمة الخريطة السؤال الرئيسي: "كيف يمكن حساب مساحة المعين"؟
- على يمين الخريطة توضع النظريات والقوانين والمفاهيم (الجانب المفاهيمي)
- على يسار الخريطة يوضع المطلوب إيجاده، والصور الرمزية لها، والأنشطة التي سيقوم بها التلاميذ.
- في آخر الشكل (تسمى بؤرة الخريطة أحياناً) توضع الأدوات التي ستستخدم والأعمال التي على التلميذ أن يقوم بها.

ويتم ذلك في حوارات ومناقشات بين المعلم والتلاميذ حتى يتضح للتلاميذ ما سيقومون بعمله في ضوء المتطلبات وبناءً على المعلومات المعطاة في الجانب المفاهيمي.



الأدوات:

لوحة مربعات، شفافيات يشرح عليها المعلم، أوراق عمل يعمل عليها التلاميذ، معينات توضيحية لنماذج لمعين في أوضاع مختلفة.

أنشطة : (يقوم بها التلاميذ)

- يحاول التلاميذ البرهنة
- يشرح المعلم على السبورة أو على شفافيات
- يكتب التلاميذ البراهين بأنفسهم ويتحققون حسابياً وعددياً لحالات خاصة مرسومة او يرسمونها على أوراق العمل.
- يحل التلاميذ تمارين عددية وتمرينا نظريا على الأقل.

أنشطة (يقوم بها المعلم)

- يعطي المعلم سؤالين أحدهما مقالي والآخر اختيار من متعدد لتقويم الدرس.
- يعيد المعلم تلخيص الدرس.
- يعطي المعلم برهاناً منظماً لقانوني مساحة المعين.
- يعطي واجباً منزلياً.

المدخل المنظومي(Systemic):

المدخل المنظومي هو تطوير لمدخل النظام التقليدي الذي نشأ في أحضان الثورة الصناعية والمتأثر بنظمها في إنتاج السلع على خطوط الانتاج والمكونة من مدخلات وعمليات ومخرجات ثم نظام للتحكم في الجودة في شكل تغذية راجعة Feedback يتم في ضوئه تصحيح أي خطأ او نقص في المنتج. وكان خط الإنتاج يسير خطياً وتتابعياً. مع تعقد المنتجات وتطور التكنولوجيات بدأ وجود ما يسمي بالتغذية الاستباقية Feedforwar بمعنى أنه قبل تحديد المدخلالت وتحديد العمليات يكون هناك توقعات مسبقة ومحاذير توضع في الاعتبار حتى يأتي المنتج اكثر سلامة وليس بالضرورة الانتظار حتى النهاية والتعرف على خصائصه من التغذية الراجعة.

المدخل المنظومي يضع في اعتباره كل العوامل المتلازمة في أي موقف والتشابك بين كل مكونات النظام وكيفية تأثير كل مكون بالمكونات الأخرى وتأثره بها في نظام شبكي. وهو أشبه بالأنظمة المتشابكة في جهاز الحاسوب مثلاً. ولعل أفضل تمثيل للمنظومة هي منظومة جسم الإنسان حيث أن كل أجهزة الجسم تؤثر وتتأثر ببعضها.

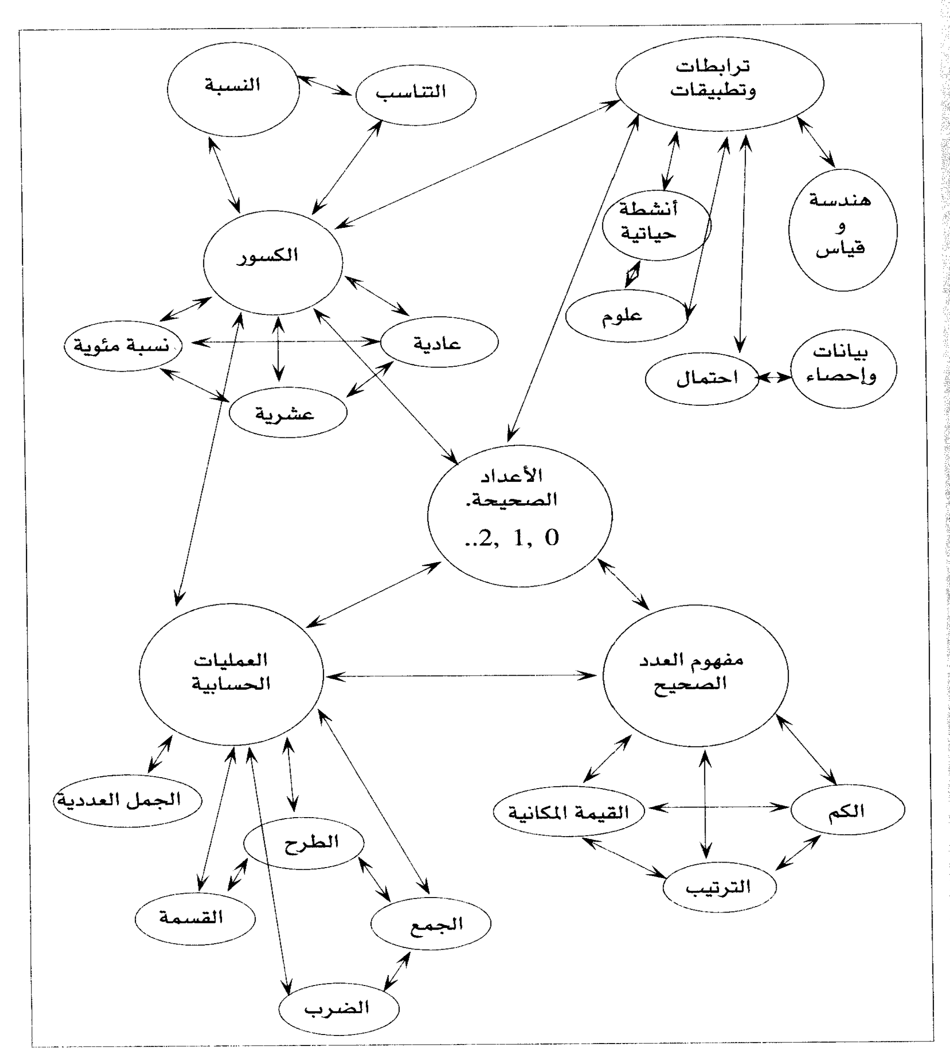
المدخل المنظومي في التدريس يهتم بالعلاقات التي تربط كل مكونات أي موضوع أو أي مقرر. كما أن بعض مكونات الموضوع أو المقرر نفسه يكون منظومات فرعية. ومن ثم فان

تحليل محتوى الموضوع الى مفاهيم ومهارات وعلاقات يبدأ أولاً ثم يتم النظر في كيفية ترابطها وعلاقاتها التبادلية. ويتم تقديم هذه المنظومة أولاً وكأنها منظم خبرة متقدم يكون موجهاً ومرشداً لما يتم تدريسه. وعند تدريب أي مكون فإنه يكون مرتبطاً بمعرفة أو خبرة سابقة كما وأنه سيعد لخبرات تالية متوقعة تتجدد بها دوماً البنية المعرفية للتلميذ المتعلم.

ومن ثم يمكن وصف المنظومة بأنها بناء (Structure) شبكي تتجمع فيه عناصر أو مكونات موضوع أو مقرر وتترابط معاً في تفاعل تبادلي كل منها تتأثر ببقية العناصر وتعمل تكاملياً لتحقيق أهداف محددة واضحة. الأهداف في المدخل المنظومي ليس لها سقف يحدها بل يمكن في أثناء سير العمل (التعليم والتعلم) تتحقق أهداف أخرى، كما يمكن أن تنمو مكونات المنظومات فيتم استخلاص مكونات جديدة، وبالتالي فهي ديناميكية وليست استاتيكية. المعلم والتلاميذ يمكن أن يتفاوضوا ويتناقشوا في مكونات الموضوع ويوضح المعلم الترابطات المتوقعة بينها وأيضاً الترابطات بين المكونات الجديدة والمكونات السابق أن عرفها التلاميذ. يستخدم المدخل المنظومي في بداية دراسة مقرر أو موضوع، كما يطلب المعلم في نهاية الموضوع ان يكون التلاميذ بأنفسهم الترابطات المنظومية التي يرونها بعد فهمهم واكتسابهم للخبرات المكونة لموضوع الدراسة.

مثال (١): منظومة محتوى الحساب في المرحلة الابتدائية

بتحليل محتوى منهج الحساب يمكن وضعه بصورة المنظومة التالية:



منظومة الأعداد في المرحلة الابتدائية

وتساعد المنظومة في اختيار الموضوعات التي يتم تدريسها والربط بينها بما يوفر الاستفادة مما ينتهي تعلمه في تعلم شيء جديد، والوضع في الذهن أن ما يجري تعلمه سوف يعد لمفاهيم ومهارات اخرى تتخللها ترابطات وتطبيقات مناسبة. كما تسمح الصورة المنظومية بتغير في ترتيب الموضوعات بل وفي تدريس موضوعات تطبيقية لم تكن موجودة في المناهج التقليدية، ومن أمثلة ذلك:

- يمكن تدريس الكسور العشرية قبل الكسور العادية
- يمكن إدخال مبادىء الجبر بعد تدريس الجمل العددية.

مثل $3 + \square = 7$ ، $\square > 7$

$\triangle + \square = 10$ بحيث $\triangle - \square\ 2$

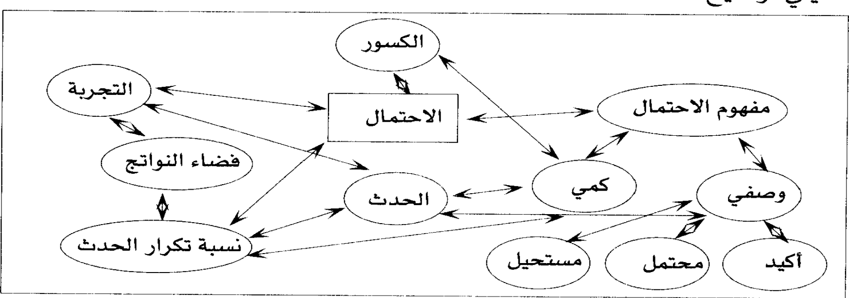
- حل بعض المسائل الحسابية بتفكير منظومي.
- مثل : اكمل الفراغات $\square \xrightarrow{+2} \bigcirc \xrightarrow{\times 3} 24$

الحل: بالترابط التبادلي يبدأ من النهاية ويسير في الاتجاه العكسي مستخدما العمليات العكسية

$$6 \xrightarrow{+2} 8 \xrightarrow{\times 3} 24$$
$$24 \xrightarrow{\div 3} 8 \xrightarrow{-2} 6$$

يمكن تدريس تطبيقات لا تتطلب إلا عمليات حسابية واستخدام الأعداد الصحيحة والكسور. فقد أمكن - مثلاً - تدريس المفاهيم الأساسية في الاحتمال في الصف الخامس الابتدائي، كمنظومة فرعية لمنظومة الأعداد.

وفيما يلي توضيح لذلك:



الاحتمال : منظومة فرعية

مثال (2) درس لتقديم مفهوم الاحتمال.

المجموعة المستهدفة: الصف الخامس الابتدائي

أهداف تعليمية: (يمكن ان تتطور بحسب سير الدرس واستجابة التلاميذ)

- أن يتعرف التلميذ على مفاهيم اساسية: تجربة، نواتج، ضرب ، حدث ، اكبر ، مستحيل، محتمل، فرصة، لعبة عادلة، لعبة غير عادلة.
- يتنبأ بنتائج قبل التجربة
- يميز بين نواتج لها فرص متساوية وأخرى غير متساوية الحدوث.
- يعطي أمثلة لأحداث أكيدة وأخرى مستحيلة وأخرى محتملة.

وسائط تعليمية.

قطع نقود، مكعبات بستة ألوان مختلفة على أوجه او عليها ستة أعداد (1 - أقراص خشبية او من الورق المقوي ذات تقسيمات مختلفة ألوان.

وإذا توفر برمجية حاسوبية جاهزة وشاشة عرض مكبرة للحاسوب.

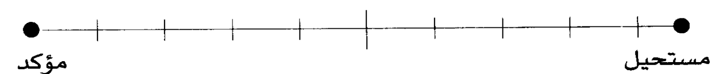
عرض الدرس:

نموذج (1) – يقدم المعلم صورة عامة عن الدرس والمتوقع عمله وتعلمه.

يتحدث عن بعض المواقف والأحداث ويطلب وصفها من حيث أنها أكيدة او مستحيلة أو محتملة: مثلاً: غدا تمطر السماء، إذا قذفت قطعة معدنية إلى اعلا فإنها ستسقط ثانية، إذا كان اليوم هو يوم الجمعة فان غدا سيكون هو يوم الأحد.

- يعطي تدريباً كالآتي:

- إليكم بعض الأحداث فرص حدوثها تقع بين أكيد ومستحيل والمطلوب ترتيبها بحسب ما تقدره أنت من اليمين إلى اليسار من حيث قربها من الاستحالة وحتى قربها من أن تكون مؤكدة، علماً بأن نقطة المنتصف تدل على ان فرص الحدوث وعدم الحدوث متساوية.



(1) أمي ستنجب ولداً.

(2) عند رمي قطعة نقود مرتين سأحصل على صورة في كل مرة.

(3) ستنظم شركات السياحة العربية رحلات إلى القمر في العام القادم.

(4) عند رمي مكعب منتظم على أوجه الأعداد1 - 6 سيظهر العدد 2.

(5) عند رمي مكعب منتظم على أوجه الأعداد 1 - 6 سيظهر عدد أقل من 5.

(6) نحن في الشتاء، غدا ستكون درجة الحرارة 30 سلسياس (مئوية).

(7) وقوع حرب عالمية ثالثة.

(8) توقف الأرض عن الدوران بعد (100) سنة.

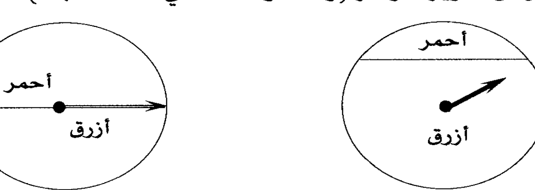
(9) إصابة طفل بالأنفلونزا في الشتاء.

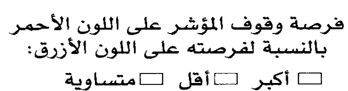
(10) فريق الفراشات سيلعب مباراة غدا مع فريق الصابرات، فريق الفراشات سيكسب أو سيخسر المباراة

(2) يجري المعلم بعض التجارب أو يطلب من التلاميذ إجرائها بعد توزيع أدواتها عليهم. وقد يكون ذلك بتقسيم التلاميذ إلى مجموعات صغيرة.

ومن أمثلة التجارب البسيطة:

(1) بفرص تدوير المؤشر (وكما أوضحنا في أمثلة سابقة):



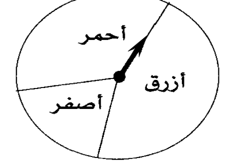


فرصة وقوف المؤشر على اللون الأحمر بالنسبة لفرصته على اللون الأزرق:

☐ أكبر ☐ أقل ☐ متساوية

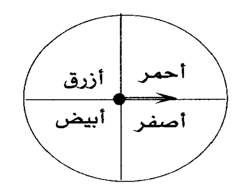
فرصة وقوف المؤشر على اللون الأحمر بالنسبة لفرصته على اللون الأزرق:

☐ أكبر ☐ أقل ☐ متساوية



إذا دار المؤشر 30 مرة فإن فرص وقوفه على اللون الأزرق:

☐10مرات ☐20 مرة ☐ 30 مرة



إذا دار المؤشر 40 مرة فإن فرص وقوفه على اللون الأسود:

☐10مرات ☐20 مرة ☐ 30 مرة

(2) تدوير المؤشر فعلاً مع استخدام أقراص كما بالأشكال السابقة.

أدر المؤشر فعلاً 60 مرة وسجل عدد مرات وقوفه بالنسبة لكل من الافتراضات السابقة وقارن النتائج الفعلية بما توقعته (التلميذ).

(3) اقذف قطعة نقود معدنية إلى أعلا (10) مرات ثم (20) مرة ثم سجل كم مرة تسقط ووجه الصورة يكون إلى اعلى وكم مرة يكون الدرجة الأعلى هو "الكتابة" - كرر ذلك ومتى تقترب نسبة ظهور كل وجهة إلى 1/2

عدد مرات القذف	عدد ظهور صورة	عدد ظهور كتابة
10		
20		
30		
50		

(4) احضر (10) بليات متساوية في الحجم والوزن وبحيث تكون:

2 سوداء، 3 حمراء، 5 زرقاء، ادخل هذه البليات في كيس أو صندوق غير زجاجي. امدد يدك لسحب بلية واحدة دون ان تنظر إلى داخل الكيس أو الصندوق. ثم أعدها مرة أخرى واخلطها مع بقية البلي. كرر ذلك (30) مرة، ثم سجل الناتج.

لون البلية	عدد المرات التي ظهرت فيها	نسبة عدد مرات الظهور الى عدد مرات السحب
سوداء		= 30 /
حمراء		= 30 /
زرقاء		= 30 /

- ما اللون الذي سحبته أكبر عدد من المرات؟
- ما نسبة ظهور اللون الأسود؟
- رتب تصاعدياً نسب ظهور كل لون، علل لذلك الترتيب.

يعطي المعلم تدريبات يحلها التلاميذ فردياً على مقاعدهم داخل الفصل، أو واجباً منزلياً.

المدخل الموديولي

الموديول Module وحدة تعليمية متكاملة تعالج موضوعاً أو قضية معينة مثل وحدة في الاحتمال، حيث يتحدد فيها: المجموعة المستهدفة التي ستدرس الوحدة (مثلاً الصف الخامس الابتدائي) وأهدافها (المتوقع تحقيقه منها بالنسبة للتلاميذ) ومحتواها (العناصر من مفاهيم ومهارات وعلاقات)الرياضي الذي سيتعلمه أو متوقع أن يكتسبه التلاميذ، والأنشطة والوسائط التعليمية التي سيستخدمها المعلم ويشارك فيها التلاميذ، وأساليب تقويم تحصيل التلاميذ مصحوبة بنماذج اختبارات متنوعة الشكل والمستويات التي تقيسها.

ويمكن تنظيم محتوى منهج الرياضيات في أحد الصفوف أو المراحل في شكل موديولات ويكون تقديم تتابعها بطرق تناسب إهتمامات الفصل وأولويات المقرر وإرتباطه بمواد دراسية أخرى مثل العلوم، مع الوضع في الاعتبار متطلبات المقرر والتنظيم المدرسي. ويتيح التنظيم الموديولي فرصة للتفاوض بين المعلم وتلاميذه في التتابع المناسب من حيث البناء على معلومات سابقة والاستفادة منالموديول فيما يليه من موديولات اخرى. كذلك يساعد المدخل الموديولي في التعليم الفردي وعلى التعلم الذاتي. كذلك يفيد في أن يكون التقويم على أساس موديولات دون أن يقتصر التقويم على كل المقرر في نهاية الفصل الدراسي أو العام بكامله. وتتضمن الاختبارات داخل الموديول مقاييس تساعد على التقييم الذاتي من خلال تغذية راجعة وإرشادات تصويب في حالات الخطأ، وإشارات تعزيز للاستجابات الصحيحة.

تستخدم الموديولات احياناً مستقلة عن المنهج المقرر ومصادر تعلمه، فقد يعد المعلم موديولات إثرائية للمتفوقين، وموديولات علاجية لبطيئي لا تعلم أو لمن يواجهون صعوبات. وفي هذه الحالة قد يتناول الموديول جزئية واحدة من موضوع سواء أكان مفهوماً أو مهارة أو نظرية من حيث فهمها والبرهنة على صحتها وتطبيقاتها الرياضية وغير الرياضية.

مثال : رياضيات العائلة:

تقدم فيما يلي توصيفاً لموديول بعنوان "رياضيات العائلة" ومن الواضح أنه ليس موضوعاً في مقرر مدرسي ولكنه "موديول" تنوير للآباء والأمهات ويصلح في برامج تعليم الكبار.

الأهداف العامة:

1 - محو الأمية الرياضية

2 – ينمي مهارات اساسية في الرياضيات

3 – يوضح القيم النفعية للرياضيات

4 – ينمي اتجاهات ايجابية نحو الرياضيات.

5 – يصحح المعتقدات الخاطئة عن الرياضيات مثل أنها مادة صعبة وأنها تتسبب في التوتر.

مبادىء عامة:

تستند المعالجات الرياضية والأنشطة المتضمنة في الموديول إلى المبادىء العامة التالية:

1 – كل الأطفال (والكبار) قابلون لتعلم الرياضيات.

2 – تزداد قابلية تعلم الرياضيات كلما كانت ترتبط مباشرة بواقع المتعلمين وأنشطتهم الحياتية وخبراتهم.

3 – تتولد دافعية وحماس للتعلم المستمر للرياضيات كلما أحس المتعلمون ولمسوا أنها مفيدة لهم وتسهم في تأهيلهم للتوظف واكتسابهم لمهارات حياتية.

4 – المهام والأنشطة الرياضية جزء مكمل للحياة اليومية.

5 – يمكن لأفراد العائلة معاً أن يعلموا بعضهم بعضاً مهارات رياضية من خلال أنشطتهم الأسرية داخل وخارج المنزل.

محتوى الموديول:

يختلف المحتوى بحسب المدة الزمنية المخصصة لتعلمه وللمستوى الذي يُقَدم فيه وللبيئة الثقافية والمجتمعية التي ينتمي لها المتعلمون. وقد يتضمن الآتي:

– المهارات الأساسية للحساب (+ ، - ، x ، ÷) في ضوء استخدام الآلات الحاسبة.

– التقريب والتقدير التقريبي، القياس.

– النسبة والتناسب.

– إحصاء واحتماء.

– أشكال هندسية : مجسمات وأشكال مستوية.

– ترابطات تشمل: ميزانية الأسرة، اقتصاد منزلي، تجهيزات أثاث منزل وتكلفته، رحلات

اسرية داخل وخارج البلاد، العملات وبعض التحويلات (كمبيو)،مشروعات لأسرة منتجة، بناء دارة، إدارة مزرعة صغيرة،... الخ.

اساليب التعليم والتعلم في المدخل الموديولي

طبيعة وجوهر الموديول هي أنه منظومة حل مشكلات تتطلب تفكيراً يستدعي تعلم بعض المهارات والحقائق وليس حفظها أو تذكرها. ومن ثم فالتأكيد على العمليات العقلية لتنمية مهارات التفكير بعيداً عن تذكر القوانين وآليات العمل الحسابي.

يتعلم دارس هذا الموديول كيفية رجراء بعض العمليات ذهنياً وبالآلة الحاسبة وجزئياً بالورقة والقلم. ويتعود الإجابات التقريبية والإجابات المضبوطة الدقيقة. ومن ثم يمكن أن يغطي الموديول مدى عريضاً من المفاهيم في الحساب والهندسة والتصور المكاني والقدرة على إقامة الدليل على صحة خطوات يقوم بها، ويمكن أن يشمل جمع البيانات وقراءتها ووضعها واستنتاج بعض العلاقات منها وأن يقرأ اشكالاً بيانية وأن يمر بخبرات التفكير الاحتمالي.

المواقف الحياتية وتنوعاتها في الإنتاج والخدمات ومجالات العمل والترويج والعلاقات الاجتماعية عناصر هامة في نجاح الموديول تعليماً وتعلماً، ومراعاة الجوانب الروحية والأخلاقية والقيمة تعتبر مكوناً هاماً للموديول.

تنظيم الموديول:

ينظم الموديول في شكل دروس وتمارين وتقويم ذاتي ونماذج اختبارات، ويوضع في نهايته صفحة يسجل فيها المتعلم درجاته في كل اختبار ومدى تقدمه.

كذلك يحدد في الموديول الفترة الزمنية التي تتراوح فيها دراسته داخل مدرسة أو في مؤسسة مدنية اجتماعية او ذاتياً في المنزل، ويضاف مراجع لمن يرغب في الإستزادة في موضوع الموديول وتطبيقاته.

إطار (15) الملامح المميزة للطرق التقليدية والطرق المعاصرة في التدريس

طرق تقليدية	طرق معاصرة
– الكتاب المدرسي هو المصدر الوحيد للمعرفة.	– تعدد مصادر المعرفة.
– المعلم هو العنصر الرئيسي.	– التلميذ هو العنصر الرئيسي.
– التلميذ سلبي ومتلقي	– التلميذ إيجابي ونشط.
– المعرفة توجد خارج التلميذ.	– المعرفة يبنيها التلميذ بنفسه.
– المعلومات أحادية	– المعلومات متكاملة.
– الأنشطة جمعية في معظمها.	– الأنشطة تتنوع بين جمعية وتعاونية وفردية.
– يتقبل المعلم من التلميذ الإجابات الصحيحة فقط.	– يتقبل المعلم كل الإجابات، ويقود التلميذ الذي يجيب بالخطأ إلى أن يصل إلى الإجابة الصحيحة.
– التفاعل بين معلم وتلاميذ.	– التفاعل بين المعلم والتلاميذ، بين التلاميذ وبعضهم.
– تكنولوجيا التعليم تقتصر على : الطباشير والسبورة، الورقة والقلم، أحياناً عروض يقوم بها المعلم ويشاهدها التلاميذ.	– تكنولوجيا التعليم تتضمن الحاسبات والحواسيب وأجهزة العرض، التلاميذ انفسهم يقومون بأنشطة وتجارب عملية.
– التقييم يعتمد أساسا على اختبارات تحريرية نهائية، وتستند النتائج على توزيع المنحنى الاعتدالي.	– التقييم متعدد ومستمر مع تنوع أدوات التقييم. وتستند النتائج على معايير محكية.

التعلم : نظريات ومبادرات

التوجه المعاصر في العملية التعليمية هو الاهتمام بعملية التعلم (Learning) كيف يتعلم الطفل او التلميذ او الطالب (أيا كان مسماه) في المراحل العمرية والمراحل التعليمية هو مجال التركيز في أنشطة المؤسسات التربوية والتعليمية. هناك نظريات وتفسيرات عديدة في الكيفية التي يحدث بها التعلم... تتعدد النظريات وتختلف ولكنها في جوهرها محاولات لشرح السلوك الذي يكتسب به "المتعلم" المعرفة ويعالج به المعلومات ويكوّن اتجاهات وقيماً. وتتأثر نظريات التعلم - شأنها في ذلك شأن النظريات في سائر العلوم والمجالات - بعوامل ومعتقدات ثقافية في المجتمعات التي تنشأ فيها أو التي يجري فيها التجارب بشأنها والتحقق منها وتطبيقها، إلى جانب التطورات الحادثة في دراسة الجوانب المختلفة للإنسان والتكنولوجيات المتاحة للدراسة. وأيا كانت طرق التعليم فإن "الفرد" نفسه هو الذي يتعلم أو لا يتعلم... فالتعلم عملية ذاتية يستخدمها الفرد في معالجته للمعلومات التي يحصل عليها بنفسه أو يتلقاها من أي مصدر أو يكتسبها من خلال خبرة يمر بها طوعاً أو قسراً وبحسب ايقاعه المعرفي وما تتيحه له قدراته العقلية وما "ترتاح" له وجدانياته وما تيسره له محفزات تتأتى له من داخله أو من الخارج.

من نظريات التعلم التي تأثر بها تعليم الرياضيات: نظريات الترابط Association الجشتالت Gestalt والنظرية السلوكية. وحديثاً النظرية المعرفية (Cognitive) التي من روادها جان بياجيه وفيجوتسكي المرتبطة بمراحل النمو العقلي وارتباطها بنمو المفاهيم الرياضية.

ومن أشهر النظريات التي إهتمت بالتعلم:

1- نظرية جيلفورد: اهتمت بالعمليات العقلية ومحتويات التعلم ونواتج التعلم والتي يوضحها المخطط التالي:

العمليات العقلية	محتويات التعلم	نواتج التعلم
1- تذكر	1- أشكال	1- وحدات
2- ادراك / معرفة	2- رموز	2- فئات
3- تقويم	3- لغة	3- علاقات
4- ناتج تقاربي	4- سلوك	4- نظم/تركيبات
5- ناتج تباعدي		5- تحويلات
		6- تضمينات

ومن ذلك يرى جيلفورد بأنه توجد عند الفرد 5 x 4 x 6 = 120 قدرة عقلية وهي عدد التباديل للتفاعلات الثلاثية للمكونات.

* من أمثلة العمليات العقلية في الرياضيات:

- تذكر وتخزين بيانات واستدعائها. .... تذكر
- إدراك أشكال متنوعة من البيانات وفهمها. .... إدراك
- إصدار احكام والوصول إلى قرارات. .... تقويم
- الإنتاج التقاربي يكون اشتقاقاً من بيانات معطاة وإنتاجاً مألوفاً. .... ناتج تقاربي
- الانتاج التباعدي يكون اشتقاقاً ابتكارياً وجديداً وغير مألوف. .... ناتج تباعدي
- ومن أمثلة القدرات العقلية:

القدرة على تذكر علاقات مصاغة رمزياً أو لفظياً. مثل العلاقة بين اضلاع المثلث القائم الزاوية. وهي تجمع بين عملية (التذكر) لناتج تعليمي (علاقة) ومحتوى تعلم (الرمز او اللفظ).

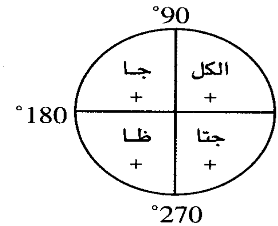
II- نظرية جانييه : اهتمت بأنماط التعلم والتي حددها جانييه بالآتي:

1 - التعلم الإشاري: وهو تعلم وجداني، فقد تتسبب الملاحظات السلبية الحادة على تلميذ فشل في حل مسألة رياضية كراهيته للرياضيات.

2 - تعلم الربط بين المثير والاستجابة: وهو تعلم إرادي فالتلميذ عندما يريد قياس زاوية يبحث عن منقلة.

3 - تعلم التسلسل: وهو تعلم يسير في تتابع زمني متقارب. وهو ما يؤكد أهمية دراسة كل موضوع رياضي بدون فجوات زمنية كبيرة بين دراسة اجزائه.

4 - تعلم الارتباط اللغوي: وهو تعلم يربط بين لفظين أو رمزين أو أكثر كما في حالة الربط بين كلمات مثل "كل جبار ظالم جاته داهية" لتذكر قواعد إشارات الدوال المثلثية في الارباع المتتالية للزاوية (0° - 360°) حيث تكون الدوال الموجبة على التوالي هي: الكل، جا، ظا، جتا.



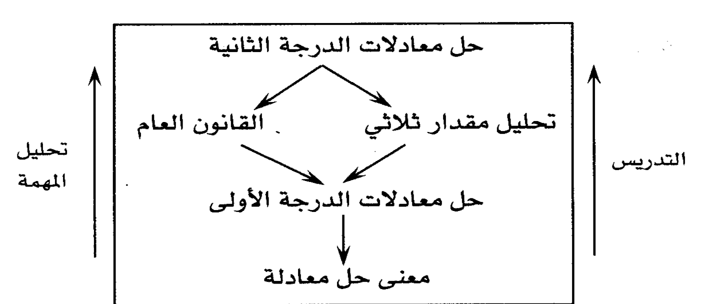
5 - التعلم عن طريق التمايز: وهو تعلم عن طريق تمييز شيء عن أشياء أخرى مثل التميز بين العدد 3 وأعداد أخرى مثل العدد 4 , 5 ....

6 - تعلم المفاهيم : وهو تعلم لإدراك خواص مشتركة بين عدة أشياء يتم تجريدها مثل مفهوم التوازي، ومفهوم النقطة ويكون بإعطاء أمثلة ولا أمثلة للمفهوم.

7 - تعلم القواعد : وهو تعلم أرقى من الأنماط السابقة لأن القاعدة تربط بين مفهومين أو أكثر (مثلاً: خاصية الإبدال أو قانون مساحة الدائرة....)

8 - تعلم حل المشكلات: وهو ما يتطلب قدرات عقلية أعلى ويتضمن ما سبق الإشارة إليه من فهم المشكلة وتحليل معطياتها وتحديد المطلوب فيها ووضع خطة للحل وتنفيذ الخطة والتحقق من صحة الحل.

ويرتبط اسم جانييه بمبدأ "تحليل المهمة" Task Analyssis عند معالجة موضوع رياضي معين. والبدء بتحليل المهمة إلى مهام أقل تعقيداً ثم حل وفهم الفرعيات والتدرج من أسفل إلى أعلى عند دراسة موضوع رياضي معين، مثل حل معادلات الدرجة الثانية.



III- نظرية برونر:

اهتم برونر بالاكتشاف. ومن مبادئه أن أي مفهوم يمكن تدريسه عند أي مرحلة بطريقة أمينة (وبطبيعة الحال بأسلوب يتفق مع مرحلة النمو العقلي). ويرى برونر ان **نظرية التعلم** تكون وصفية بمعنى أنها وصف لما هو متوقع أن يحدث، فهي تصف الأنشطة العقلية التي يستطيع الأطفال اجراؤها في مراحل معينة، بينما **نظرية التعليم** تكون توصيفية بمعنى أنها تعطي توصيفاً كيف نعلم الأطفال مفاهيم أو مهارات معينة عندما يكونون مستعدين لتعلكها. فمثلاً نظرية بياجيه التي تقول بأن الأطفال في مرحلة معينة لا يفهمون خاصية ثبات العدد هي نظرية تعلم بينما نظرية التعليم تعطى توصيفاً لكيفية تعليم الأطفال ثبات العدد، عندما يكونون مستعدين لذلك عقلياً. ويؤكد برونر المدخل الحلازوني التزايدي في

تدريس المفاهيم الرياضية. فهو مثلاً يرى بأن مفهوم النهايات يمكن أن يبدأ في صفوف مبكرة حيث يمكن أن يصل التلميذ حدسياً أن التتابع 2/1 4/1 , 8/1 يمكن أن تكون نهايته الصفر، والمتسلسلة 1 / 2 + 1 / 4 + 1 / 8+ ... تكون نهاية المجموع 1.

IV- نظرية سكينر:

تهتم بالسلوك وأن سلوك الناس يمكن قياسه ويدل على قدرات معينة كما أنه يمكن ضبطه والتحكم فيه ويرى سكينر أن كل السلوك البشري يندرج تحت نوعين: سلوك استجابي (غير طوعي، مجرد انعكاس ورد فعل) وسلوك إجرائي وهو تطوعي إرادي من خلال مثيرات مقصودة.

يتأتى التعلم نتيجة السلوك الإجرائي الذي يمكن تعزيزه. ويرتبط التفسير السلوكي للتعلم بنظرية التعليم البرنامجي المتتابع. وتعتبر نظرية بلوم في تصنيف الأهداف نظرية سلوكية حيث يهتم بالأهداف السلوكية الاجرائية والتي تصاغ بأفعال يمكن قياسها مثل: أن يميز، أن يحلل، أن يعيد تنظيم مكونات...

فسيولوجيا العقل البشري

يرى الكثير من العلماء أن العقل البشري يتكون من نصف كرة (Hemispheres) أيمن وأيسر. وكل منهما يعالج المعلومات بطريقة تختلف عن الآخر. يهتم النصف الأيمن بالتفكير البصري والمنظومي الكلي وتكوين الصور الذهنية والتحليل وإعادة التنظيم. بينما يهتم النصف الأيسر بالأنشطة التي يغلب عليها اللفظ وتناول المعلومات بشكل متسلسل ومباشر ومنطقي ونظريات وأرقام.

ولأن للفرد عقلاً واحداً فإنه يعمل بتكامل ومنظومية لوظائف النصفين وإن كان بعض الأفراد تتأثر اساليب وتفضيلات تعلمهم بما يغلب عليها وظائف أحد النصفين. أحد المهتمين بأساليب التعلم صَنَّف المتعلمين في ضوء أداء الجزء من المخ الذي له تأثير أكبر عليهم، كما في الجدول التالي (فلدر عن محمد الدسوقي وغيرهم)

المتأثرون بالنصف الأيمن	المتأثرون بالنصف الأيسر
1 – يتناولون المعلومات بطريقة كلية.	1 – يعالجون المعلومات بالجزئيات وبالتتابع.
2 – يستخدمون الصور العقلية، ويفضلون الشروح العملية والمرئية.	2 – يستخدمون اللغة ويفضلون الشروح اللفظية والكلامية.
3 – يصلون الى النتائج عن طريق الحدس والبداهية (Intuition)	3 – يصلون إلى النتائج عن طريق التحليل والتركيب والمنطق (Logic)
4 – يفضلون الأعمال التي تحتاج إلى تفكير مجرد وتخيلات ذهنية.	4 – يفضلون أعمالاً تتطلب تفكير محسوساً.
5 – يستخدمون مواهبهم في أكثر من عمل في نفس الوقت.	5 – يركزون على عمل واحد تتمركز حوله كل جهودهم دون تشتيت في أعمال أخرى.
6 – يفضلون الأنشطة الحرة والارتجالية وغير المألوفة.	6 – يفضلون الأنشطة المحددة والمنتظمة المرتبة ويعتمدون على الحقائق مع ميلهم للتفكير الناقد.

ويقدم ديفيدكولب المهتم بالتعلم الخِبري تصنيفاً للطلاب حسب أساليب تعلمهم في أربعة أنماط من المتعلم:

1) التأملي الحسي: يسأل المتعلم من هذا النمط "لماذا"؟ يستجيب جيداً لكيفية ارتباط ما يدرسه مع خبراته المحسوسة التي مر بها ومع اهتماماته المستقبلية.

– يحتاج هذا النمط الى أن يكون المعلم فعالاً ومؤثراً ومشجعاً ومحفزاً.

2) التأملي التجريدي: يسأل المتعلم من هذا النمط: "ماذا"؟ يستجيب للمعلومات المقدمة بصور منطقية منظمة.

– يحتاج هذا النمط إلى المعلم الخبير والأكاديمي البحت.

3) النَشِط الحسي: يسأل المتعلم من هذا النمط "ماذا لو؟" يجب تطبيق ما يتعلمه في مواقف جديدة وحل مشكلات حقيقية.

– يحتاج هذا النمط الى المعلم الذي لا يتدخل كثيراً بل يكون ميسراً ويتيح أكبر فرصة ومساحة لكي يكتشف المتعلم بنفسه ما يتعلمه.

4) النشط التجريدي: يسأل المتعلم من هذا النمط : "كيف"؟ يستجيب للمواقف التي تتضمن مهام محددة. يتعلم بالمحاولة والخطأ ويفضل التعلم في بيئة يكون فيها تسامحاً واماناً في حالات الخطأ أو الفشل.

– يحتاج هذا النمط إلى معلم حكيم غير متسرع يقدم تغذية راجعة ويتسامح مع أخطاء المتعلمين ويستخدمها في أن يتعلموا الصواب.

النظرية البنائية في التعلم (Constructivism)

إحدى النظريات المعاصرة في التعلم والتي جاءت لتتواءم مع فسيولوجيا العقل البشري لتجسد مفهوم التعلم كعملية بناء هي نظرة البنائية (Peskino, 1999).

في أبسط توصيفاتها تقول هذه النظرية أن المتعلم يبني معرفته بنفسه من خلال تفاعله المباشر مع مادة التعلم وربط المفاهيم الجديدة لمعارفه السابقة بما يحدث تغييرات في بنيته المعرفية على أساس المعاني الجديدة وبما يحدث تجديداً وارتقاء لبنيته المعرفية.

وتستند النظرية البنائية في التعلم إلى المسلمات التالية:

1 - الإنسان مخلوق تعلم يمتلك الإرادة الهادفة للتعلم.

2 - تتكون المعرفة من ذلك الذي يمكن أن نعرفه.

3 - ما يمكن معرفته هو نتاج لإعمال العقل والتأمل فيما نمر به من خبرات.

تفعيل استخدام البنائية للتعلم داخل الفصل:

إرشاد للمعلم: ييسر المعلم أن يبني التلاميذ معارفهم ويعيدون تنظيم وتطوير بناهم المعرفية من خلال الآتي وبمرونة:

1 - إلقاء اسئلة تتطلب تفكيراً وتتضمن مشكلات مفتوحة النهاية مع إتاحة الوقت المناسب للتفكير والاستجابة.

2 - إعطاء فرص لأن يجيب المتعلم بنفسه على سؤال يتطلب البحث عن معلومات جديدة مبنية أو يمكن اشتقاقها من معلومات سبق تعلمها.

3 - إتاحة فرص للعمل في مجموعات صغيرة للقيام بمهام تعاونياً.

4 - تشجيع الحوار بين التلاميذ وبعضهم والوصول إلى حلول متعددة.

5 - عدم تقديم حلول نهائية من قبل المعلم لينقلها التلاميذ جاهزة.

6 - إعطاء واجبات منزلية، وتشجيع أن يشرح التلاميذ لبعضهم ما توصلوا إليه بعد العودة لفصولهم.

7 - توفير مصادر تعلم متعددة.

8 - تشجيع استخدام البرمجيات والأقراص المدمجة والانترنت للحصول على معلومات اضافية تثرى معلوماتهم.

9 - تشجيع عمل مشروعات فردية وتقديم جوائز.

10 - تشجيع حب الاستطلاع وأن يسأل التلاميذ أسئلة للمعلم ولزملائهم.

11 - تضمين الاختبارات أسئلة غير مألوفة تتطلب حلولها مهارات تفكير عليا.

12 - يطلب من التلاميذ بين الحين والآخر شرح ما يتوصلون إليه وتوضيح طرق تفكيرهم.

13 - تشجيع التلاميذ على الثقة بأنفسهم وقدراتهم على النجاح والتفوق.

14 - العمل على تحسين اتجاهات التلاميذ من خلال إحساسهم بالنجاح والعمل في بيئة تعلم مريحة بعيدة عن التوتر وتكون مبهجة وجاذبة للعمل.

15 - تذكير التلاميذ بأنهم في طفولتهم تعلموا الكثير بأنفسهم: الكلام.... المشي... التعرف على الأشخاص.... التمييز بين الأشياء.

16 - تشجيع التلاميذ على التأمل فيما يعملون وأن يديروا عمليات تفكيرهم واستثمار الأوقات المتاحة لهم وتقييم أنفسهم.

17 - الإعداد الجيد للدرس والتحرك في إطار استراتيجية واضحة وتتابع مرن من التحركات في إطار أهداف واضحة وبدون سقف مغلق لما يمكن إنجازه في الحصة.

المراحل التي يمر بها الدرس للتعليم البنائي:

يمر الدرس بالمراحل التالية:

1 - مرحلة طرح المشكلة:

وفيها يطرح المعلم مشكلة يتم بمقتضاها استثارة دافعية التلاميذ. تسمى أحياناً مرحلة الدعوة (Invitation) وهي عامة مرحلة تنشيط والاهتمام بما يعرفه التلاميذ من معلومات سابقة يبنى عليها التلميذ معارفه الجديدة.

2 - مرحلة الاستكشاف:

ويمكن ان تكون هذه العملية عن طريق الاستكشاف التعاوني من خلال مجموعات يكونها المعلم أو ينقسم اليها الفصل طواعية.

3 - مرحلة اقتراح التفسيرات والحلول:

وفيها يقدم التلاميذ اقتراحاتهم والحلول المقترحة والمفاضلة بينها والتفاوض بشأنها.

4) مرحلة اتخاذ الاجراءات:

وفيها يقوم التلاميذ أنفسهم، ثم يقومهم المعلم، ويقوم التلاميذ بأنشطة تطبيقية لما توصلوا اليه.

مثال: لدرس يقوم على النموذج البنائي للتعلم:

موضوع الدرس: تحديد خاصية غير خاصة التوازن لأن يكون شكلاً رباعياً متوازي أضلاع.

الأهداف: يبني التلاميذ بأنفسهم المعرفة التالية: يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع إذا تساوي فيه كل ضلعين متقابلين.

التقويم المسبق للمعلومات السابقة:

- تعريف متوازي الاضلاع بخاصة التوازي.
- شروط تطابق مثلثين.
- شروط توازي مستقيمين.

الوسائط التعليمية:

- شفافيات وجهاز عرض.
- أوراق مقواة وأدوات رسم.

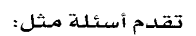
السير في الدرس:

مرحلة طرح المشكلة:

مجموعة من الأسئلة عن المعلومات السابقة ثم طرح المشكلة.

- المطلوب ايجاد شرط (غير شرط التوازي) لأن يكون شكلاً رباعياً وليكن أ ب جـ د متوازي اضلاع.
  - استند في التفكير على ما تعرفه سابقاً عن متوازي الأضلاع.

تقدم أسئلة مثل:





أ ب جـ د شكل رباعي فيه أ ب = د جـ، أ د = ب جـ

هل يمكن ان يكون أ ب جـ د متوازي أضلاع؟

ثانياً : مرحلة الاستكشاف (تعاونياً)

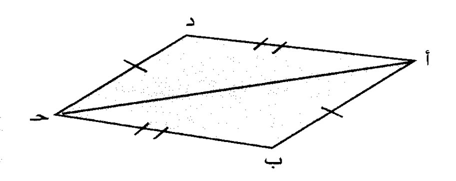
- تفكر المجموعة في كيفية الوصول إلى الحل.
- تثار تساؤلات بين المجموعة لاثبات خاصية تؤدي الى المطلوب.
- متى يكون أ ب جـ د متوازي أضلاع؟

من المعرفة السابقة: عندما يكون أ ب // جـ د ، أ د // ب جـ

- علينا اثبات ذلك باستخدام المعلومة الجديدة وهي أ ن أ ب = جـ د ، أ د = ب جـ.

ثالثاً : مرحلة إقتراح الحلول والتفسيرات

- لكي نثبت التوازي نعرف مسبقاً شروط تطابق زويا متبادلة أو متناظرة
- وكيف يكون ذلك؟
- .... تطبيق مثلثين
- من أين نأتي بمثلثين؟



رابعاً : مرحلة اتخاذ الاجراءات:

- نوجد مثلثين بأن نصل القطر أ جـ
- هل شروط التطابق متوفرة؟
- نعم : شرط الثلاثة أضلاع...
- لقد وصلنا

في المثلثين أ ب جـ ، جـ د أ :

أ ب = جـ د ، ب جـ = د أ ، أ جـ = أ جـ .

إذن بتطابق المثلثان

- ماذا ينتج؟
- ينتج أ ن $\hat{1}$, $\hat{2}$ متطابقان لأنهما متبادلتان، $\hat{3}$, $\hat{4}$ متطابقتان لأنهما متبادلتان من ذلك ينتج أن أ د // ب جـ ، أ ب // جـ د
- لقد وصلنا الى شرط متوازي الاضلاع كما عرفناه سابقاً.
- إذن ما النظرية الجديدة التي توصلنا إليها.

يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع إذا تساوى فيه طولا كل ضلعين متقابلين

- هذه خاصية جديدة نهنىء بعضنا بعضا عليها.
- دعنا نعرضها على المعلم.

بعد ذلك: يثنى المعلم على أن التلاميذ بنو بأنفسهم معلومة ومعرفة جديدة ويعدهم بجائزة ثم يقدم لهم أنشطة تطبيقية مثل:

نشاط (1) :

هل الشكل (1) متوازي أضلاع؟

.....

(1)

نشاط (2) :

كوِّن متوازي أضلاع داخل الشكل (2):

(2)

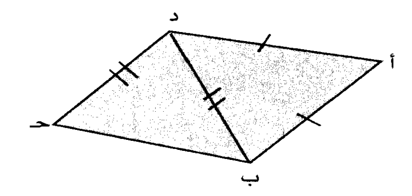
نشاط (3) :

أكمل الشكل (3) ليصبح متوازي أضلاع

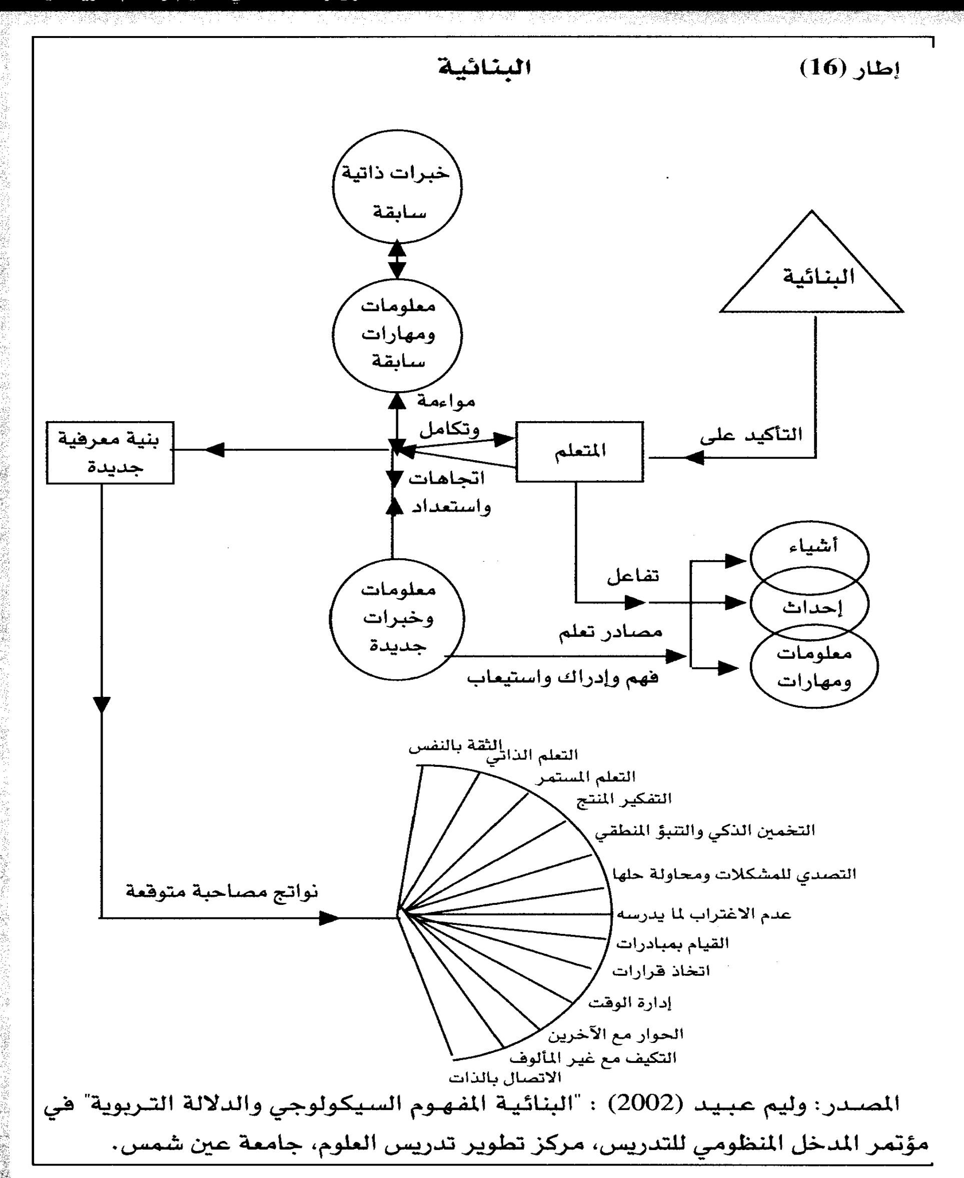
(3)

● واجب منزلي:

هل الشكل أ ب جـ د متوازي أضلاع – فَسر إجابتك.



إطار (16) **البنائية**



المصدر: وليم عبيد (2002) : "البنائية المفهوم السيكولوجي والدلالة التربوية" في مؤتمر المدخل المنظومي للتدريس، مركز تطوير تدريس العلوم، جامعة عين شمس.

استخدام التكنولوجيا في تعليم وتعلم الرياضيات

التربية التكنولوجية:

يتطلب تحديث طرق التدريس استثمار التقدم التكنولوجي المتمثل في استخدام الآلات الحاسبة Calculators في إجراء العمليات الحسابية المكثفة والتي كانت - وما تزال تمثل عبئاً ذهنياً على الأطفال ويستهلك إجراؤها وقتاً طويلاً بالورقة والقلم ويكون في معظم الحالات عملاً آلياً لا يتضمن تفكيراً يذكر كما في حالات القسمة المطلولة واستخراج الجذور التربيعية بل وجمع وطرح وضرب الأعداد متعددة الأرقام.

كذلك يتمثل استثمار التقدم التكنولوجي بدرجة أكبر في استخدام الحاسوب (الكمبيوتر). وتزخر الأدبيات التربوية المعاصرة بالدور الذي يمكن أن يلعبه الحاسوب في التعليم والتعلم. فهو معلم خصوصي يساعد على ممارسة أعمال تعليمية (مثل الرياضيات) والتدريب والمران عليها، وهو متعلم يوجه التلميذ من خلال برمجة تتضمن أوامر تنفذها "سلحفاة" مطيعة كما في حالة برمجيات اللوجو، وتنفذها آليات أخرى بمجرد النقر على لوحة مفاتيح أو الضغط على "فأرة" فترسل إشارات إلى الايقونات المختلفة، وهو اداة تمد المتعلم بوسائط تعليمية متعددة من خلال برمجيات متعددة الأغراض. ويرمز لهذه الأدوار بثلاثية للحرف T (3 T's) ويقصد بذلك أنه Tutor (معلم)، و Tutee (متعلم)، Tool (أداة) وإذا اردنا فيمكن ان نرمز إلى هذه الأدوار عربياً بالحروف الأولى (م . م . أ) ويقصد بذلك معلم، متعلم، أداة.

ويدخل التأكيد على استخدام الآلات الحاسبة والحاسوب واستخداماته الشاملة المتضمنة ليس فقط البرمجيات الجاهزة والمبرمجة والمتخصصة بل أيضاً في تيسيرات الحصول على المعرفة من خلال الإنترنت (الشبكات الدولية) والانترنت (الشبكات المترابطة الخارجية والمحلية) والبريد الالكتروني (التراسل)... يدخل الاستخدام في المجالات التربوية في إطار مسميات مثل: التربية التكنولوجية، الثقافية الحاسوبية، المدارس الذكية. وهو ما يؤثر على دور المعلم ليصبح ميسراً لعملية التعلم وليس مصدراً ملفتاً لمعلومات بعينها، كما يؤثر على محتوى المادة الرياضية التي يتم تدريسها فيعطي وقتاً للطفل والمتعلم للتفكير وتنمية القدرات العليا للتفكير (High Order Thanking Skills - HOTS) ويترك الحساب والحوسبة للتكنولوجيا المتاحة.

ومن ثم فإنه يمكن القول بأن معايير تعليم وتعلم الرياضيات في هذا الصدد تجمع على الآتي:

أن يتمكن كل طفل من أن:

1- يستخدم تكنولوجيا الحاسبات والحواسيب في إجراء عمليات وخوارزميات وإنشاءات هندسية وتمثيلات بيانية ومعالجة معلومات رياضية بما يعطيه فسحة من الوقت لأن يهتم بالتفكير والابتكار وإعمال العقل وتنمية مهارات حل المشكلات والقدرات الابداعية.

2- يدرك أن التكنولوجيا ليست بديلاً للحدس والفهم، كما وأنها عامل مساعد قوي للتعلم الذاتي والتعلم المدرسي الذي يقوده المعلم.

ومن ناحية أخرى فإنه على المعلم أن يدرك ان التكنولوجيا أداة صديقة له وليست بديلاً عنه، وأنها مكملة لما يعده من وسائط تعليمية ومصادر تعلم لتوفير بيئة تعلم مثمرة وفاعلة. والمهم في الأمر هو حسن استخدامها والمواقف المناسبة لاستخدامها لصالح المتعلم وتحقيق أهداف العملية التعليمية وتيسير العمل الابتكاري في الأنشطة الرياضية.

إن استخدام التكنولوجيا من حاسبات وحواسيب لا يعني الاستغناء تماماً عن التدرب على العمل الذهني والتقريبي واستخدام الورقة والقلم ولكن يعني بدرجة أكبر تقليل الاهتمام به والابتعاد عن التعقيدات التقليدية التي لا طائل من ورائها.

استخدام الآلة الحاسبة (Calculator)

بصفة عامة أشارت العديد من الممارسات الميدانية والدراسات إلى ان استخدام الآلة الحاسبة ادى الى تحسين اداءات التلاميذ في اجراء عمليات حسابية على الأعداد الصحيحة والنسب المئوية وأعطى فرصاً للتفكير في حل المسائل اللفظية حيث اعتمد التلميذ على الحاسبة في إجراء العمليات الحسابية، كما وأن استخدامها يسر للمعلمين اعطاء مسائل حياتية من الواقع دون حاجة لافتعال اعداد سهلة التعامل معها.

وفي معايير مجلس المعلمين NCTM هناك التوصية بأن أطفال الروضة وحتى الصف الرابع (K- 4) ينبغي ان ينموا قدراتهم الحسابية بالأعداد الكلية حتى يتمكن "الأطفال" من ان يستخدموا الآلات الحاسبة في مواقف حسابية مناسبة مثل: استكشاف انماط عددية، تنمية مفاهيم رياضية، مثل حل مشكلات وتطبيقات نوعية. ولا شك أنه مع تتابع المراحل الدراسية يكون هناك استخدام اكبر للآلات الحاسبة. ولا شك ان الأمر يتوقف على المدى الذي تتاح فيه الآلات الحاسبة (اليدوية) للتلاميذ والوظائف الرياضية التي يمكن أن يقوموا بها. وفي هذا الصدد نذكر ان وزارات التربية كانت تمد الطلاب في جميع

الصفوف - بجداول رياضية، ونرى انه من الأحرى الآن ان تمد الطلاب بآلات حاسبة، فضلاً عن ان هذه الآلات قد أصبحت رخيصة الثمن.

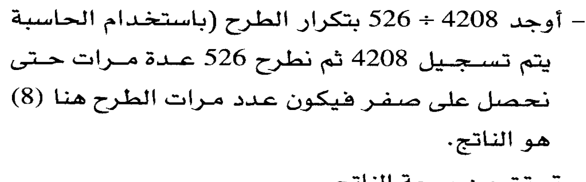
تنمية المهارات الحسابية باستخدام الحاسبات

إن أبسط استخدام للحاسبات هو إجراء عمليات حسابية. هناك أيضاً حاسبات تتعامل مع الكسور العادية، إلا أنه من المهم أنه قبل استخدام الآلة الحاسبة يتكون لدى التلميذ حِساًّ بالعدد وحسا بمعقولية النتائج التي تظهر على الشاشة. ولتزاوج الفهم مع المهارة ويمكن إعطاء امثلة كالآتي:

- ما العدد الذي يضاف إلى 1536 حتى يصبح 2036 ؟ حقق ذلك بالحَسَّابة / الحسابة:

(2036 = 500 + 1536)

- ما العدد الذي نطرحه من 1536 حتى يصبح 1036 ? 1506, 1530? حقق ذلك بالحاسبة.



- أوجد 4208 ÷ 526 بتكرار الطرح (باستخدام الحاسبة يتم تسجيل 4208 ثم نطرح 526 عدة مرات حتى نحصل على صفر فيكون عدد مرات الطرح هنا (8) هو الناتج.
- تحقق من صحة الناتج.
- أوجد 526 x 8
- كيف نرى معقولية خارج القسمة؟

(بالتقريب 4000 ÷ 500 = 8)

حل مشكلات وألعاب باستخدام الحاسبات

- في المسائل اللفظية يكون المهم هو حل المشكلة وتكون العمليات الحسابية أداة مساعدة.

مثال (1) :

أبدأ بالعدد (1) واطلب من شريك لك إضافة عدد مكون من رقم واحد. اللاعب الذي يصل إلى العدد 21 قبل الآخر يكون هو الفائز.

مثال (2):

واحد فقط من الأعداد التالية ليس مربعاً كاملاً.

تحقق من صحة اجابتك باستخدام الحاسبة 288369 , 3136 , 7056 , 11942

(1942 ليس مربعاً كاملاً لأنه لا يوجد مربع كامل رقم آحاده (2)

وباستخدام الحاسبة نجد أن $\sqrt{1942}$ = 444,07 ليس عدداً صحيحاً ومقرباً لرقمين عشريين

مثال (3) :

تاريخ الميلاد:

اطلب من صديق لك الآتي (باستخدام الحاسبة):

اضرب الشهر الذي ولد فيه x 25

اضف 17

اضرب الناتج x 4

اضف رقم اليوم الذي ولد فيه

اطرح 68

واطلب منه ان يعطيك الناتج..

- في الناتج :

رقما الآحاد والعشرات = اليوم، رقما المئات والآلاف = الشهر

مثال: ليكن تاريخ الميلاد : 23 ديسمبر أي 12/23 : الشهر 12 ، اليوم 23

300 = 25 x 12

(17 +) 17 +

317 =

(4 x) 4 x

1268 =

(23+) 23 +

1291 =

1223 = 38 - 1291

(68)- = 68-

12	23
12	23

= (الشهر 12، اليوم 23) ← تاريخ الميلاد هو 12/23

مثال (4) :

كيف نحصل على العدد 14 بالشروط التالية:

ابدأ بالعدد (6) ثم استخدم أعداداً أخرى مع العمليات + , - , x , ÷ على الترتيب

مثلاً : { (3 + 6) - 5 } x 7 ÷ 2 = 14

حل مشكلات حياتية واقعية

مثال (5):

تشتري إحدى الأسر مواد غذائية في موسمها وهي رخيصة الثمن وذلك لتستخدمها عند الحاجة إليها في غير موسمها ويكون سعرها مرتفعاً.

الجدول التالي يبين الكميات التي خزنتها الأسرة وأسعارها في موسمها وفي غير موسمها:

م	المادة الغذائية	عدد الاكياس المحفوظة	الثمن المنخفض في الموسم بالدينار	الثمن المرتفع في غير الموسم بالدينار	الوفر بالدينار	النسبة المئوية للوفر
1	لحوم	105	174,90	219,95	—	%21
2	دجاج	24	72,60	88,00	—	—
3	اسماك	70	33,50	41,54	—	—
4	خضروات	425	104,16	141,12	—	—
5	فواكه	310	68,00	87,04	—	%22
المجموع الكلي		—	—	—	—	—

استخدم الآلة الحاسبة في الإجابة عن الأسئلة التالية:

أ) أكمل الجدول.

ب) ما متوسط الوزن في كل كيس من كل نوع؟

د) ما سعر الرطل من كل نوع في الموسم وفي غير الموسم؟

د) في أي المواد كانت نسبة التوفير الأعلى؟

هـ) أسرة أخرى تستخدم نصف الكميات المبينة في الجدول. كون جدولاً جديداً للأسرة الثانية علماً بأن سعر الرطل ثابتاً في الحالتين. وقارن بين نسب التوفير للأسرتين.

قضايا تربوية جدلية في استخدام الآلة الحاسبة

مع تزايد استخدام الآلة الحاسبة خارج وداخل المدرسة تثار بين الحين والآخر قضايا جدلية عن الآثار التربوية للتزايد في استخدامها في المدرسة من أمثلة ذلك:

- ما دور خوارزميات الورقة والقلم في تعليم الحساب والعمليات الحسابية؟... ما الذي يتم تدريسه؟ وإلى أي مستوى من التمكن؟ متى يسمح باستخدام الآلة الحاسبة ومتى لا يسمح بها؟ هل كثرة استخدامها يقلل من المهارات الأساسية التي اعتادت المدرسة على الاهتمام بها؟ وهل تؤثر على فهم التلاميذ والحد من استخدام "عقولهم" البشرية؟ !!

الإجابات هنا تختلف، ولكن ما نعتقد به تربوياً هو أن:

استخدام الآلة الحاسبة لا يقلل من استخدام الشخص لعقله. إن مستخدم الآلة الحاسبة يستخدم عمليات عقلية عند إجرائه أية عملية بالآلة: مثلا: إدخال البيانات، ترتيب الإدخال، اختيار مفاتيح الإدخال، كتابة وقراءة وتسجيل الأعداد، الحِسّ بمعقولية الناتج... هذا بالاضافة الى إدراك العمليات وترتيب الاجراءات الخوارزمية... المهم هو اختيار المواقف المناسبة التي تستخدم فيها الآلة الحاسبة.

في نفس الوقت، فإنه قبل استخدام الآلة الحاسبة لا بد وأن يفهم الطفل معنى العمليات الحسابية وكيفية اجرائها حسياً ورمزياً بأمثلة بسيطة. هناك أهمية لأن يفهم التلميذ القيمة المكانية وطريقة كتابة الأعداد الكبيرة (من رقمين او اكثر) بنظام المنازل / الخانات. وهناك أهمية لأن يتعلم كيفية جمع وطرح وضرب أعداد مكونة من رقمين بالورقة والقلم مقروناً بفهم واضح لكيفية إجراء هذه العمليات والسبب وراء الآليات المستخدمة (الحمل، الاستلاف، الضرب في رقم العشرات...)، بعد مرحلة الفهم لن يكون هناك داع لإجراء عمليات على أعداد كبيرة، نفس الشيء يمكن أن يقال في قسمة عدد مكون من رقمين على عدد من رقم واحد (مثلاً : 25 ÷ 3 ما العدد الذي يضرب في 3 ليكون الناتج قريباً من 25؟)

إن استخدام الآلة الحاسبة لا يقتصر على مجرد إجراء عمليات حسابية فهو يستخدم لتنمية مفاهيم والوصول إلى تعميمات والتحقق منها، مثلاً : التحقق من خواص عمليات الإبدال والتجميع في عمليتي الجمع والضرب، التحقق من خاصية توزيع الضرب على الجمع وعدم صحتها في توزيع الجمع على الضرب أ × (ب + جـ) = أ ب + أ حـ، ولكن أ + (ب × جـ) لا يساوي (أ + ب) (أ + جـ). كذلك للتحقق من تعميم خاصية مثل $1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + 10^3 = (1 + 2 + 3 + 10)^2$ من حالات قبل ذلك وبعد ذلك.

من ناحية أخرى لا ننصح بتعليم الحقائق البسيطة في الجمع وجدول الضرب بدءاً بالآلة الحاسبة ولكن يمكن استخدامها للتحقق من ذلك. هناك فرق بين ايجاد 3 x 5 ومعنى 3 x 5 كذلك هناك فرق بين إيجاد 120 ÷ 3 ومعنى 120 ÷ 3 وكذلك هناك فرق بين إيجاد $3^2 \times 3^5$ ومعنى $3^2 \times 3^5$. إن المعنى والفهم يأتيان أولاً وبالطرق التي تساعد على الفهم أما إيجاد النتائج فهو مجرد ناتج لعملية أو لحل مسألة او مشكلة يكون فيها استراتيجية الحل واختيار العملية والخوارزمية له الأولية عن حساب ناتج العملية أو آلية إجراء الخوارزمية.

جدير بالإشارة ان الكثير من الأبحاث تؤيد استخدام الآلة الحاسبة في حل المشكلات (والمسائل اللفظية)، وأن استخدامها لا يقلل من إتقان التلاميذ للمهارات الأساسية، هذا مع ملاحظة أن غالبية الشكاوي من ضعف التلاميذ في المهارات الأساسية يرتبط الى حد كبير باقتصار تنمية مهارات على استخدام تكنولوجيا الورقة والقلم دون الاستعانة بتكنولوجيا الآلة الحاسبة. من المتوقع أن المعلم عند طرحه سؤالاً يتطلب إجراء عمليات حسابية يمكن ان يسأل تلاميذه هل الأمر يتطلب استخدام آلة حاسبة؟ بطبيعة الحال لا نتوقع ان تلميذا يستخدم الآلة الحاسبة لجمع 3 + 5 أو 1 + 9 (البعض قد يستخدمها في البداية ولكنه بالتأكيد لن يستخدمها بعد ذلك في مواقف مماثلة، كما هو الحال عند الأطفال الذين يستمرون لفترة يستخدمون تكنولوجيا العد والجمع على الأصابع) بعد ذلك تأتي فترة نضوج وتوازن في الاستخدام.

المبدأ الأساسي الذي نهتم به تربوياً أن التلميذ يفهم أولاً ويبرمج "ذهنيا" خطوات العمل ثم بعد ذلك ينفذ بالطريقة التي يراها مناسبة. فمثلاً عندما يطلب منه إيجاد ناتج 20 x 3 - 20 x 2 يكون من المهم برمجة العمل 20 x 3 = 60 (ذهنياً أو بالآلة الحاسبة) ثم 20 x 2 = 40 وبعد ذلك 60 - 40 ليحصل على 20 ، وقد يدرك أن:

20 x 3 - 20 x 2 = 20 (3 - 2) = 20 x 1 = 20 ولن يحتاج إلى آلة حاسبة.

إطار (17) **سؤال وجواب**

سؤال:

أنا مهتم بالآثار السلبية لاستخدام الآلات الحاسبة. أليست تعمل على أن تجعل التلاميذ يعتمدون على التكنولوجيا في حل المشكلات؟ ألا ينبغي أن يتعلم التلاميذ المهارات الحسابية بدلاً من استخدام الآلة الحاسبة؟

جواب:

على الرغم من أن تعلم المهارات الحسابية هو أحد المهام الأساسية لتعليم الرياضيات، إلا أنه من المهم معرفة أن إجراء العمليات الحسابية بالورقة والقلم هو الطريقة الوحيدة ولا هو الطريقة الأكثر فاعلية لحل المشكلات.

أبحاث متزايدة تقدم شواهد تشير الى الآلة الحاسبة كأداة مفيدة في تنمية مفاهيم رياضية وفي حل المشكلات. أظهرت بعض الدراسات أن التلاميذ الذين يستخدمون الآلة الحاسبة في الفصل يميلون الى تطبيق استراتيجيات حل المشكلات مثل عمل تقدير تقريبي والتحقق من معقولية النتائج أكثر من زملائهم الذين لا يستخدمون الآلة الحاسبة، وقد وُجد أيضاً ان استخدام الآلة الحاسبة يساعد التلاميذ منخفضي التحصيل في مهام حل المشكلة لأنها تعينهم على التركيز على الاستراتيجيات التي يستخدمونها لحل المشكلات أكثر من التركيز على مجرد كيفية أداء خوارزمية حسابية وحتى الأطفال يمكنهم الاستفادة من التعلم باستخدام الآلات الحاسبة عندما تستخدم في توفير أمثلة بصرية من الأنماط والانتظاميات داخل بعض المواقف الرياضية (مثلا: العد خمسة... خمسة، على الآلة الحاسبة يقدم شاهدا بصرياً على أن كل النواتج تنتهي إما بالصفر أو بخمسة). ومع ذلك فإن الآلة الحاسبة ليست محصنة ضد سوء الاستخدام. لا ينبغي أن يطلب من التلاميذ ان يستخدموا الآلة الحاسبة لحل مشكلات يمكن حلها بسهولة ذهنياً. مثلاً الحقائق البسيطة في الجمع لا بد وأن تكون جاهزة في ذهن التلاميذ وتساعد اكثر من استخدام الآلة الحاسبة للتعرف عليها. ينبغي ان يشجع كل التلاميذ - دوما - على استخدام التقدير التقريبي للتحقق من معقولية النتائج. إن استخدام الآلة الحاسبة يكمل ولا يحل تماماً محل امكانية القيام بخوارزميات بطرق اخرى لأهداف معينة.

المصدر: Addison - Wesley Math. Book 4 teachers Edition (p t 26)

استخدام الحاسوب (Computer)

يستخدم الحاسوب في الكثير من الأنشطة الرياضية - شأنها في ذلك شأن تدريس المواد الدراسية الأخرى - من حيث تنمية المهارات الأساسية وتنمية مهارات التفكير وتنمية مهارات حل المشكلات من تخطيط وتصميم وتنفيذ، إضافة الى برمجة بعض الدروس والموضوعات واستخدام برمجيات جاهزة في موضوعات رياضية... إلى جانب استخدام البرمجيات متعددة الأغراض مثل معالجة الكلمات واللوحة الجدولية وقواعد البيانات... واستخدام لغات برمجية متخصصة مثل برمجية "اللوجو" ولغات برمجية عامة مثل "بيسك البصري".

تشير العديد من الأدبيات العربية والأجنبية الى ميزات لاستخدام الحاسوب في تعليم الرياضيات نذكر منها:

- الإسهام في حل المشكلات وتنمية مهارات التفكير الخوارزمي والتأمل الاستراتيجي لوضع خطوات للحل وإدارة عملية تفككيره.
- محاكاة بعض التجارب والتفاعل الايجابي النشط مع المادة العلمية.
- دراسة الرياضيات كمادة تجريبية بصرية وليس فقط بصورة مجردة رمزية. مثل التحقق من صحة بعض النظريات الهندسية والمجسمة الفراغية.
- القيام بتمثيلات بيانية متنوعة واستخلاص نتائج وعلاقات من خلال التوليد والاستكمال لبيانات من بيانات معطاة.

هذا إلى جانب أنه يساعد على التعلم الذاتي وإلى ان يسير التلميذ في تعلمه بحسب خطوه الذاتي وإلى أن الحاسوب يقدم تغذية راجعة فورية فيدعم ويعزز الاستجابات الصحيحة للتلميذ ويمكن أن يصحح أو يعطي إرشادات تصويب للوصول إلى استجابات واجابات صحيحة.

وتربط كل الأدبيات العربية (نقلاً عن أدبيات اجنبية) بين مهارات حل المشكلة (التي تنسب إلى ديوي وبوليا وغيرهما) وبين المهارات التي تتبع في برمجة الحاسوب لهدف محدد مثل حل مشكلة رياضية، كما في الجدول التالي:

خطوات حل المشكلة (بالورقة والقلم)	خطوات البرمجة لحل ممشكلة بالحاسوب
1) تحديد المشكلة وفهمها: – تحديد المعطيات – تحديد المطلوب ايجاده او اثباته 2) تحليل المشكلة – التعرف على البيانات – تحديد البيانات اللازمة للحل 3) فرض الفروض ووضع خطة للحل 4) تنفيذ الخطة 5) التحقق (تقويم الحل)	1) تحليل المشكلة أو الموقف: – تحديد المدخلات – تحديد المخرجات المتوقعة أو المستهدفة 2) عمل خريطة تدفق (مخطط لسير العمليات) 3) كتابة البرنامج (برمجة) باستخدام لغة مناسبة للحاسوب 4) إدخال البرنامج والحصول على النتائج. 5) تقويم النتائج والقيام بالتصويب إذا لزم الزمر.

ويلاحظ ان الكثير من الأعمال الرياضية التي يستخدم فيها الحاسوب تستعين بما يسمى "أنظمة خبيرة" (Expert Systems) والنظام الخبير هو أحد مظاهر الذكاء الاصطناعي (Inteligence - AI) ويتكون من قاعدة معرفية في مجال الرياضيات (في حالتنا) ويتضمن قواعد تحدد كيفية استخدام تلك الحقائق للمساعدة في حل مشكلة رياضية معينة ومد مستخدم الحاسوب بالقوانين المناسبة للحل وإجراء العمليات اللازمة بسرعة.

لغة اللوجو

من اللغات المحببة للأطفال لغة اللوجو والتي ابتدعها سيمور بابرت لتساعدهم في تعلم الرياضيات بالحاسوب من مفاهيم ومهارات هندسية وجبرية ومهارات تفكير واستقصاء سواء بطرق فردية او تعاونية نشطة وديناميكية.

مثال (1) :

لاستخدام اللوجو في رسم مثلث متساوي الأضلاع طول ضلعه (80) وحدة طول تعطي الأوامر التالية لتقوم السلحفاة بتنفيذها.

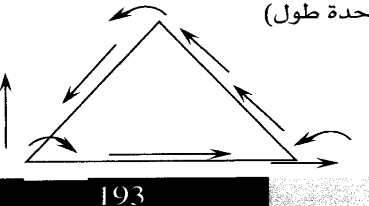
R T 90 تدور السلحفاة بزاوية 90° يميناً

F D 80 تتحرك السلحفاة إلى الأمام 80 خطوة (وحدة طول)

L T 120 تدور السلحفاة يساراً بزاوية 120°

F D 80 تتحرك السلحفاة الى الأمام 80 خطوة

L T 120 تدور السلحفاة يساراً بزاوية 120°



هناك اوامر اخرى قد تعطي "لسلحفنا" المطيع يقوم بتنفيذها مثل:

BK تحرك للخلف

P U تحرك بدون رسم (أرفع القلم) Pen Up

H T اختفى (لا تظهر السلحفاة)

REPEAT كرر تنفيذ الأمر

HOME عد إلى وضعك الطبيعي

END توقف

مثال (2):

ويمكن رسم مربع طول ضلعه (50) وحدة طول بالأوامر التالية:

PD
FD 50 RT 90
FD 50 RT 90
FD 50 RT 90
FD 50 RT 90
PU

ويمكن استخدام REPEAT بدلاً من أربع خطوات للتقدم للأمام والدوران جهة اليمين بزاوية قائمة.

اللوحة الجدولية (Spread Sheet)

اللوحة الجدولية اداة متعددة الاغراض لحل العديد من انواع المشكلات الرياضية (وغير الرياضية التي تتضمن بيانات او معلومات) خاصة تلك التي تتضمن أعداداً كثيرة وتتطلب إجراء عدة عمليات. واللوحة الجدولية تشبه لوحة أو شبكة مصفوفة تتكون من صفوف وأعمدة تكوّن خلايا فارغة يتم ملؤها بحسب المشكلة المطلوب حلها. وتوجد تعليمات لإدخال البيانات في اللوحة الجدولية وأوامر تنفيذ العمليات المستهدفة عليها، كما توجد أوامر لتمثيل هذه البيانات بأشكال بيانية متنوعة.

مثال (3):

استخدام اللوحة الجدولية في اكتشاف خاصة توزيع عملية الضرب إلى عملية الجمع.

خطوات العمل:

يعطى التلاميذ البيانات التالية لإدخالها في اللوحة الجدولية بحسب الشكل التالي:

م	أ العدد الأول	ب العدد الثاني	حـ العدد الثالث	د أ (ب + حـ)	هـ أ × ب	و أ × حـ	هـ أ × ب × أ × حـ
1	3	4	5				
2	7	3	6				
3	25	32	15				
4	2,7	1,9	7,25				
5							
6							
7							
8							
9							

وتعطى التعليمات التالية:

- أدخل مجموعات الأعداد الثلاثية في الأعمدة أ ، ب ، جـ.
- اضف مجموعات ثلاثية اخرى في الصفوف 5 , 6 , 7 , 8 , 9 في الأعمدة أ ، ب ، جـ
- في العمود (د) ادخل القانون الذي على : اجمع اولاً العددين في العمودين ب ، جـ ثم اضرب الناتج في العدد الموجود بالعمود (أ).
- في العمود (هـ) : أدخل عملية ضرب العدد بالعمود (أ) x العدد بالعمود (ب)
- في العمود (و) : أدخل عملية ضرب العدد بالعمود (أ) x العدد بالعمود (جـ)
- في العمود (ز) : ادخل مجموع العددين في العمودين (هـ) ، (و)
- **أجب عن الآتي:**
- ما النمط الذي تراه يبين ما هو موجود في العمود (د) والعمود (ز)
- اكمل العبارة التالية: حاصل ضرب عدد في مجموع عددين يساوي.....
- ويعني ذلك انه لأنه ثلاثة اعداد أ ، ب ، جـ يكون أ x (ب + جـ) = ... + ...

ويتم مناقشة النتيجة النهائية ثم تكتب النتيجة المكتشفة

أ (ب + جـ) = أ ب + أ جـ.

ويسمى ذلك بقانون التوزيع

ويتطلب استخدام الحاسوب في تعليم وتعلم الرياضيات الآتي:

1) اتقان المعلم لما سيقدمه وتوفيره للأجهزة المجهزة بالبرمجيات المناسبة.

2) الاستخدام لإجراء عمل رياضي مناسب يشعر فيه التلميذ أن الحاسوب وفر له جهد او زمنا او شجعه على التفكير وساعده على النجاح.

3) يقدم المعلم بيئة التعلم المناسبة في إطار خطة او استراتيجية واضحة للخطوات والتتابعات التي سيسلكها في أثناء الدرس، والتأكد من توافر الأجهزة والبرمجيات والتوصيلات الكهربية اللازمة.

5) أن يعد تلاميذه للعمل في إطار الامكانات المتاحة وفي إطار اهدافها يعرفها التلاميذ مسبقاً، بمعنى ان يعي التلاميذ مسبقاً النتائج المتوقعة منهم من خلال المهام التي سيقومون بها فرادى او في جماعات صغيرة.

6) ان يتابع المعلم كمرشد وميسر أداءاتالتلاميذ ويمكنه بين الحين والآخر الحوار الجماعي معهم وبينهم لتوضيح بعض النقاط أو تصويب بعض الاجراءات.

خرائط التدفق Flow Charts

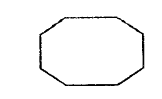
تستخدم خرائط التدفق لوضع خوارزمية او تسلسل خطوات لحل مشكلة رياضية وفي ضوئها يتم برمجتها حاسوبياً. ويمكن للمعلم ان يستخدم خرائط التدفق لتعليم التلاميذ وضع خطة لحل مشكلة رياضية مطلوب منه حلها وذلك باستخدام الحاسوب او بدون استخدامه وتستخدم الأشكال التالية في خرائط التدفق

ابدأ أو انتهى (قف)

أدخل أو اخرج واطبع

إدخال قانون أو بيان عملية رياضية

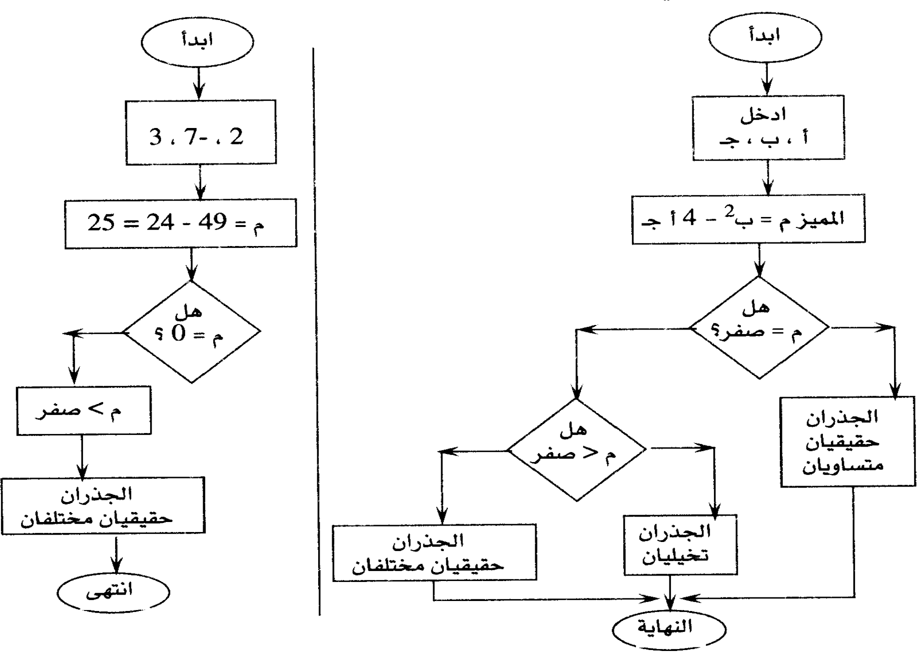
اتخاذ قرار (إذا كان..... فإن..... أو .....)



تكرار العمل

مثال (3):

صمم خريطة تدفق لمعرفة نوع جذري المعادلة أ $س^2$ + ب س + جـ = صفر حيث أ ≠ صفر. طبق ذلك في حالة المعادلة 2 $س^2$ – 7 س + = صفر



وإذا انتهى الأمر بأن الجذرين حقيقيان ومختلفان فإن برمجة ذلك على الحاسوب سوف يعطينا جذري المعادلة بحسب أوامر البرمجية المدخلة فيه والمتضمنة القانون

$$س = – ب \pm \sqrt{ب^2 – 4 أ جـ} / 2 أ$$

استخدام الانترنت في تعليم وتعلم الرياضيات

يطلق البعض على العصر الذي نعيشه عصر "الانسانت" اي عصر الانسان الذي يتعايش مع الانترنت. ويمكن الاستفادة من خدمة الانترنت في حالة توفرها في المجالات التالية:

1) الحصول على معلومات وبيانات من مصادر متعددة.

2) الحصول على استشارات فنية وثقافة رياضية عريضة.

3) الاتصال الإلكتروني والتراسل والمناقشة بشأن فهم بعض النظريات او القوانين او الحصول على امثلة وتطبيقات لها.

4) عمل مشروعات أو بحوث قصيرة عن موضوعات خاصة بتاريخ الرياضيات أو عن استخدام موضوع رياضي في مجالات مثل الفن أو الموسيقى أو الصناعة....

5) انتقاء معلومات وتنقيتها وتبادل الإفادة منها بين معلمين وخبراء وطلاب مما يشجع على التعلم المستمر للرياضيات وتكوين اتجاهات ايجابية نحو دراستها والبحث في مجالاتها.

أخلاقيات استخدام التكنولوجيا

يتطلب استخدام التكنولوجيا التعامل والتفاعل مع معطياتها وأجهزتها بأخلاقيات وقيم رفيعة، ولعل من أهمها:

1) المحافظة على سلامة الاجهزة وحسن استخدامها لاغراض عملية وتعيمية.

2) عدم نسخ او استخدام مواد معرفية بدون اخذ موافقة مؤلفيها واصحابها الأصليين.

3) احترام الذاتية والملكية الفكرية للآخرين.

4) عدم نشر مواد لا تتفق مع قيم المجتمع.

5) التدقيق في البيانات والنتائج التي يتم الحصول عليها والتحقيق من سلامتها وصحتها.

جدير بالاشارة ان تكنولوجيا المعلومات (IT) يطلق عليها احياناً - بل كثيراً - تكنولوجيا المعلومات والاتصال (ICT) نظراً لسهولة تدفق المعلومات وسيولتها والايجاد في مصادرها والتراسل والاتصال والتواصل والتفاعل بين مقدميها ومستخدميها باستخدام الحواسيب المزودة بالآليات التي تتيح ذلك.

إطار (18) مجالات توفرها تكنولوجيا المعلومات (IT)
لتعليم وتعلم الرياضيات

تتعدد دراسات التكنولوجيا في التعليم والتعلم، ومن بينها:

1) التعليم من التغذية الراجعة:

يقدم الحاسوب في معظم الأحيان تغذية راجعة سريعة وموثوق بها وموضوعية. (بدون تحيز). يشجع ذلك التلاميذ على عمل تخمينات بأنفسهم واختيار مدى سلامتها كما يشجعهم على تعديل أفكارهم.

2) مشاهدة أنماط:

سرعة الآلات الحاسبة والحواسيب تمكن التلاميذ من انتاج العديد من الأمثلة عند استكشافهم لمشكلات رياضية. يدعم ذلك مشاهداتهم وملاحظاتهم لأنماط (رياضية، عددية وهندسية وجبرية،...) كما يدعم قدراتهم على استخلاص تعميمات وتبرير صحتها.

3) استكشاف ترابطات:

يمكن الحاسوب من التعرف على ترابطات بين القوانين والجداول والأشكال البيانية. إحداث تغيير في أحد التمثيلات وملاحظة التغييرات الناتجة عن ذلك في التمثيلات الأخرى، يساعد التلاميذ على فهم الترابطات بين التمثيلات المختلفة (لنفس المفهوم)

4) العمل باستخدام صور وتصورات متحركة (ديناميكية)

يمكن أن يستخدم التلاميذ الحواسيب لعمل أشكال وإجراء تحويلات عليها بتحريكها. يشجع ذلك رؤية الهندسة من خلال تصوراتهم الذهنية التي يولدونها بأنفسهم.

5) استكشاف البيانات:

يساعد الحاسوب التلاميذ لأن يتعاملوا ببيانات حقيقية والتي يمكن تمثيلها بطرق متعددة، يدعم ذلك قدراتهم على التحليل والتفسير.

6) تعليم الحاسوب:

عندما يصمم التلاميذ خوارزمية (مجموعة من التعليمات) ليقوم الحاسوب بإنجاز مهمة والحصول على نتيجة معينة، فإن عليهم أن يعبروا عن أوامر بوضوح ودون غموض وبالترتيب الصحيح. وعندما يحسنون أفكارهم فإنهم بذلك يجعلون تفكيرهم صريحاً (واضحاً) .

المصدر: Wilder and pimm (1999): "Using ICT "in" learning to trach Math", Rout ledge, London.



الفصل الرابع

تدريس بعض الموضوعات الرياضية

1- تدريس العدد

2- تدريس عملية الجمع

3- تدريس عملية الطرح

4- تدريس عملية القسمة

5- تدريس الكسور

6- تدريس القياس

7- تدريس الهندسة

تدريس بعض الموضوعات الرياضية

تدريس العدد

مقدمة تاريخية

لم يظهر مفهوم العدد مرة واحدة ولكنه مر بمراحل تطور حتى أصبح بصورته الحالية. من أهم هذه المراحل الآتي:

1) مرحلة الحصر (Enumeration)

في هذه المرحلة لم يكن هناك شيء اسمه واحد أو اثنين او.... مثلاً ولم تكن هناك لغة منطوقة ولا رمزية، بل كانت هناك مجموعات مزاوجة يستخدمها الشخص للعدد. فقد كان يقابل كل عنصر من المجموعة التي يريد عدها بعلامة أو قطعة حصى أو إصبع، فعنده من الأبناء مثلاً بنفس العلامات التي يضعها على الرمل أو على الشجرة لكل واحد من أبنائه أو بنفس قطع الحصى.

2) مرحلة العد (Numeration)

في هذه المرحلة – وبعد ابتكار اللغة – استخدم الانسان لفظيات يمكن اعتبارها عددية للدلالة على أشياء محسوسة مثل الإصبع الأصغر لليد اليسرى ليعني ما نعنيه الآن بالعدد (1) والإصبع الأوسط لليد اليسرى ليعني ما نعنيه الآن بالعدد (3) .... وهكذا.

3) مرحلة العدد (Number)

في هذه المرحلة استخدم الانسان رموزاً وأسماء لتدل على "الكم" بعد ان رتب مجموعات للمقارنة بحيث واحدة تزيد عن السابقة بمقدار وحدة واحدة، لعلها كانت بصورة تماثل الآتي: [•] [• •] [• • •]

ثم أعطاها أسماء مثل التي نعرفها الآن واحد، إثنان، ثلاثة،... ومن ثم ظهر نوعان لمفهوم العدد:

العدد الكاردينالي Cardinal Number: وهو ما يدل على الكم مثل العدد (4) مثلاً، ليدل على كم من العناصر مثل "كم" الأرجل في الحيوان. أو كم من العناصر مثل كم الوحدات في المجموعة [• • • •]

عدد الرتبة Ordinal Number: وهو الذي يدل على موقع العدد في التسلسل الطبيعي التي نرمز له الآن بالرمز 1 , 2 , 3 , 4 , 5 ... بمعنى الأول، الثاني، الثالث، الرابع،....

منظومة العد

منظومة العد تعني: مجموعة رموز لعدد محدود من الأرقام وأساس للتجميع وأسلوب لتسجيل الأعداد الأكبر من المجموعة الأساسية باستخدام الرموز الأساسية وأساس التجميع في العَدّ.

ففي نظامنا الحالي (المنظومة العشرية):

- المجموعة الأساسية هي: 0 , 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 , 8 , 9 (عشرة أرقام أساسية).
- أساس التجميع هو: (10)
- اسلوب التسجيل هو: استخدام الخانات أفقياً الذي يعطى لكل رقم قيمة مكانية، مثل خانات (أو منازل) الآحاد، العشرات، المئات، الآلاف.... وبحيث ان كل عشرة من أية منزلة تساوي واحد من المنزلة التي على يسارها.

فمثلاً: العدد 375 مكون من 5 وحدات، 7 عشرات، 3 مئات

بمعنى أن $375 = 5 \times 1 + 7 \times 10 + 3 \times 100$

- النظام العشري (أو المنظومة العشرية) هو تطور لنظم عد أخرى. أصول هذا النظام تنسب إلى الهند ولكن محمد بن موسى الخوارزمي هو الذي طورها وأضاف إليها الصفر. واستخدمت فيها المجموعتان:

٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ ، ٩

0 , 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 , 8 , 9

الأولى استخدمت - وما زالت تستخدم - في المشرق العربي والثانية استخدمت في المغرب العربي ومنها انتقلت إلى الأندلس ثم انتشرت في أوربا وتعرف حتى الآن بنظام العد العربي.

نظام العد العربي القديم

قبل النظام الرمزي العشري الحالي كان العرب يستخدمون نظاماً عدياً يرتبط بالحروف الأبجدية بحسب الترتيب التالي للحروف والأعداد (رموزها الحالية) التي يدل عليها كل حرف:

أ	ب	ج	د	هـ	و	ز	ح	ط	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	
ى	ك	ل	م	ن	س	ع	ف	ص	
10	20	30	40	50	60	70	80	90	
ق	ر	ش	ت	ث	خ	ذ	ض	ظ	غ
100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000

وكان يسمى نظام الترقيم على حساب الجمل. وكان التعبير عن الأعداد الكبيرة يتم بضم الحروف وتجميع دالاتها. فمثلاً العدد 2005 يعبر عنه بالحروف هـ غ غ أو هـ بغ أي 5 + 2 X 1000. ولعل القارىء يلاحظ أنه لم يكن هناك حاجة للصفر.

الرموز: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 - كان يتم حفظ رسوم رموزها بأرجوزات شعرية (تصف شكل كلٍ منها) كالآتي:

ألِف وحاء ثم حج بعده   عين وبعد العين عو ترسم

هاء وبعد الهاء شكل ظاهر   يبدو كمخطاف إذ هو برقم

صفران ثامنها وقد ضما معا   والواو تاسعها وبذلك تختم

وبطبيعة الحال فإن الطباعة والميكنة طورت كثيراً من شكل الرموز.

نظام العد الثنائي (Binary)

حديثاً يستخدم الكمبيوتر نظاماً عدياً مجموعته الأساسية مكونة من رقمين فقط هما 0 , 1 ثم يتبع نظام الخانات (المنازل) بحيث أساس التجميع هو اثنان ومنازله هي:

آحاد، اثنانات (2) ، أربعات $(2)^2$ ، ثمانيات $(2)^3$ وهكذا....

فمثلاً العدد 1101 بالنظام الثنائي يعني:

1 (1) + 0 (2) + 1 $(2)^2$ + 1 $(2)^3$

= 1 + 0 + 4 + 8 = 12 بالنظام العشري

ومن ناحية أخرى العدد 45 بالنظام العشري يعبر عنه كالآتي:

بالنظام الثنائي الرمز (101101). ويمكن الحصول عليه بعمليات قسمة على 2 متتالية.

الباقي		÷	
1	45	2	$45 \div 2 = 22$ والباقي 1
0	22	2	$22 \div 2 = 11$ والباقي 0
1	11	2	$11 \div 2 = 5$ والباقي 1
1	5	2	$5 \div 2 = 2$ والباقي 1
0	2	2	$2 \div 2 = 1$ والباقي 0
→	1		ومجموع البواقي من أعلى إلى أسفل هي التي تكوّن العدد مكتوباً لنظام الثنائي

وللتحقق نجد أن:

$(101101) = 1 \times 1 + 0 \times 2 + 1 \times 4 + 1 \times 8 + 0 \times 16 + 1 \times 32)$

$= 11 + 0 + 4 + 8 + 0 + 32$

= 45 بالنظام العشري

مراحل مقترحة لتدريس العدد

كما أشرنا في الفصل الأول فإن إدراك الطفل لمفهوم العدد يتطلب قيامه بأنشطة تمهيدية مرتبطة بمفهوم العدد لتنقله من مرحلة التعامل بمجموعات من الأشياء المحسوسة إلى مرحلة "تجريد" العدد كخاصية لمجموعة من الأشياء. ونعرض فيما يلي ثمان مراحل تعتبر أساسية لتدريس العدد:

1) ملاحظة أشياء ووصف خواصها:

وفيما يلي أمثلة لبعض الأنشطة التي تنمي الملاحظة ووصف الخواص:

- وَجِّه نظر الطفل إلي "وردة" مثلاً واسأله : ما لونها؟ هل هي ثقيلة أم خفيفة؟ هل خشنة أم ملساء؟...
- دع الطفل يلاحظ أشياء في الغرفة ويصفها واسأله فيم تختلف هذه الأشياء عن بعضها.
- احضر قلما وصورة للقلم واسأل الطفل عن الفرق بين القلم الحقيقي وصورته.
- احضر أشياء حقيقية، مثلاً: مثلث، منقلة، مسطرة، قطعة خشبية مربعة ثم ارسم أطرا مناسبة لها، ودع الطفل يضع كل شيء في إطاره المناسب.

- دع الأطفال يتعرفون على بعض الأشياء الغير المنظورة لهم عن طريق حواسهم، الشم، اللمس، السمع...
- دع الأطفال يعبرون عن أشياء تدخل من النافذة... وأشياء تدخل من الباب...

(2) تصنيف الأشياء:

وفيما يلي أمثلة لتنمية القدرة على التصنيف:

- تصنيف مجموعة من الأقلام الرصاص والجافة الى اقلام رصاص واقلام جافة.
- تصنيف مجموعة من الأشياء خشبية وورقية وبلاستيكية.
- تصنيف مجموعة من الدمى بنين وبنات أو كبار وصغار.
- تصنيف مجموعة خطوط مغلقة ومفتوحة أو مستقيمة ومنحنية...
- تصنيف أشياء طبقاً لخاصتين، مثلاً سميكة حمراء رفيعة زرقاء.
- تصنيف مجموعة من أشياء طبقاً لخواص يختارها الأطفال بأنفسهم.

(3) تجريد خاصية أو خواص

التجريد عملية عكسية للتصنيف. ونعني بذلك القدرة على النظر إلى مجموعة من الأشياء وتحديد خاصية او خواص تجميع بينهم. ومن أمثلة ذلك (اطلب من الأطفال استخلاص الخاصية)

- مجموعة من الأطفال "يجمع" بينهم أن اسم كل منهم محمد.
- مجموعة من الأطفال "يجمع" بينهم أنهم لهم نفس الطول.. نفس السن..
- مجموعة من الأطفال "يجمع" بينهم أنهم اولاد يلبسون" بنطالاً قصيراً.
- مجموعة طيور... حيوانات...
- عدة مجموعات من الصور مصنفة ثم إعط مجموعة من الصور لأحد الأطفال واطلب منه ان يضع الصورة المناسبة في المجموعة المناسبة وأن يذكر الخاصية التي تم على أساسها قام بتوزيع الصور التي معه على المجموعات المختلفة.

(4) تصنيف بحسب نفس العدد

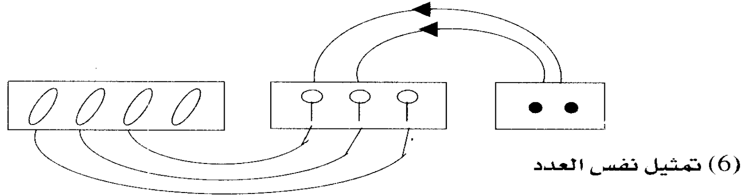
- ضع مجموعات من الأشياء مختلفة في عدد العناصر التي تضمها كل مجموعة، ثم اطلب تصنيفها بحسب مجموعات نموذجية تمثل "أعداداً" مختلفة مثل:

(ليس بالضرورة بترتيب عددي)

(5) ترتيب الأشياء بحسب خاصية معينة:

وفيما يلي أمثلة لأنشطة تعمل على تنمية القدرة على الترتيب:

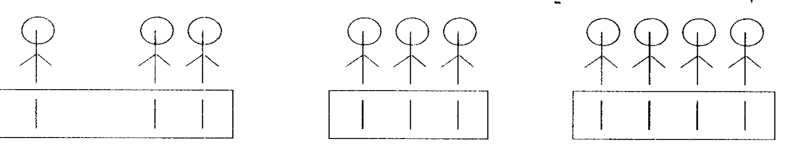
- إعط الأطفال مجموعة من الأشياء المرتبة بحسب خاصة معينة (وليكن الطول مثلاً)، ثم اطلب منهم ان يضيفوا شيئاً مراعين المحافظة على نفس الترتيب.
- إعط الأطفال مجموعة من صور من الأشياء المرتبة ثم اطلب منهم ان يرسموا مثلها بنفس الترتيب.
- اعط الأطفال مجموعات من الأشياء المكونة من أعداد مختلفة واطلب منهم ترتيبها بحسب أقل مجموعة المجموعة الأكثر بواحد فقط... وهكذا.



(6) تمثيل نفس العدد

وفيما يلي بعض الأمثلة:

قَسِّم الأطفال إلى مجموعات طبقاً لخاصية معينة. ثم اطلب من واحد من كل مجموعة ان يرسم علامة لكل فرد في المجموعة.. بالنسبة لكل المجموعات... مثلاً:



- ارسم في الفناء منحنى مغلقاً وداخله عدد من القطع ثم اطلب من الأطفال ان يضعوا اشياء لها نفس العدد داخل المنحنى المغلق مثلاً:



(7) تدريس العدد

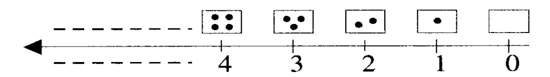
- هنا يتم التعريف برموز الأعداد 1 , 2 , 3 ...... , 9 وتمثيلاتها الكمية وترتيبها .

يُقَدم مفهوم الصفر بعد ذلك.

- يلي ذلك التعريف بأن الأعداد الأساسية هي 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 , 8 , 9 , 0 ثم يتم تعريف الأطفال بأن هناك أعداداً اكبر ولكن ليس لها رموز مستقلة ولكن سوف تستخدم نفس الرموز العشرة الأساسية لكتابة أي عدد باستخدام فكرة القيمة المكانية: آحاد، عشرات، مئات، آلاف، ... مع توضيح فكرة المنازل / الخانات.

- ويمكن تقديم خط الأعداد وتمثيل الأعداد عليه بدءا من الصفر وبالترتيب.

كما يمكن استخدام قطع تشبه قطع لعبة: "الدومينو"



- ضرورة التأكد على الجانب الحسي والرمز الحسابي والاسم اللغوي للعدد خاصة بالنسبة للاعداد الصغيرة، مثلاً.

ثلاثة = 3 = ❀ ❀ ❀

- يتم التدريب على مفهوم الأعداد المكونة من رقمين حِسّا ورمزا وإسماً، مثلاً ،

● ● ● ● ●	☐	☐	☐
5 ، 3 عشرات			
5 ، 30			
35			
خمس وثلاثون			

- يجري نفس الشيء على أعداد مكونة من ثلاثة أرقام... وهكذا

•••••••	□	▱▱
7 ،	عشرة ،	2 مائة
7 ،	10 ،	200
7	1	2
	مائتان وسبع عشر	

- تعطى تدريبات على قراءة الأعداد وكتابتها، وأخرى على التعرف على قيمة كل رقم.
- لا بد من تنمية الحس بالعدد وربطه بحياة الطفل.

على سبيل المثال:

كم إصبعاً في كل يد؟

كم عدد كل أصابع اليدين والرجلين؟

اذكر شيئاً يساوي 100.

أي الأعداد تمثل وزن رجل: 75 كجم، 250 كجم ، 3 كجم؟

أي الأعداد تمثل عدد أفراد أسرة : 5 , 75 , 1 ؟

اعط مثالاً لشيء تعرفه عن العدد 7

- يتم التدريب على قراءة العدد بأكثر من طريقة، مثلاً:

527 : سبعة وعشرون وخمسمائة.

: خمسمائة وعشرون وسبعة.

: 52 عشرة وسبع وحدات (كم عشرة في 527 ؟)

: 5 مئات وعشرتان وسبع وحدات (كم مائة في 527 ؟)

- يتم التدريب على قراءة الأعداد الكبيرة بتقسيمها إلى ثلاثيات تبدأ من رقم الآحاد، مثلاً

36267 , : 267 , 36

ويقرأ من اليسار إلى اليمين

36 ألف ، 267

4526789 : 789 , 526 , 4 (4 مليون، 526 ألف ، 798)

تدريس عملية الجمع

عملية الجمع هي العملية الأولى التي يواجهها طفل في تعلمه الحساب وبعد أن يتعرف على العدد ورموزه وأسمائه، وطريقة كتابته: رمزاً مستقلاً للأعداد المكونة من رقم واحد (9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1, 0) ، عدم وجود رموز مستقلة للأعداد اكبر من 9 ، بل تكتب بصورة ارقام اساسية لها قيم مكانية بحسب منزلتها (آحاد، عشرات، مئات...).

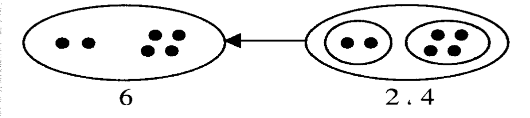
يتضمن تعلم العدد - كما أشرنا سابقاً - الحس بالعدد من حيث الكم وبموقفعه بالنسبة للأعداد الأخرى من حيث الرتبة.

بعد ذلك يبدأ الطفل في دراسة العمليات الأساسية الجمع والطرح والضرب والقسمة. ويتدرج في كل ذلك من مواقف محسوسة الى نصف محسوسة (الشكل والصورة) ثم المجردة (الرمز)، وحفظ بعض الحقائق البسيطة وفهم بعض القواعد والخواص التي تساعد على إجراء العمليات.

معنى عملية الجمع

تأخذ عملية الجمع أكثر من معنى يتضح في المواقف التالية:

1) اتحاد مجموعتين



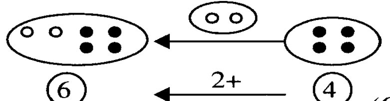
مثال: مصباح لديه 4 بليات سوداء، بليتان بيضاء. كم بلية عنده؟

- لاحظ أن عملية الجمع عبارة عن عملية تربط بين عددين اي انها عملية ثنائية (Binary Operation)

6 ← (4) (2)

2) إضافة مجموعة الى مجموعة اخرى

مثال: مصباح لديه 4 بليات ثم أعطاه أخوه حمود بليتين. فكم بلية أصبحت عند مصباح؟



⑥ ← 2+ ― ④

- لاحظ أن عملية الجمع هنا تمثل مؤثراً (Operator) يقوم بتحويل عدد إلى عدد آخر عن طريق الاضافة ويمكن النظر إلى هذا التمثيل بأنه تحويل عدد إلى عدد أكبر منه.

3) التمدد

مثال: درجة الحرارة يوم الأحد الماضي كانت 35 مئوية (سلسياس).

وفي يوم الاثنين ارتفعت 3 درجات مئوية.

(°38)

↑ +3°

(°35)

كم أصبحت درجة الحرارة يوم الاثنين؟ وهذا ايضاً نوع من التحويل من حالة الى حالة

4) تجميع الشتات

مثال: المسافة بين مدرسة حمود ومنزله 3 كم شرقاً، والمسافة بين مدرسته والحديقة العامة 2 كم غرباً،

(المنزل) ← 3 كم ― المدرسة ― 2 كم → (الحديقة)

أوجد المسافة بين منزل حمود وبين الحديقة.

جمع الأعداد المكونة من عدة أرقام

يعتمد ذلك على فهم القيمة المكانية. ويفضل ان يبدأ المعلم بالتدريج مثل:

36	36	36	36
3+	7 +	23 +	27 +

- بالنسبة للعملية 36 + 7 يمكن التوضيح: استخدام خاصتي التجميع والابدال:

$$43 = 30 + 13 = 30 + (6 + 7) = (30 + 6) + 7 = 36 + 7 = 7 + 36$$

$$\begin{array}{r} 13 \\ 30+ \\ \hline 43 \end{array}$$

- ويمكن الجمع رأسياً مع ملاحظة وضع الأرقام تحت بعضها بترتيب المنازل (الخانات)

$$\begin{array}{r} 36 \\ 7+ \\ \hline 13 \\ 30 \\ \hline 43 \end{array}$$ أو $$\begin{array}{r} ^{(1)} \\ 36 \\ 7+ \\ \hline 43 \end{array}$$ (بالحَمل)

- بنفس الطريقة يجري العمل في حالة 36 + 27

أفقياً : 36 + 27 = 6 + 30 + 7 + 20

= (6+ 7) + (30 + 20)

= 13 + 50

$$\begin{array}{r} 50 \\ 13+ \\ \hline 63 \end{array}$$

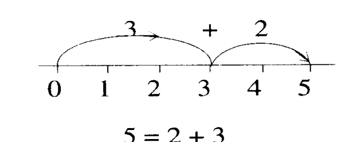
		(1)	
رأسياً :	36	أو بالحمل	36
	27+		27 +
	13		63
	50		
	63		

- وبنفس الطريقة يمكن معالجة جمع الأعداد المكونة من أكثر من رقمين
- في حالة جمع ثلاثة أعداد يتم جمع عددين ويضاف الناتج إلى الثالث
- بعد أن يفهم التلاميذ خوارزمية الجمع في حالات الأعداد المكونة من رقمين، فإننا ننصح باستخدام الآلة الحاسبة مع تدريب التلاميذ على تقدير معقولية النتائج والتحقق بين الحين والآخر بالنتائج بإدخال الأعداد بعد الإبدال.

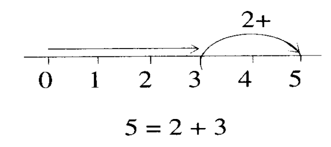
فمثلاً : عند إجراء عملية جمع 238 + 795 بالآلة الحاسبة يتوقع التلميذ أن يجد على الشاشة عدداً من أربعة ارقام، وان الرقم الرابع 1 وان رقم الآحاد 3 بعد ذلك يمكن التأكد بإدخال العددين بالترتيب الإبدالي 795 + 238 ليجد نفس النتيجة.

- يفضل أن يربط المعلم العمليات الحسابية بخط الاعداد منذ البداية خاصة عند جمع عددين كل منهما مكون من رقم واحد ليدرك ان عملية الجمع تجرى على أشياء غير متصلة (أشياء) وأشياء متصلة (مسافات).

فمثلاً:



5 = 2 + 3



5 = 2 + 3

ملاحظات:

*** اعط مشكلات يتعرف فيها التلميذ على أن عملية الجمع هي العملية المناسبة للحل ومشكلات اخرى لا تصلح لها عملية الجمع.

*** عند جمع أكثر من عددين يمكن الاستفادة من خواص الإبدال والتجميع، فمثلاً عند جمع

64 + 78 + 36

يمكن ملاحظة أن 36 + 64 = 100 وبالتالي يمكن ترتيب العملية كالاتي:

78 + (64 + 36) = 64 + 78 + 36

78 + 100 =

178 =

*** يتم التأكيد على خاصة الصفر في الجمع، ويمكن الإشارة الى أنه عنصر محايد مع التأكيد على أن إضافته يميناً او يساراً إلى أي عدد يعطى نفس العدد : أ + 0 = 0 + أ = أ

كما يتم التأكيد على ان الصفر لا يعني "لا شيء" ولا مجرد "يحفظ مكاناً" بين الخانات / المنازل المختلفة، ولكنه عدد وهناك أعداد أكبر منه كما أن هناك أعداداً أقل منه سوف يعرفها التلميذ بعد ذلك (وتسمى الأعداد السالبة).

إطار (19) **طريقة هندية قديمة في الجمع**

خاطب الرياضي الهندي باسكارا (1150م) ابنته الصغيرة ليلافاتى قائلاً: عزيزتي الصغيرة ليلاً : اظهري مهارتك في الجمع بأن تجدي لي مجموع:

2 , 5 , 32 , 193 , 18 , 10 , 100 ،

وقد وُجِد أن طريقة الجمع التي اتبعتها ليلا كانت كالآتي:

مجموع الآحاد	2 , 5 , 2 , 3 , 8 , 0 , 0	20 =
مجموع العشرات	3 , 9 , 1 , 1 , 0	14 =
مجموع المئات	1 , 1	2 =
مجموع المجاميع		360 =

– وهو ما يشبه الجمع بالطريقة التالية:

2
5
32
193
18
10
100
―――
360

الآحاد	20
العشرات	140
المئات	200
المجموع	360

تدريس عملية الطرح

معنى عملية الطرح

تعتبر عملية الطرح عملية عكسية لعملية الجمع. ويبدأ تدريسها غالباً بطريقة محسوسة بمعنى الأخذ والاستبعاد او الحذف فمثلاً:

8 أخذنا منها 3 الباقي 5

نعبر عنها $8 - 3 = 5$

- ويمكن السؤال : ماذا نضيف إلى 3 حتى يصبح الناتج 8 ؟

$3 + ? = 8$

- طفل عمره 3 سنوات بعد كم سنة يصبح عمره 8 سنوات؟
- معك 3 دنانير كم من الدنانير تحتاج ليصبح عندك 8 دنانير؟

$3 + 5 = 8$

8
7
6
5
4
3

نستنتج من ذلك أ

$8 - 3 = 5 \qquad 8 - 5 = 3$

- هناك أكثر من طريقة لإجراء عملية الطرح في الأعداد المكونة من أكثر من رقم، عندما تكون بعض أرقام العدد المطروح أكبر من الأرقام المناظرة في العدد المطروح منه، مثل:

$32 - 15$, $7321 - 2568$,....

بعض طرق عملية الطرح:

(أ) طريقة الاستلاف

مثال (1) :

$53 - 26$

نلاحظ أن $3 < 6$

نحلل 53 إلى 3 , 10 , 40

نطرح 6 من $10 = 4$

نضيف 3 إلى $4 = 7$

نطرح 20 من $40 = 20$

الناتج 7 , $20 = 27$

53
40 10 3
20 6 −
20 7
27

53
−
26
27

❖ هناك أهمية بالغة لتنسيق وضع الأرقام تحت بعضها في الخوارزميات الرأسية.

حل آخر بإعادة التسمية:

53	← 13	40
-26	← 6	20
27	→ 7	20

تسمية العدد 53 إلى 13 , 40

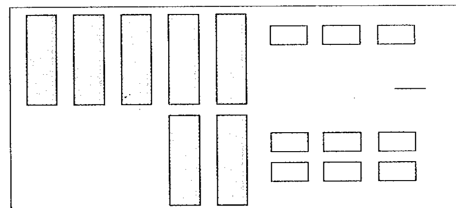
نطرح 6 من 13 = 7

نطرح 20 من 40 = 20

الناتج 27

❖ هناك أهمية لعمل تمثيلات للمشكلة مثلاً:

باستخدام النقود، باستخدام اليدويات المصورة وتفكيك واحدة عشرات بضمها إلى الثلاث وحدات.



ويمكن استخدام مثل هذه التمثيلات على شاشة الحاسوب مع توضيح حركة الاستبعاد لوحدات ثم عشرات.

حل ثالث بإعادة الصياغة:

تعتمد هذه الطريقة على المبدأ التالي:

❖ إذا أضيف او طرح نفس العدد من عددين مطروحين فإن الناتج لا يتغير .

أ - ب = (أ + جـ) - (ب + جـ)

أ - ب = (أ - د) - (ب - د)

فمثلاً 8 - 3 = 9 - 4 = 10 - 5 = 5

, 8 - 3 = 7 - 2 = 6 - 1 = 5

نطبق ذلك علي أعداد رمن رقمين مثل

53 - 26 = 57 - 30 (بإضافة 4 إلى العددين)

= 27

53	→	57
- 26	→	- 30
27	→	27

وبإضافة أعداد تجعل رقم آحاد المطروح منه صفراً لا يصبح هناك حاجة لاستلاف ولا لإعادة التسمية.

مثال (1)

أوجد ناتج 78 - 39

الحل

40 - 79 = 39 - 78

39 =

79	←	78
40	←	-39
39	→	39

مثال (2)

217 - 435

الحل :

435 - 217 = 438 - 220 (أضف 3)

218 =

مثال (3)

287 - 612

الحل:

612 - 287 = 615 - 290 (أضف 3 للآحاد)

= 625 - 300 (أضف 1 للعشرات)

325 =

	10+		3+	
625	←	615	←	612
	10+		3+	
300	←	290	←	-287
325				325

وهكذا يمكن تكرار نفس الإجراء في الحالات اللازمة في أي منزلة أو خانة. وإذا فكر المعلم فإنه يستطيع أن يجد طرقاً يبتكرها بنفسه شريطة ألا يقع في خطأ رياضي.

ولعلها ملاحظة طريفة أنه ليس صحيحاً ما يقوله بعض المعلمين في حالات مثل 53 - 26 أننا لا نستطيع أن نطرح عدداً كبيراً من عدد صغير لأن المعلم يعلم ان ذلك ممكناً مستقبلاً عند دراسة الأعداد السالبة. ولذا فمن الواجب استخدام مصطلحات صحيحة دون الوقوع في أخطاء رياضية حتى ولو كانت غير مقصودة. فيمكنه القول مثلاً، أنه في هذه الحالة لا يوجد عدد طبيعي نضيفه إلى 53 ليكون الناتج 26.

ومن ناحية أخرى فإننا نرى أن يستخدم التلميذ الآلة الحاسبة في حالة طرح أعداد مكونة من أكثر من رقمين. ونؤكد أهمية التطبيقات الحياتية، والمواقف التي تستخدم فيها عملية الطرح.

تدريس عملية الضرب

معنى عملية الضرب

يتوقف معنى عملية الضرب على نوعية الأعداد التي تجرى فيها عملية الضرب:

1) في ضرب الأعداد الصحيحة (الكلية): الضرب يعني تكرار الجمع

فمثلاً : 5 x 6 تعني 5 مرات الستة.

حيث 6 العدد الذي يتم تكراره والخمسة هي عدد مرات التكرار

$$30 = 6 + 6 + 6 + 6 + 6 = 6 \times 5$$

2) في ضرب عدد صحيح في كسر : يتم تكرار الكسر بعدد مرات العدد الصحيح

فمثلاً : $6 = 1\frac{1}{5} + 1\frac{1}{5} + \frac{1}{5} + 1\frac{1}{5} + 1\frac{1}{5} = 1\frac{1}{5} \times 5$

3) في حالة ضرب الكسور فإن العملية يصبح لها معنى رياضي لا علاقة له بالجمع، بحسب القانون:

$$\frac{\text{أ جـ}}{\text{ب د}} = \frac{\text{أ} \times \text{جـ}}{\text{ب} \times \text{د}} = \frac{\text{جـ}}{\text{د}} \times \frac{\text{أ}}{\text{ب}}$$

فمثلاً : $\frac{3}{35} = \frac{3 \times 1}{7 \times 5} = \frac{3}{7} \times \frac{1}{5}$

$$\frac{13}{5} = \frac{13 \times 6}{6 \times 5} = \frac{13}{6} \times \frac{6}{5} = 2\frac{1}{6} \times 1\frac{1}{5}$$

$$0{,}42 = \frac{42}{100} = \frac{6}{10} \times \frac{7}{10} = 0{,}6 \times 0{,}7$$

4) في حالة ضرب الأعداد الصحيحة (موجب ، 0 ، سالب):

تخضع عملية الضرب لقوانين رياضية كالآتي (بعد الضرب الحسابي):

أ) عدد موجب x عدد موجب = عدد موجب

فمثلاً $(+5) \times (+6) = +(5 \times 6) = +30$

ب) عدد موجب x عدد سالب = عدد سالب

فمثلاً $(+5) \times (-6) = -(5 \times 6) = -30$

ج) عدد سالب x عدد سالب = عدد موجب

فمثلاً (-5) x (-6) = + (5 x 6) = + 30

5) في جميع الحالات تسري خاصية الإبدال أ x ب = ب x أ

6) الضرب في صفر يعطى الناتج صفراً

فمثلاً : لأي عدد (أ) فإن أ x صفر = صفر x أ = صفر (أ × 0 = 0 × أ= 0)

ضرب الأعداد المكونة من أكثر من رقم

يعتمد ضرب الأعداد الصحيحة (الكلية) على الآتي:

أ) إدراك مفهوم القيمة المكانية وكيفية كتابة العدد المكون من أكثر من رقم

مثل : 236 = 6 + 30 + 200

ب) فهم خاصة توزيع الضرب على الجمع : أ x (ب + جـ) = أ × ب + أ × جـ

فمثلاً : 5 x 236 = 5 (6 + 30 + 200)

$= 200 \times 5 + 30 \times 5 + 6 \times 5$

$= 1000 + 150 + 30$

$= 1180$

ج) الفهم وراء آلية الضرب الرأسي:

ففي حالة 5 x 236 يسير العمل على أساس خاصة التوزيع

①③ 2 3 6 5 x 1 1 8 0	236 5x 30 150 1000 1180

مثال : أوجد حاصل ضرب 145 x 236

استراتيجية الحل:

نضرب 236 x 5

ثم 236 x 40

ثم 236 x 100

وتجمع كما يتضح من الآتي رأسياً:

```
                                  2  3  6
                                  1  4  5x
                                 ---------
236 x 5   <------------->         1 1 8 0
236 x 40  <------------->         9 4 4 0 +
236 x 100 <------------->       2 3 6 0 0 +
                                ----------
                                3 4 2 2 0
```

وفي هذا الصدد يتضح أهمية توضيح المفاهيم التي وراء آليات وخوارزميات إجراءات عملية الضرب. وتنصح بعدم استخدام آلية إتاحة العمليات المتتالية دون وضع الأصفار في حالة الضرب في رقم العشرات ثم المئات و.... لأن ذلك هو السبب الرئيسي في أخطاء التلاميذ.

العلاج	خطأ شائع
استخدم خاصة التوزيع مع مراعاة الضرب في العشرات وفي المئات ووضع النواتج ابتداءا من رقم الآحاد حتى لو كانت أصفاراً.	2 3 6 1 4 5 x 1 1 8 0 9 4 4 ← 2 3 6 ← × × × ×

ومن الأخطاء الشائعة الأخرى عدم مراعاة الحمل إلى الخانات التالية، فمثلاً:

العلاج	خطأ شائع
❖ يبدأ العلاج من بداية الضرب في رقم واحد 36 x 5 3 6 (30 + 6) 5 = 5 x 150 + 30 = 1 8 0 180 = ↑	3 6 4 5 x 1 5 3 0 1 2 2 4

الاستفادة من خواص عملية الضرب

كما في حالة عملية الجمع فإن خاصيتي الإبدال والتجميع يمكن أن تيسرا إجراء عمليات الضرب العقلية أو بالورقة والقلم، فمثلاً :

$$7 \times (2 \times 5) = 2 \times 7 \times 5$$
$$7 \times 10 =$$
$$70 =$$

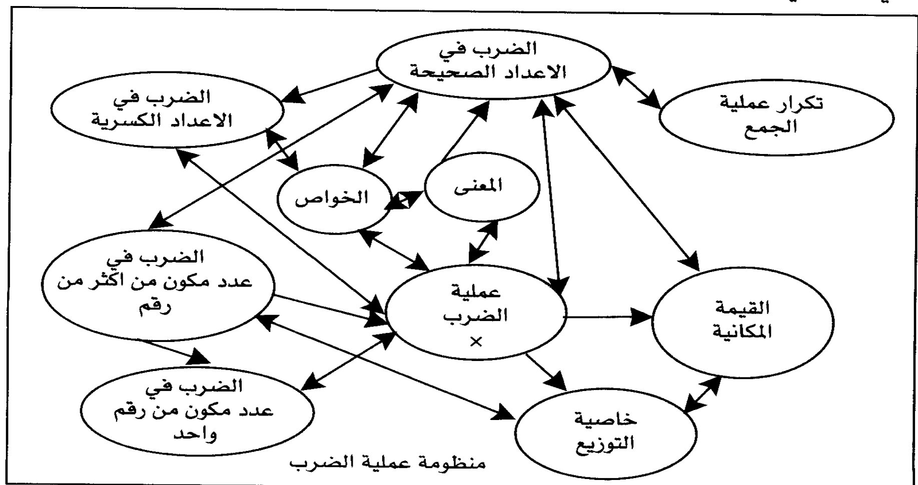
كذلك

$$36 \times (4 \times 25) = 4 \times 36 \times 25$$
$$36 \times 100 =$$
$$3600 =$$

.... وهكذا في الحالات المماثلة

منظومة عملية الضرب

عند تدريس عملية الضرب - أو أية عملية أخرى - فمن الأفضل ان يوضح المعلم المفاهيم المستهدف ان يدركها التلميذ والمتعلقة بعملية الضرب، ووضعها بداية في شكل منظومة بحيث يتبين للتلميذ معنى العملية في الأعداد الصحيحة (الكلية) وفي ضرب عدد صحيح في كسر، وفي ضرب كسرين، ويمكن استخدام عملية الضرب في توضيح مفهوم القيمة المكانية، مثلاً: $100 \times 2 + 10 \times 3 + 1 \times 5 = 235$

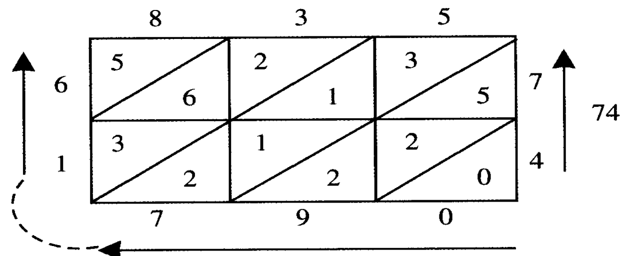


منظومة عملية الضرب

إطار (20) **طريقة عربية في الضرب**

من الطرق التي كان العرب يستخدمونها في إجراء عملية ضرب الأعداد الصحيحة (المقصود بها هنا الكلية) طريقة الشبكة. وقد استخدمها ايضاً الهنود والصينيون والأوروبيون. وكانت تجرى كما في المثال التالي لإيجاد حاصل ضرب 74 x 835

- يتم تكوين شبكة كما بالشكل وبحسب عدد الأرقام في العددين 3 ارقام × 2 رقم = 6 خلايا



وتكتب الأعداد المضروبة 74 على يمين الشبكة،

835 أعلى الشبكة.

- تقسم كل خلية قطرياً الى نصفين فيتكون 12 خلية.

- تجرى عملية الضرب : 7 x (8 , 3 , 5)

ثم 4 x (8 , 3 , 5)

وتكتب النواتج في خانات الخلايا كما هو مبين في الشكل.

مثلاً : 7 x 5 = 35 (الخلية الأولى العليا)، 7 × .....

ثم 4 x 5 = 20 (الخلية الأولى في الصف الثاني) ، 4 × ....

- يتم جمع ما في الخانات قطرياً. وتكتب النواتج خارج الشبكة من اليمين إلى اليسار ثم من اسفل الى أعلى

ويكتب الناتج ببنفس الترتيب (= 61790)

أي أن 835 x 74 = 61790

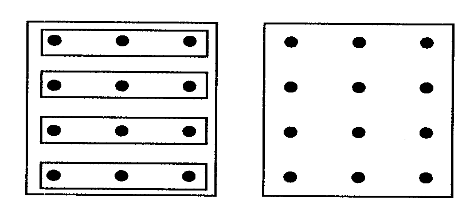
* ويمكنك التحقق من صحة الناتج بالآلة الحاسبة.

تدريس عملية القسمة

مقدمة

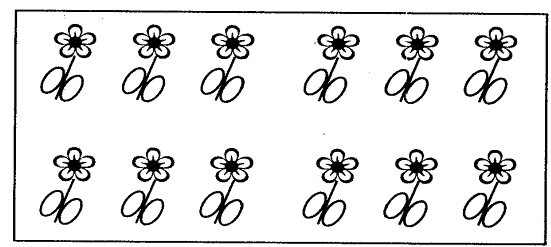
تدرس القسمة بصورة حسية على أنها عملية تجزىء مجموعة من الأشياء الى مجموعات صغيرة متساوية.

مثال (1)

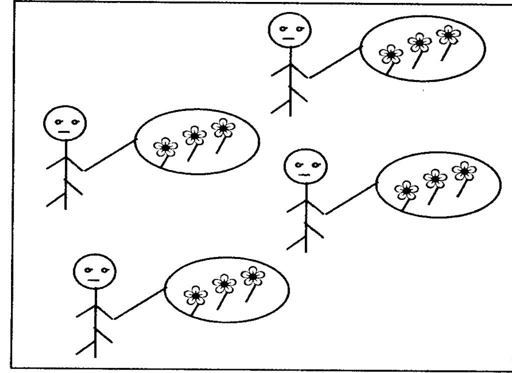


12 بلية   توزع إلى 4 مجموعات متساوية

مثال (2)



12 وردة



توزع على 4 تلاميذ ناجحين

$3 = 4 \div 12$

معنى عملية القسمة

12 ÷ 4 : ما العدد الذي نضربه في 4 ليكون الناتج 12؟

12 = ?? x 4

12 ÷ 4 = 3 تعنى 4 x 3 = 12

يمكن ان تكتب عملية القسمة بالصورة ←

3		الناتج
12	4	المقسوم عليه
المقسوم		

12 يسمى المقسوم

4 يسمى المقسوم عليه

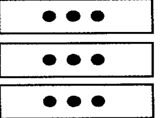
3 يسمى الناتج

ويمكن تمثيل ذلك بتقسيم 12 بلية ←

الى 4 اقسام كل منها 3 بليات

– ماذا عن 12 ÷ 3 = ??

12 بلية تقسم إلى 3 أقسام كل قسم سوف يتكون من 4 بليات



12 ÷ 3 = 4

لأن 3 x 4 = 12

– يمكن أيضاً ربط القسمة بتكرار الطرح

فمثلاً : في حالة 12 ÷ 4

تكرار طرح 4 ونحسب عدد مرات الطرح حتى تنتهي 12

12 - 4 = 8 (1)

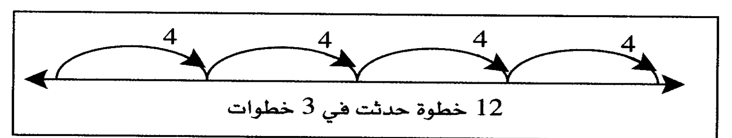
8 - 4 = 4 (2)

4 - 4 = 0 (3)

– ينتج أن 12 ÷ 4 = 3

– كذلك يمكن التوضيح باستخدام خط الأعداد

كما بالشكل المبين.



تدريب (1)

استخدم حقائق الضرب في ايجاد الآتي

$2 \div 18$ $4 \overline{)16}$ $9 \overline{)27}$

$5 \div 15$ $8 \overline{)40}$ $10 \overline{)30}$

$7 \div 21$

تدريب (2)

أوجد حواصل الضرب التالية ومنها أوجد خارج القسمة:

$?? = 3 \times 15$ ثم استنتج $?? = 3 \div 45$ ، $?? = 15 \div 45$

$?? = 5 \times 37$ ثم استنتج $?? = 5 \div 185$

$?? = 37 \div 185$,

$?? = 9 \times 9$ ثم استنتج $?? = 9 \div 81$

$?? = 2 \times 81$ ثم استنتج $?? = 2 \div 162$

$?? = 118 \div 162$,

تدريب (3)

أوجد $?? = 8 \times 4 \times 5$ ثم استنتج $?? = 5 \div 160$

$?? = 4 \div 160$

$?? = 8 \div 160$

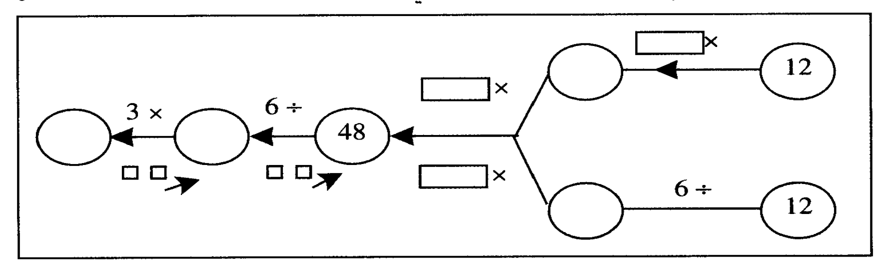
$?? = 20 \div 160$

$?? = 32 \div 160$

$?? = 40 \div 160$

- ويعطى هذا التدريب مفهوم العامل والقاسم.

تدريب (4) : أكمل (ولاحظ ان كلا من عمليتي الضرب والقمسة عملية عكسية للأخرى)



تدريب (5) : تطبيقات حياتية

- تبيع فطوم بيضا من سلتين، السلة الأولى بها عشرين بيضة وتبيع كل بيضتين بمبلغ 150 قرشاً، السلة الأخرى بها 30 بيضة وتبيع كل 3 بيضات بمبلغ 250 قرشاً. في أحد الأيام مرضت فطوم وخرجت ابنتها رانده لتبيع البيض. فوضعت الخمسين بيضة معاً في سلة واحدة. بكم تبيع رانده كل 5 بيضات لتحصل على نفس المبلغ إذا باعت الخمسين بيضة؟

قسمة عدد مكون من رقمين على عدد مكوون من رقم واحد

مثال: 52 ÷ 8

- ابحث عن أكبر عدد يضرب x 8 ويكون الناتج اقل من 52

(من حقائق الضرب x 8 يكون العدد المطلوب هو 6 لأن 8 x 6 = 48)

الناتج ← 6

المقسوم عليه 8 | 52 المقسوم

48-

الباقي ← 4

- أوجد الفرق بين 52 , 48 يكون الناتج 4

إذن 52 ÷ 8 = 6 والباقي 4

(ويمكن ان تكتب كالآتي: 52 ÷ 8 = 6 , 4 / 8

- معنى ذلك أن : $= 6\frac{1}{2} = 6.5$

52 = 6 x 8 + 4 (لاحظ ان عملية الضرب تجرى أولاً)

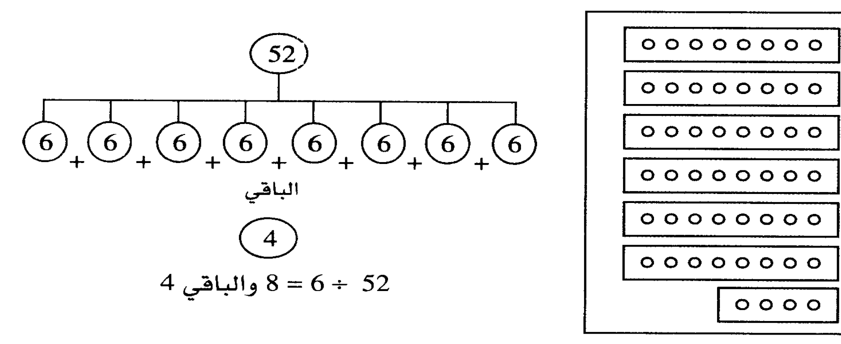
- يسأل المعلم : ماذا لو قسمنا 52 ÷ 6 ؟

52 ÷ 6 = 8 والباقي 4

(ويمكن أن تكتب 52 ÷ 6 = 8 , $\frac{4}{6}$

$= 8\frac{2}{3}$

- ويمكن تمثيل هذه العملية بتوزيع 52 (تلميذاً) على صفوف بحيث كل صف يكون به ... تلاميذ. سيكون لدينا 6 صفوف كاملة ويتبقى 4 تلاميذ يقفون وحدهم في صف ناقص. كما يمكن إعطاء تمثيلات أخرى.



وننصح باستخدام الآلة الحاسبة كبديل للقسمة المطولة بالقلم والورقة والمهم هو أن يفهم التلميذ معنى عملية القسمة ويدرك مدلول المصطلحات: المقسوم، المقسوم عليه، خارج القسمة، العامل في حالة عدم وجود باق.

قسمة عدد على عدد مكون من رقمين

ننصح باستخدام الآلة الحاسبة في هذه الحالات، ورغم ذلك نوضح هنا خوارزمية القسمة بتكنولوجيا الورقة والقلم

مثال (1)

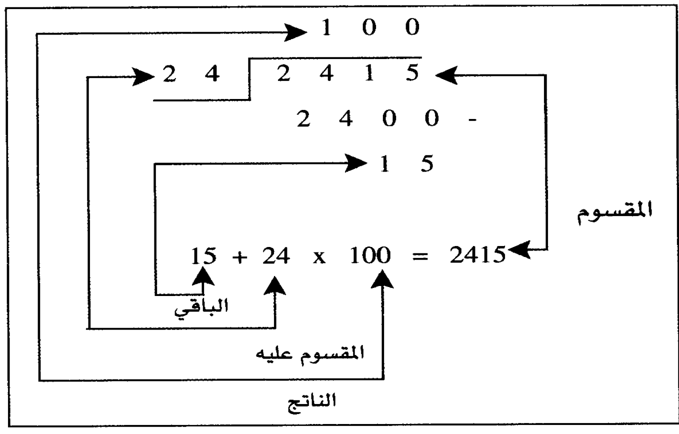
اقسم 2415 ÷ 24

- تعتمد الخوارزمية على الإدراك بأن

2415 = 2400 + 15

ولذلك فإن

2415 ÷ 24 = 2400 ÷ 24 + 15 = 100 والباقي 15



مثال (2)

اقسم 4551 ÷ 37

تعتمد الخوارزمية على التسلسل التالي:

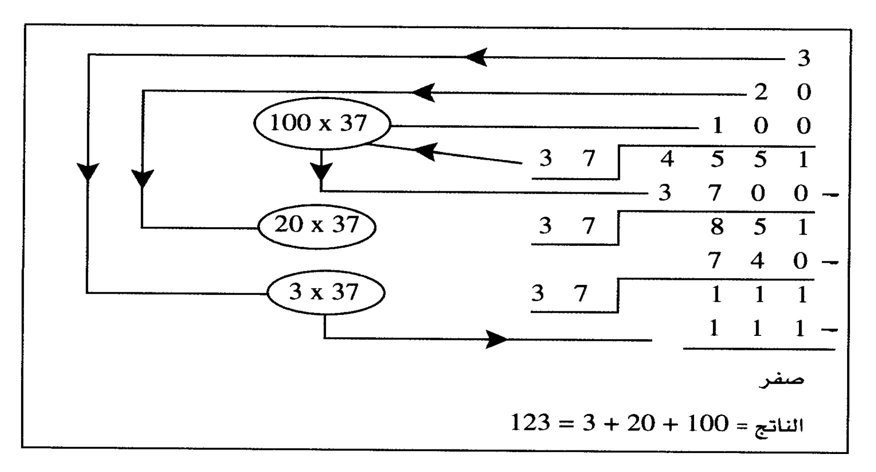
- كم مائة تحصل عليها عند قسمة 4500 على 37؟	مائة واحدة = (100)
وكم يتبقى من المقسوم كله ؟ 4551 - 3700	(851)
- كم عشرة تحصل عليها عند قسمة 851 على 37 ؟	(عشرتان) = (20)
وكم يتبقى؟ 851 - 20 x 37	(111)
- كم آحاد نحصل عليها عند قسمة 111 على 37	3
وكم يتبقى ؟ 111 - 3 x 37	(صفر)

- انتهت القسمة
- وما الناتج؟

الناتج = 100 + 20 + 3

= 123

ويمكن تمثيل ذلك بالمخطط التقليدي (والمصاحب بالتوضيح السابق)



اختبار قابلية القسمة

(1) قابلية القسمة على 2

القاعدة : يقبل العدد القسمة على 2 إذا كان رقم أحاده زوجياً (2 , 4 , 6 , 8 , 0)

مثال توضيحي:

العدد 1574 يقبل القسمة على 2 لأن رقم آحاده 4 وهو عدد زوجي.

ولكن العدد 86423 لا يقبل القسمة على 2 لأن رقم آحاده 3 ليس زوجيا .

البرهان:

ليكن العدد ع مكوناً من أربعة أرقام (أ ب جـ د)

ع = أ + 10 ب + 100 جـ + 1000 د

= أ + 2 (5 ب + 50 جـ + 500 د)

وحيث أن 2 (5 ب + 50 جـ + 500 د) عدد زوجي (يقبل القسمة على 2) فإن الأمر يتوقف على ما إذا كان أ عدداً زوجياً = 2 ك مثلاً

ع = 2 ك + 2 (5 ب + 50 جـ + 500 د)

= 2 (ك + 5 ب + 50 جـ + 500 د)

وهذا عدد يقبل القسمة على 2 .

وبالمثل لأي عدد آخر مهما كان عدد أرقامه.

(2) قابلية القسمة على 3

القاعدة :

يقبل العدد القسمة على 3 إذا كان مجموع أرقامه يقبل القسمة على 3

مثال توضيحي :

العدد 6714 يقبل القسمة على 3

لأن 4 + 1 + 7 + 6 = 18 وهذا يقبل القسمة على 3

ولكن العدد 3725 لا يقبل القسمة على 3

لأن 5 + 2 + 7 + 3 = 17 وهذا لا يقبل القسمة على 3

البرهان:

ليكن ع = أ + 10 ب + 100 جـ + 100 د

= أ + ب + 9 ب + جـ + 99 جـ + د + 999 د

= (أ + ب + جـ + د) + 9 (ب + 11 جـ + 111 د)

من الواضح ان 9 (ب + 11 ج + 111 د) تقبل القسمة على 3

فإذا كان أ + ب + جـ + د يقبل القسمة على 3

فإن العدد كله يقبل القسمة على 3

وإذا كان (أ + ب + جـ + د) لا يقبل القسمة على 3 فإن العدد كله لا يقبل القسمة على3

وبالمثل في حالة أن يكون ع مكوناً من أي عدد من الأرقام.

(3) قابلية القسمة على 5

القاعدة

يقبل العدد القسمة على 5 إذا كان رقم آحاده صفر أو 5

مثال توضيحي:

العدد 1830 يقبل القسمة على 5 وكذلك العدد 1835 ، ولكن العدد 505551 لا يقبل القسمة على 5.

البرهان

ليكن ع = أ + 10 ب + 100 جـ + 1000 د

ع = أ + 10 (ب + 10 جـ + 100 د)

فإذا كان أ يقبل القسمة على 5 كان العدد كله يقبل القسمة على 5

لأن 10 (ب + 10 جـ + 100 د) يقبل القسمة على 5

(4) قابلية القسمة على 7

القاعدة

يقبل العدد القسمة على 7 إذا كان رقم الآحاد x 1 + رقم العشرات x 3 + رقم المئات (× 2) رقم الآلاف × (-1) + رقم عشرات الآلاف × (-3) + رقم المئات الآلاف × (-2).

ثم تكرر الضرب

فإذا كان هذا الناتج يقبل القسمة على 7 ككان العدد يقبل القسمة على 7

مثال توضيحي:

العدد 72345 يقبل القسمة على 7 (تحقق من صحة ذلك بالقسمة على الآلة الحاسبة)

لأن 5 x 1 + 4 x 3 + 3 x 2 + 2 x -1 + 7 x -3

= 5 + 12 + 6 - 2 - 21 = صفر وهذا يقبل القسمة على 7

ولكن العدد 72347 لا يقبل القسمة على 7

لأن 7 x 1 + 4 x 3 + 2 x 3 + 2 x -1 + 7 x -3

= 7 + 12 + 6 - 2 - 21 = 25 - 23 = 2 وهذه لا تقبل القسمة على 7

البرهان

ع = أ + 10 ب + 100 جـ + 1000 د + 10000 هـ

= أ + 3 ب + 7 ب + 2 جـ + 98 جـ - د + 1001 د - 3 هـ + 10003 هـ

= (أ + 3 ب ++ 2 جـ - د - 3 هـ) + 7 ب + 98 جـ + 1001 د + 10003 هـ

= (أ + 3ب + 2 جـ - د - 3هـ) + 7 (ب + 14 حـ + 143 د + 1429 هـ).

وحيث أن 7 (ب + 14 حـ + 143 د + 1429 هـ) يقبل القسمة على 7

اذن: إذا كان أ + 3 × ب + حـ × 2 + د (-1) + هـ (-3)

يقبل القسمة على 7 كان العدد كله يقبل القسمة على 7 وبالمقال في أي عدد آخر.

ولعلك تلاحظ أن تطبيق القاعدة أصعب من إجراء عملية القسمة نفسها. ومن ثم نادراً ما تستخدم هذه القاعدة، خاصة مع سهولة الاختبار مباشرة باستخدام الآلة الحاسبة.

حالة خاصة:

في حالة العدد المكون من ثلاثة ارقام يمكن استخدام القاعدة التالية:

اضرب رقم الآحاد x 2 ثم اطرحه من العدد المكون من رقمي العشرات والمئات، فإذا كان الباقي يقبل القسمة على 7 كان العدد الكلي يقبل القسمة على 7 .

ففي العدد 539 مثلاً

2 x 9 = 18 , 53 - 18 = 35 وهذا يقبل القسمة على 7

إذن العدد 539 يقبل القسمة على 7 (تحقق من صحة ذلك بالقسمة المباشرة)

– حاول البرهان على صحة هذه القاعدة النسبة للعدد ع = أ + 10 ب + 100 جـ

ارشاد : ضع ع = أ + 10 ب + 100 جـ + 20 أ – 20 أ)

5) قابلية القسمة على 11

القاعدة:

يقبل العدد القسمة على 11 اذا كان الفرق بين مجموع ارقامه الفردية الرتبة ومجموع ارقامه الزوجية الرتبة يقبل القسمة على 11.

مثال توضيحي:

العدد 534567 يقبل القسمة على 11

لأن (7 + 5 + 3) - (6 + 4 + 5) = 15 - 15 = صفر (يقبل القسمة على 11)

ولكن 53468 لا يقبل القسمة على 11

لأن (8 + 5 + 3) - (6 + 4 + 5) = 16 - 15 = 1 وهو لا يقبل القسمة على 11

البرهان

ليكن ع = أ + 10 ب + 100 جـ + 1000 د

= أ + 11 ب – ب + 99 جـ + جـ + 1001 د – د

= (أ – ب + جـ – د) + (11 ب + 99 جـ + 1001 د)

= (أ – ب + جـ – ب) + 11 (ب + 9 جـ + 91 د)

.... اكمل

6) قابلية القسمة على 13

القاعدة

يقبل القسمة على 13 إذا كان رقم الآحاد x 1 + رقم العشرات x -3 + رقم المئات x -4 + رقم الآلاف x - 1 + رقم عشرات الآلاف x 3 + رقم مئات الآلاف x 4 + ... تكرر،

يقبل القسمة على 13

(تضرب الأرقام تباعاً في 1 , - 3 , - 4 , -1 , 3 , 4 , 1 , -3 , -4 , -1 , 3 ، ... وتكرر بنفس النمط)

مثال توضيحي:

العدد 3055 يقبل القسمة على 13

لأن : 5 x 1 + 5 (-3) + 0 (-4) + 3 (-1)

= 5 - 15 - 3 = - 13 وهذا يقبل القسمة على 13

البرهان :

ع = أ + 10 ب + 100 جـ + 1000 د + 1000 هـ

= (أ – 3 ب – 4 جـ – د + 3 هـ) + (13 ب + 104 جـ + 1001 د + 9997 هـ)

= أ – 3 ب – 4 جـ – د + 3 هـ + 13 (ب + 8 حـ + 77 د + 769 هـ)

أكمل... كما سبق

وكما هو الحال في العدد 7 فإن القاعدة أصعب من إجراء عملية القسمة ولذا لا تستخدم.

حالة خاصة:

إذا كان العدد مكوناً من ثلاثا أرقام (ع = أ + 10 ب + 1000د)

فإن القاعدة تكون كالآتي:

يقبل العدد القسمة على 13 إذا كان أ – 3 ب – 4 جـ يقبل القسمة على 13

مثال :

العدد 195 يقبل القسمة على 13

لأن 5 - 3 x 9 - 4 x 1 = 5 - 27 - 4 = -26 وهو يقبل القسمة على 13

هل تستطيع أن توجد قاعدة للعدد المكون من رقمين؟

إن هذه البـراهين تدريب جيد على ابتكار برهان نظري خاص بخواص الاعداد . ولعله يوضح كيف ان الرياضيين الذين عملوا في نظرية الأعداد كانوا مبدعين ولا شك أن وجود آلالات الحاسبة ييسر التعرف على قابلية القسمة على أي عدد، وذلك بالقسمة المباشرة فإذا كان الناتج عدداً صحيحاً عند قسمة أي عدد (أ) على أي عدد (ب) فمعنى ذلك ان أ يقبل القسمة على ب . وإذا كان الناتج عدداً كسرياً فمعنى ذلك عدم قابلية القسمة.

إطار (21) **الأعداد المتحابة**

يقال أن عددين متحابان إذا كان مجموع القواسم العامة لأي منهما يساوي العدد الآخر فمثلاً:

العددان 220 , 284 عددان متحابان لأن:

قواسم العدد 220 هي:

1 , 2 , 4 , 5 , 10 , 11 , 20 , 22 , 44 , 55 , 110

(أي أن 220 يقبل القسمة على كل منها بدون باق)

قواسم العدد 284 هي 1 ، 2 ، 4 ، 71 ، 142

مجموع قواسم العدد

$$220 = 142 + 71 + 4 + 2 + 1 = 284$$

في أيام الاغريق كان الشخصان الصديقان يحملان عددين متحابين دلالة على صداقتهما.

ويروى عن ثابت بن قرة وهو من مشاهير الرياضيين العرب في القرن التاسع الميلادي أنه أوجد قاعدة لإيجاد أزواج من الأعداد المتحابة.

في القرن التاسع عشر توصل شاب في سن السادسة عشر اسمه نيكولاي بيجانين الى أن العددين 1210 , 1184 عددان متحابان. (حاول أن تثبت صحة ذلك).

تدريس الكسور

مقدمة تاريخية

نشأت حاجة الإنسان للكسور مع حاجته للقياس، فبعد أن كان يستخدم "وحدات" كاملة للقياس مثل الذراع والشبر والإصبع... كان يواجه بأشياء لا يمكن قياسها بوحدات كاملة مهما اختارها صغيرة، فكان لا بد له من اللجوء الى تجزىء الوحدة، ومن هنا نشأت فكرة الكسر. فالكسر هو جزء من الوحدة، الكسور العادية نشأت قبل الكسور العشرية بأزمنة طويلة.

الكسور العادية عند المصريين القدماء

المصريون القدماء كانوا يستخدمون ما يسمى بكسور الوحدة وهي الكسور العادية التي بسطها الواحد الصحيح مثل $\frac{1}{2}$ ، $\frac{1}{3}$ ، $\frac{1}{4}$ ، .... وكانوا يعبرون عن أي كسر آخر كمجموع لكسور وحدة (فيما عدا الكسرين $\frac{2}{2}$ ، $\frac{3}{4}$) وفي بعض الأحيان كانت النقطة تستخدم لتدل على شرطة لكسر الوحدة، ولكتابة أي كسر وحدة كانوا يكتبون المقام اسفل الرمز ⬭ (شكل فم مفتوح) فمثلاً I تعنى $\frac{1}{10}$ ، III تعنى $\frac{1}{12}$ ، ومع ذلك كانت لهم رموز خاصة ببعض الكسور مثل ⊏ تعنى $\frac{1}{2}$ ،

مثال : (1)

اكتب الكسر $\frac{7}{24}$ بصورة مجموع كسور وحدة...

$$\frac{7}{24} = \frac{1}{24} + \frac{6}{24} = \frac{1}{24} + \frac{1}{4}$$

مثال : (2)

مثل $\frac{13}{20}$ بصورة مجموع كسور وحدة..

الحل :

$$\frac{13}{20} = \frac{1}{20} + \frac{2}{20} + \frac{10}{20}$$

$$= \frac{1}{20} + \frac{1}{10} + \frac{1}{2}$$

حل آخر

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{7} + \frac{1}{140} = \frac{13}{20}$$

الكسور العادية عند البابليين

كان البابليون يستخدمون أساس التجميع الستيني بمعنى أنهم ينسبون كل الأعداد الى (60) فمثلاً ...

$$\frac{12}{60} = \frac{1}{5}$$

وكان البابليون يستخدمون الرمز V ليدل على 60 كما استخدم نفس الرقم ليدل على العدد واحد.

واستخدم الرمز ⩗ ليدل على الكسر $\frac{1}{2}$

مثال : (1)

عبر عن العدد $2\frac{1}{2}$ بالنظام البابلي...

الحل:

$$2\ \frac{30}{60} = 2\frac{1}{2}$$

مثال : (2)

عبر عن العدد $\frac{3}{4}$ بالنظام البابلي...

الحل :

$$\frac{45}{60} = \frac{3}{4}$$

الكسور عند العرب

لا تختلف طرق عرب العصور الوسطى في التعامل بالكسور عن الطرق الحالية.

ويحتمل أن الصورة الحالية في كتابة الكسور العادية تعود إلى الهنود، ولكنه من الثابت أن العرب هم أول من استخدم شرطة الكسر وكذلك يعود لهم استخدام مصطلحي البسط والمقام.

الكسور العشرية

ظهرت الكسور العشرية متأخرة قرابة الألف عام بعد ظهور وانتشار نظام العد العربي الذي يعتمد على الأساس (10) عشرة.

ولم تكن العلامة العشرية (و) الفاصلة معروفة حيث كانت تكتب الأرقام العشرية مفصولة عن الأعداد الصحيحة، وقد استخدمت شرطة رأسية أحياناً كعلامة عشرية.

ينسب المؤرخون ابتكار الكسور العشرية الى الرياضي الهولندي (ستيفن) في كتيب نشره عام 1585 م. إلا أن بعض المؤرخين يرون بأن اختراع الكسور العشرية ينسب الى (غياث الدين الكاشي) الذي عبر فيه عن النسبة بين محيط الدائرة وقطرها (المعروفة الآن بالعدد الغير نسبي ط) بكسر عشري فصل فيها العدد الصحيح ط وستة عشر أرقام عشرية، وذلك عام 430 م أي قبل ستيفن بحوالي 150 عاماً.

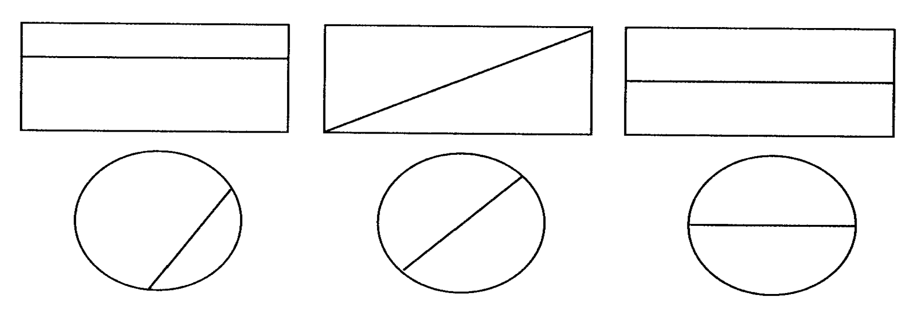
الطفل والإدراك الحدسي للكسر

الحدس (Intuition) هو إدراك عفوي لمفهوم أو قضية ما. وقد ينتج عن تعاطف غريزي بين الوعي والشيء الذي يتم إدراكه أو دراسته.

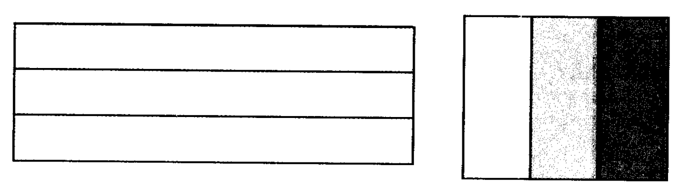
في سنواتهم العمرية المبكرة يتكون لدى الأطفال إدراك عفوي لمفهوم الكسر. النصف يعني بالنسبة للطفل أن شيئاً ما انفصل الى جزأين بغض النظر عن "حجم" كل منهما، فعندما تقسم الأم قطعة الحلوى الى "نصفين" لتعطى الطفل حمادة جزء وأخته الطفلة ميمي الجزء الآخر، فإن حمادة قد يقول لأخته إن "نصفك" أكبر من "نصفي" في هذه المرحلة يمكن تقديم مفهوم النصف والثلث والربع للأطفال، وهنا لا بد من التأكيد على تساوي الأجزاء التي ينقسم إليها الشيء ليتضح فيها المعنى الصحيح.

أنشطة مقترحة:

إحضر مجموعة من الورق المقوى بأشكال منتظمة مستطيلة أو مربعة أو دائرية، ثم قَسِّم كلا منها الى قطعتين بطرق مختلفة، كل طفلين يأخذان جزئي قطعة معينة (ولتكن مستطيلة) ودعمها يتأكدان من أن كلا منهما حصل على نفس "الكمية"، أعطهم فرصة للتحقق مما يقولان. واطلب منهما التعرف على الأوراق التي لا تنقسم إلى نصفين.



- كرر نفس اللعبة في حالة الربع ثم الثلث.
- أعطِ طفلاً / طفلة ورقة وأطلب منه ان يقسمها الى نصفين.
- أعطِ طفلاً بليتين وأطلب منه ان يقسمها الى نصفين.
- أعطِ طفلاً 4 بليات وأطلب منه أن يقسمها الى نصفين. (ليكن التقسيم 1 - 1 , 1 - 1)
- أعطِ طفلاً قطعة ورقة وأطلب منه ان يقسمها الى اربعة اجزاء متساوية... ليكن تنصيف ثم تنصيف ثم تقطيع الورقة الى أربعة أجزاء.
- أعطِ طفلاً ورقة مقسمة بالشكل التالي:



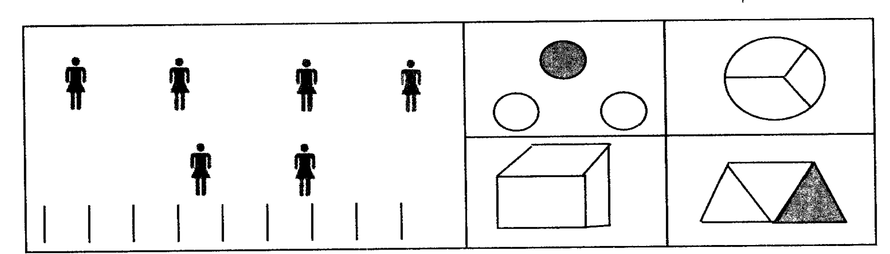
وأطلب منه أن يظلل ثلثها.

قص كل ورقة الى ثلاثة أجزاء ودع طفلاً يتأكد من أن كل جزء منها هو الثلث.

- أطلب من طفل آخر أن يتأكد من الثلث بتطبيق أجزاء الورقة.
- أطلب من ستة أطفال يخرجون ثم ينقسمون الى ثلاث مجموعات صغيرة.
- أطلب منهم أن يتجمعوا معاً (الستة أشخاص) دعهم ينقسمون إلى مجموعتين متساويتين.
- اسألهم هل يمكن أن ينقسموا الى أربع مجموعات متساوية؟

معنى الكسر

ناقش الأطفال حتى يدركوا معنى نصف، ثلث، ربع باستخدام شيء واحد ينقسم، وبمجموعة تنقسم.



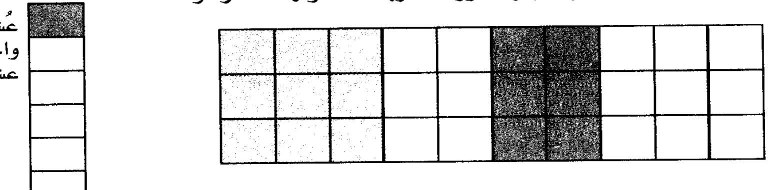
- كرر الأنشطة مع مجموعات تعاونية صغيرة يتعاون أفراد كل مجموعة في إيجاد نصف وثلث وربع شيء واحد أو مجموعة مفردات.
- أطلب من الأطفال ان يذكروا مواقف يرونها في المنزل تستخدم فيها الكسور، مثلاً:

نصف ملعقة سكر، نصف كوب شاي، ربع رغيف، ثلث مجموعة مكونة من ست برتقالات، أو تسع ليمونات.

الكسر العشري

يمكن تقديم الكسر العشري حدسياً بتوفير وحدة مقسمة الى عشرة أجزاء متساوية، مثلاً:-

أشرطة مجزأة الى عشرة أجزاء، ورقة مربعات طولها عشرة وحدات



واحد من عشرة	اثنان من عشرة	ثلاثة من عشرة
0,1	0,2	0,3

- يمكن الإشارة الى كتابة ذلك بالصورة...

0,3 0,2 0,1

ويمكن تمثيل ذلك بوضع مجموعة من (30 بلية) اي ثلاث عشرات كالآتي:

- بالنسبة للكسر 0,1

لكل عشرة نأخذ ●

لدينا 3 عشرات، نأخذ ● ● ● (ثلاث بليات)

0.3 0.2 0.1

- بالنسبة للكسر 0,2

لكل عشرة نأخذ ● ●

لدينا 3 عشرات، نأخذ ● ● ● ● ● ● (ست بليات)

وبالنسبة للكسر 0,3

لكل عشرة نأخذ ● ● ●

لدينا 3 عشرات، نأخذ ● ● ● ● ● ● ● ● ● (تسع بليات)

وهكذا،،،

الكسور في المرحلة الابتدائية

- من المهم في هذه المرحلة ان يكتسب التلميذ الآتي:-

(1) معنى الكسر، العدد الكسري (عدد صحيح وكسر) بالنسبة للكسر العادي والعشري.

(2) الصورة التي تكتب بها الكسور والأعداد الكسرية.

(3) يكوّن حِساً بمعنى الكسر ويتعرف على مواقف وسياقات تستخدم فيها الكسور.

(4) يمثل كسرا بأكثر من طريقة.

(5) يستخدم الأعداد في التعبير عن الكسور.

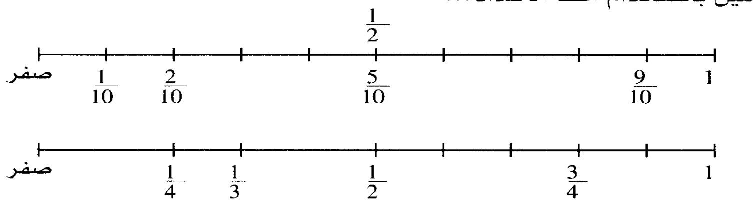
(6) يقارن بين كسرين.

(7) يجري عمليات حسابية على الكسور.

(8) يستخدم الكسور في حل مشكلات وتطبيقات حياتية.

نماذج لتمثيل الكسر العادي:-

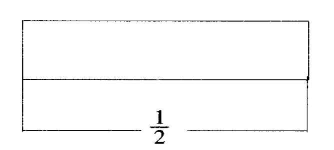
(1) التمثيل باستخدام خط الأعداد...

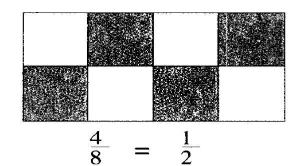


لاحظ طريقة كتابة الكسر العادي:

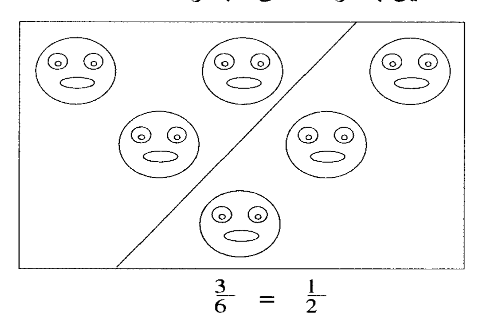
معنى البسط، معنى المقام، شرطة الكسر

(2) التمثيل بالمساحة....





(3) التمثيل بمفردات من مجموعة



$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

تمثيل العمليات على الكسور العادية

جمع كسرين عاديين:-

(1) في حالة ان يكون المجموع أقل من 1

مثال: $\frac{1}{3} + \frac{1}{2}$

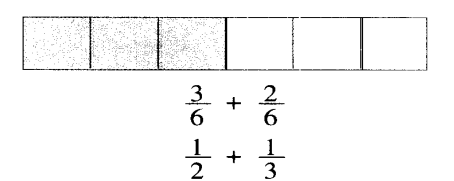
ارسم مربعاً طول ضلعه المضاعف المشترك الأدنى للمقامات، ظلل تمثيل كل كسر، ثم اجمع الأجزاء المظللة؟

$\frac{5}{6} = \frac{2}{6} + \frac{3}{6}$

$\frac{5}{6} = \frac{1}{3} + \frac{1}{2}$

$\frac{3}{6}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{6}$ $\frac{1}{3}$

ويمكن استخدام شريط واحد 1 x 6



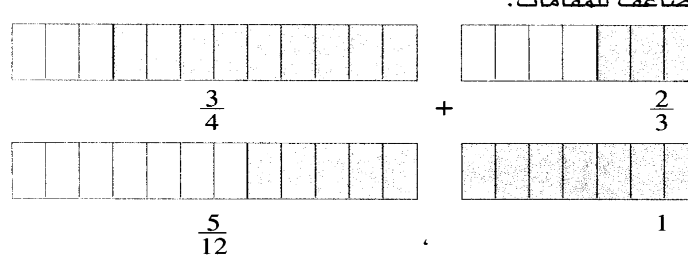
$\frac{3}{6} + \frac{2}{6}$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$

(2) في حالة أن يكون المجموع أكبر من 1

مثال : $\frac{3}{4} + \frac{2}{3}$

ارسم تمثيلاً لكل كسر على حدة ثم ارسم تمثيلاً مستقلاً للمجموع، استخدم أشكالاً طول ضلع كل منها مضاعف للمقامات.



$\frac{3}{4}$ + $\frac{2}{3}$

= 1 ، $\frac{5}{12}$

أي أن $1\frac{5}{12} = \frac{3}{4} + \frac{2}{3}$

طرح كسرين عاديين:-

			×		

$\frac{1}{3}$

مثال:

أوجد $\frac{1}{2} - \frac{1}{6}$

استخدم شكلاً طول ضلعه 6 (مضاعف مشترك للمقامين)

$\frac{1}{2} - \frac{1}{6} = \frac{3}{6} - \frac{1}{6}$

$= \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

مثال :

$1\frac{1}{2} - \frac{3}{5}$

									×

×	×	×	×	×					

1 ، $\frac{1}{2}$

أوجد $1\frac{1}{2} - \frac{3}{5}$

$= \frac{15}{10} - \frac{6}{10}$

$= \frac{9}{10}$

حاصل ضرب كسرين عاديين:-

مثال:

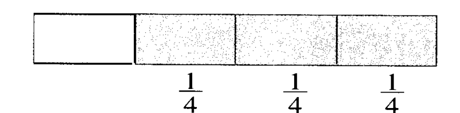
أوجد $\frac{2}{5} \times \frac{3}{4}$

استخدم 3 مستطيلات 4 x 5 لتمثيل $\frac{3}{4}$ **,** $\frac{2}{5}$ **ثم حاصل الضرب (** $\frac{2}{5}$ **الـ** $\frac{3}{4}$ **)**

$\frac{3}{4}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{2}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{6}{20}$ التقاطع

قسمة كسرين عاديين:-

مثال:



اقسم $\frac{3}{4} \div \frac{1}{4}$

هذا يعني كم $\frac{1}{4}$ في الـ $\frac{3}{4}$

$$\frac{3}{4} \div \frac{1}{4} = 3$$

مثال :

اقسم $3 \div \frac{1}{2}$

كم $\frac{1}{2}$ في الـ 3

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$

$$3 \div \frac{1}{2} = 6$$

ماذا توضح النماذج بالنسبة للكسور العادية ؟

(1) **الكسور المتكافئة**

وللتبسيط نقول الكسور المتساوية، فمثلاً:

$\frac{1}{2} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8}$ (بضرب البسط والمقام في نفس العدد)

$\frac{أ}{ب} = \frac{م\,أ}{م\,ب}$ حيث م # صفر

(2) **وضع الكسر في أبسط صورة**

$\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ (بقسمة البسط والمقام على العامل المشترك الأعلى ع م أ)

(3) **جمع كسرين**

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$$

نوجد المضاعف المشترك الأدنى للمقامين (م م أ)

نعيد كتابة كل كسر بكسر مساوٍ له ومقامه هو (م م أ)

$$\text{المجموع} = \frac{\text{مجموع البسطين الجديدين}}{\text{م م أ}}$$

* بصفة عامة

$$\frac{\text{أ}}{\text{ب}} + \frac{\text{جـ}}{\text{د}} = \frac{\text{أ د}}{\text{ب د}} + \frac{\text{ب جـ}}{\text{ب د}} = \frac{\text{أ د + ب جـ}}{\text{ب د}}$$

(4) طرح كسرين

نسير بنفس طريقة الجمع

$$\frac{\text{أ}}{\text{ب}} - \frac{\text{جـ}}{\text{د}} = \frac{\text{أ د}}{\text{ب د}} - \frac{\text{ب جـ}}{\text{د ب}} = \frac{\text{أ د - ب جـ}}{\text{ب د}}$$

(5) حاصل ضرب كسرين

$$\frac{2}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{3 \times 2}{4 \times 5} = \frac{6}{20}$$

$$\frac{\text{أ}}{\text{ب}} \times \frac{\text{جـ}}{\text{د}} = \frac{\text{أ} \times \text{جـ}}{\text{ب} \times \text{د}}$$

$$\frac{\text{البسط} \times \text{البسط}}{\text{المقام} \times \text{المقام}}$$

(6) قسمة الكسرين

$$\frac{3}{4} \div \frac{1}{4} = 3$$

القسمة بصفة عامة عملية عكسية للضرب ويعني ذلك...

عند قسمة عدد على آخر:

نضرب العدد x المعكوس الضربي للعدد الآخر.

$$\frac{\text{أ}}{\text{ب}} \div \frac{\text{جـ}}{\text{د}} = \frac{\text{أ}}{\text{ب}} \times \frac{\text{د}}{\text{جـ}}$$

لماذا ؟؟

$$\frac{\text{أ}}{\text{ب}} \div \frac{\text{جـ}}{\text{د}} = \frac{\frac{\text{أ}}{\text{ب}}}{\frac{\text{جـ}}{\text{د}}}$$

لكي نجعل المقام 1 نضرب $\frac{\text{جـ}}{\text{د}} \times \frac{\text{د}}{\text{جـ}}$

ولكي نحصل على كسور متساوية تضرب البسط والمقام في نفس العدد..

$$\frac{\frac{\text{أ}}{\text{ب}}}{\frac{\text{جـ}}{\text{د}}} = \frac{\frac{\text{أ}}{\text{ب}} \times \frac{\text{د}}{\text{جـ}}}{\frac{\text{جـ}}{\text{د}} \times \frac{\text{د}}{\text{جـ}}} = \frac{\frac{\text{أ}}{\text{ب}} \times \frac{\text{د}}{\text{جـ}}}{1} = \frac{\text{أ}}{\text{ب}} \times \frac{\text{د}}{\text{جـ}}$$

❖ احترس : غير مسموح القسمة على صفر

سياقات وترابطات تستخدم فيها الكسور

تستخدم الكسور في معظم الأنشطة الحياتية الاجتماعية والاقتصادية إضافة الى استخدامها في العلوم الأخرى. فنجدها في السلم الموسيقي ويستخدمها رجال الأعمال في البورصة، والتجار في المعاملات العادية، وفي القياسات بأنواعها، وفي التجارب الكيميائية وقوانين الفيزياء...

وعلى المعلم أن يقدم أمثلة وتمارين ويطلب حل مشكلات متنوعة المصادر والسياقات تتضمن التعامل بالكسور العادية والعشرية.

أخطاء شائعة عند تعلم الكسور

من بين الأخطاء الشائعة عند التلاميذ:

(1) في عمليتي جمع وطرح الكسور العادية:-

الخطأ : $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} + \frac{\text{جـ}}{\text{د}} = \frac{\text{أ} + \text{جـ}}{\text{ب} + \text{د}}$ ×

وبالمثل $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} - \frac{\text{جـ}}{\text{د}} = \frac{\text{أ} - \text{جـ}}{\text{ب} - \text{د}}$ ×

ولمعالجة ذلك: تعطي أمثلة عددية ويطلب من التلميذ التحقق من صحة النتائج دائماً، فمثلاً...

إذا جمع التلميذ $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{1+1}{3+2} = \frac{2}{5}$ بالخطأ

فعليه أن يستخدم حِسَّه بالكسر.

فالمجموع هنا $\frac{2}{5}$ وهو أقل من $\frac{1}{2}$ ، بينما المجموع لا بد أن يكون أكبر من $\frac{1}{2}$ ،

كذلك $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = 0,5 + 0,3 = 0,8$ تقريباً

بينما $\frac{2}{5} = 0,4$ وهذا تناقض.

ويظهر الخطأ واضحاً في حالة الطرح $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$

إذا جاء الحل بالخطأ $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1-1}{3-2} = \frac{\text{صفر}}{?}$ وهذا واضح أنه خطأ

ملاحظة هامة

أعطِ التلاميذ فرصة ليعرف أن $\frac{\text{صفر}}{\text{أ}} =$ صفر عندما أ ≠ صفر ، $\frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$

غير مسموح بها (كمية غير معينة)، غير مسموح بأن يكون المقام صفراً مهماً كان البسط، وهو ما أشرنا إليه سابقاً.

(2) في حالة العمليات على الكسور العشرية

الخطأ يحدث عندما لا يضع التلاميذ العلامة العشرية بالصورة الصحيحة.

فمثلاً : 0,65 + 2,3

قد يحدث الخطأ بالجمع دون مراعاة موقع العلامة العشرية.

ولمعالجة ذلك يستكمل عدد الأرقام على يمين العلامة العشرية وتوضع الأرقام المتناظرة تحت بعضها رأسياً

$$\begin{array}{r} 2.30 \\ +\ 0.65 \\ \hline 2.95 \end{array}$$

وبالمثل في حالة الطرح.

وفي حالة ضرب الكسور العشرية

لمنع الخطأ يمكن التعبير عن الكسور العشرية بصورة كسور عادية مقاماتها 10، 100، 1000 ويتم الضرب في البسط والمقام ثم العودة الى الصورة العشرية... فمثلاً:

$0,135 \times 0,62$

$$\frac{8370}{100000} = \frac{135 \times 62}{1000 \times 100} = \frac{135}{1000} \times \frac{62}{100}$$

= 0.08370 (عدد المنازل العشرية 5)

وبالمثل في حالة عملية القسمة

$0,65 \div 0,8775$

لمنع الخطأ يمكن السير كالآتي:

$$\frac{100}{65} \times \frac{8775}{10000} = \frac{65}{100} \div \frac{8775}{10000}$$

$$\frac{100}{10000} \times \frac{8775}{65} =$$

$$1.35 = \frac{1}{100} \times 135 =$$

❖❖ وبطريقة أبسط نقسم $8775 \div 65 = 135$

ثم نحرك العلامة العشرية الى اليسار منزلتين بدء من خانة الوحدات ليصبح الناتج 1.35

الآلة الحاسبة

يشجع استخدام الآلات الحاسبة في حالة الضرب أو قسمة أعداد متعددة المنازل (أكثر من منزلتين)، وفي حالات الكسور العشرية.

الأسلوب العلمي في كتابة الأعداد والكسور العشرية:

تستخدم قوى 10 (أي $10^{ن}$) للتعبير عن الأعداد والكسور وهو ما يطلق عليه بالتعبير العلمي (Scientific Notation)

فمثلاً :

53 تكتب 5.3×10

532 تكتب 5.32×10^2

53214 تكتب $5,3214 \times 10^{4}$

...... وهكذا

في حالة الكسور العشرية وبعد معرفة التلاميذ للأعداد السالبة:-

0,2 تكتب $2,0 \times 10^{-1}$

0,25 تكتب 2.5×10^{-2}

0,0256 تكتب $2,56 \times 10^{-4}$

..... وهكذا

** مسميات بعض قوى عشرة:

10	10^{1}	دكا		$\frac{1}{10}$	10^{-1}	ديسي	0,1
1000	10^{3}	كيلو		$\frac{1}{100}$	10^{-2}	سنتي	0,01
1000000	10^{6}	ميجا			10^{-3}	مللي	0,001
1000000000	10^{9}	جيجا		$\frac{1}{1000}$	10^{-6}	ميكرو	0,000001
وهكذا	10^{12}	تيرا		$\frac{1}{1000000}$	10^{-9}	نانو	وهكذا
	10^{15}	بتا		وهكذا	10^{-15}	فمتو	

أضف إلى معلوماتك

كتلة الأرض 6×10^{24} كيلو جرام

كتلة الشمس 2×10^{30} كيلو جرام

كتلة القمر 7×10^{22} كيلو جرام

وزن الانسان (متوسط) 7×10 كيلو جرام

وزن الحصان 1×10^{3} كيلو جرام

وزن الضفدعة 1×10^{-1} كيلو جرام

وزن البعوضة 1×10^{-5} كيلو جرام

وزن البكتريا 1×10^{-15} كيلو جرام

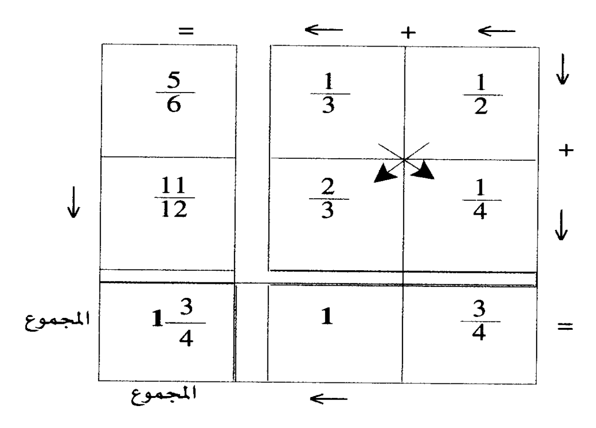
وزن ذرة الهيدروجين $1,67 \times 10^{-27}$ كيلو جرام

وزن الالكترون $9,11 \times 10^{-31}$ كيلو جرام

العب مع الكسور

مثال (١)

اجمع أفقياً ورأسياً $(\frac{1}{2}, \frac{1}{3})$ ، $(\frac{1}{4}, \frac{2}{3})$ ثم $(\frac{1}{2}, \frac{1}{4})$ ، $(\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$



المجموع		
$\frac{5}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{11}{12}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{4}$
$1\frac{3}{4}$	1	$\frac{3}{4}$

لاحظ أيضاً مجموع القطرين $(\frac{1}{2}, \frac{2}{3})$ ، $(\frac{1}{3}, \frac{1}{4})$ ثم المجموع الكلي

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{7}{6} , \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{7}{12}$$

$\frac{7}{6} + \frac{7}{12} = \frac{21}{12} = 1\frac{3}{4}$ نفس مجموع الأعمدة والصفوف

تدريب (١)

اجمع أفقياً ورأسياً وقطرياً وتحقق من صحة النتائج بجمع مجموعي القطرين.

(أ)

$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$

(ب)

$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{5}$

(جـ)

$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

(د)

$\frac{5}{4}$	$\frac{3}{2}$
$1\frac{3}{4}$	$1\frac{1}{2}$

مثال (2)

اطرح أفقياً ورأسياً ثم أوجد الفرق بين مجموعي القطرين.

$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$
$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{2}$

الحل:

=	← - ←	
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$
$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{4}$

باقي الطرح

باقي الطرح = ← -

$$\frac{19}{20}=\frac{3}{4}+\frac{1}{5}$$

$$\frac{3}{4}=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$$

$$\frac{15}{20}-\frac{19}{20}=\frac{3}{4}-\frac{19}{20}$$

$$\frac{1}{5}=\frac{4}{20}=$$

$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$
$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{2}$

$\frac{19}{20}$

$\frac{3}{4}$

$\frac{1}{5}$ = ←

تدريب (2) :

اطرح أفقياً ورأسياً وتحقق بالفرق بين مجموعي القطرين...

(أ)

$\frac{1}{2}$	1
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$

(ب)

$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$

(جـ)

$\frac{1}{4}$	$\frac{7}{8}$
$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{4}$

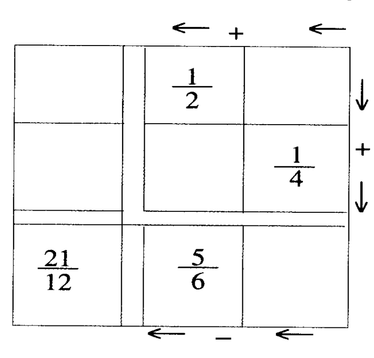
(د)

$\frac{1}{2}$	$\frac{13}{12}$
$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$

تدريب (3)

أكمل بحيث تحافظ على نمط الجمع ونمط الطرح...

$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$	
		$\frac{3}{4}$
	$\frac{3}{8}$	



$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{2}$
	$\frac{1}{8}$	
		$\frac{1}{6}$

	$\frac{3}{4}$	
$\frac{1}{2}$		$\frac{1}{2}$
1		

تدريس القياس

مفهوم القياس

القياس في جوهره هو عملية مقارنة كمية... مقارنة خاصة شيء ما بشيء له نفس الخاصية فمثلاً نقيس "طول" ما بطول شيء نأخذه معياراً أو وحدة لتعرف كم من هذه الوحدة تساوي طول الشيء الذي نقيسه. ونقيس وزن شيء ما بوزنة معينة.. ونقيس مساحة قطعة ارض بمسطح معين.. ونقيس زمن ما بقدر عدد الفترات التي يتحرك بها زمبرك او بندول أو عدد فترات نبض كهربي أو الكتروني.

وإذا كانت عملية العد مهدت الى ظهور الأعداد الطبيعية 1 , 2 , 3 ... فان حاجة الانسان الى القياس هو التي مهدت الى ظهور الكسور. ومن المعتقد أن الانسان بدأ يقيس الطول / المسافة في أول الامر بالاصبع والكف والشبر والذراع والقدم... وكانت هذه وحدات اصطلاحية. ولم تكن الوحدات الصحيحة كافية فجاءت أجزاء الوحدات الانجليزية: البوصة، القدم، الياردة، الميل... ثم الوحدات المترية: السم والديسمتر والمتر والكيلو متر... كما استخدم وحدات للكتلة (والوزن) والأوقية، الرطل ... الجرام، الكيلو غرام. هناك أيضاً وحدات الزمن: السنة، الشهر، الأسبوع، اليوم، الساعة، الدقيقة، الثانية.

وبعد ذلك استخدمت تركيبات لقياس غير مباشر لمفاهيم اخرى مثل المساحة والحجم والسرعة...

وفي تطور مفهوم القياس نلاحظ قضيتين هامتين هما:

(1) فكرة التجريد المترتبة على القياس: فعند قياس طول السبورة مثلاً، فاننا نهتم بخاصية مجردة لا علاقة لها بلون السبورة ولا المادة المصنوعة منها ولا حتى الطريقة المثبتة بها ولكننا نقارن هذه الخاصية (المسماة الطول) نقارنها بوحدة طول اتفق عليها فنقول أن طولها (250) سم وأن عرضها (وهو قياس طولي أيضاً) متراً واحداً... وهكذا في قياس الوزن أو غيره... تتحول عملية القياس الى ايجاد "كم" معين ينفصل فيه العدد عن الشيء المقاس... كما سبق ان انفصل العدد عن الشيء المعدود.

(2) لقد حاول الانسان أن يعتمد على وحدات قياسية "كاملة" او صحيحة ولكنه كان يواجه بأشياء اصغر أو اقل من هذه الوحدات، فابتكر وحدات أصغر: مما دعاه في النهاية الى ان يعترف بالكسور ليضيف الى الاعداد (الصحيحة) التي كانت كافية لعملية العد كما اسلفنا. ومن المهم لفت انتباه الطفل المتعلم الى الخاصية المطلوب قياسها وثبات قياس هذه الخاصية.

فمثلاً في حالة طول المسطرة: (كم وحدة طول صغيرة؟)

وهل يتغير طول المسطرة إذا كانت في وضع افقي او رأسي او مائل؟؟

وهل يتغير حجم لتر من الماء إذا كان في زجاجة

او في صفيحة كبيرة او في اناء اسطواني ضيق وطويل ... ؟

تدريس القياس

يعتبر تدريس القياس اساسياً، فالمفهوم ذاته له أهميته من حيث أنه أول خبرة يرى فيها الطفل العدد كخاصية يمكن ان تشترك (او تختلف) فيها اشياء بعيداً عن خواصها المادية والطبيعية المكونة لها كما أنه مهارة أساسية في الحياة العملية للصغار والكبار كذلك يعتبر القياس مجال ترابط بين الرياضيات وانشطة حياتية في الصناعة والتجارة والزراعة والتشيد والبناء... إضافة إلى أهمية القياس في الهندسة وحساب المثلثات. ويرى المجلس القومي لموجهي الرياضيات (NCSM).

من المهم ان يتعلم التلاميذ المفاهيم الاساسية للقياس من خلال خبرات محسوسة بقصد ان يتمكنوا من اكتساب مهارات قياس لايجاد المسافة، الكتلة (وأن أطلق عليها مجازاً الوزن)، الزمن، درجة الحرارة. ثم مهارات قياس طول قطعة مستقيمة ومحيط مضلع، وقياس زاوية. المهارة التالية هي أن يرسم التلاميذ قطعة مستقيمة وزوايا بقياسات معينة مستخدمين ادوات القياس المناسبة. ينتقلون بعد ذلك الى قياس المساحة والحجم. يكون ذلك بتعريفهم بادوات القياس التي تستخدم في القياسات البسيطة المباشرة مثل المسطرة للقطعة المستقيمة، والمنقلة لقياس الزاوية، والميزان للوزن والترمومتر (المحرار) لقياس درجة الحرارة، والساعة لقياس الزمن، ويتفهمون وحدات القياس في كل حالة. بعد ذلك يتحولون الى القياسات المتعددة الابعاد مثل المساحة والحجم، والقياسات الغير المباشرة مثل السرعة. وتكون البداية بطرق مبسطة لادراك المفاهيم والربط بين الشيء المقاس وأدوات القياس ووحدة القياس سواء اكانت مقننة أو غير مقننة.

مراحل تدريس القياس

يمكن تدريس مفهوم القياس ومهارات القياس منذ المراحل المبكرة للطفل في مراحل كالتالي:

(أ) القياس المقارن المباشر: وذلك لمجرد التعرف على أي من الشيئين له خاصية (قابلة

للقياس) أكبر او اقل من الآخر. مثلاً تلميذان يقفان بجوار بعضهما للتعرف على من هو الأطول ومن الأقصر. كتابان (او تفاحتان) يوضعان على كفتي ميزان للتعرف على أيهما اثقل (اكثر وزناً) (علبة مملؤة بالعصير يوضع كل ما بها في علبة اخرى، لمقارنة سعتي العلبتين. إذا كان العصير يملا الثانية تماماً، فالسعتان متساويتان، وإذا امتلأت العلبة الثانية وبقي جزء من العصير، فسعة الأولى اكبر من سعة الثانية، وإذا بعد صب كل العصير ظل هناك فراغ في العلبة الثانية، فسعة الأولى أقل من سعة الثانية... وهكذا.

ويشمل هذا النوع من القياس مهارة ترتيب مجموعة من الاشياء في الطول او المساحة او الوزن او السعة... بحسب طبيعة هذه الأشياء.

(2) القياس المقارن غير المباشر:في عملية المقارنة يتم قياس مستقل لكل من الشيئين المطلوب المقارنة بينهما. فعند المقارنة في الطول مثلاً يمكن استخدام خيط نحدد عليه علامة تدل على طول الشيء الأول ثم نستخدم نفس الخيط مع الشيء الثاني... وكما هو الحال في القياس المباشر (عن طريق مقارنة الشيئين) لا نعرف عدداً معيناً يدل على قياس أي من الأشياء التي تقارن بينها.

ويطلق البعض على النوعين السابقين للقياس (المقارن) بأنه قياس متصل.

(3) القياس المنفصل / غير المتصل (Discrete): ويقصد بذلك تقسيم خاصية الشيء المقاس إلى عدد من الوحدات المتساوية بالنسبة للخاصية المقاسة، وتكون عملية القياس هي إيجاد عدد الوحدات المساوية لهذه الخاصية، وذلك من خلال تكرار تطبيقها. فمثلاً لقياس طول عصا معينة بالشبر، نعد الأشبار التي تغطي طول هذه العصا. وفي حالة قياس سعة وعاء معين، نستخدم كوباً صغيراً مملوءة بالماء ثم نفرغه في الوعاء ونكرر ذلك عدة مرات حتى يمتلىء الوعاء فنعرف سعة الوعاء بدلالة عدد مرات سعة الكوب التي امتلأ بها الوعاء وقد يكون العدد صحيحاً او عدداً صحيحاً وكسراً.

في البداية لا يهمنا الوحدة المستخدمة... وهنا يمكن استخدام وحدات غير مقننة يدركها الطفل ويكون لها معنى حسياً عند أطفال الفصل، في هذا الصدد نشجع تعريف التلاميذ في المرحلة الابتدائية بالوحدات المستخدمة شعبياً في القياس في المجالات المختلفة مثل قياس الأراضي ومكاييل المحاصيل والوحدات المستخدمة في ورش النجارة والحدادة وحياكة الملابس وغيرها من أنشطة البيئة التي يعيشها الطفل.

(4) القياس المقنن / المعياري: يوجه انتباه التلاميذ أنه عند قياس طول الفصل بوحدات غير مقننة. ومن خلال أنشطة ملموسة، مثل عدد خطوات (أو عدد أقدام) أو المقارنة بعدد مرات استخدام عصا معينة أو حزام البنطال... فإنه لا يمكن الحصول على قياس ثابت ومحدد تماماً. ومن هنا تنشأ الحاجة الى وحدات مقننة لا يتغير فيها القياس مهما كان الشخص الذي يقوم بالقياس. الوحدة المقننة في القياس مثل السنتيمتر وعائلته والبوصة وعائلتها في الطول، والغرام... والكيلو غرام في الوزن، ودرجات السلسياس (المئوية) والفهرنهيتية والكلفانية في درجات الحرارة، والساعة واليوم والشهر و .... في الزمن... كل هذه وحدات مقننة عالمية معروفة وشائعة وتستخدم في كل مكان... وكذلك الحال في وحدات المساحة والحجم والسعة....، ثم السرعة والكثافة... وما إلى ذلك من خصائص يتعرض التلميذ لها في دراسته المتتابعة.

وهنا نود الإشارة الى الآتي:-

1 - يمكن أن يقيس التلميذ طول شيء ما بالسنتيمترات، ثم يقيسه بالأمتار دون ضرورة للتعرف على العلاقة بين القياسين، رغم أنه يستخدم وحدتين لنفس الطول.

2 - شرح وتوضيح العلاقة بين وحدات القياس الكبيرة والصغيرة في نفس النظام والتي تقيس نفس الخاصية (مثل وحدات الطول ملليمتر، سم، ديسيمتر، متر، كيلو متر في النظام المتري)

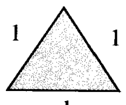
3 - ملاحظة أن بعض قوانين القياس ترتبط بالوحدة المستخدمة فعلى سبيل المثال:-

إذا كانت وحدة القياس هي السنتيمتر المربع أي المنطقة المربعة التي طول ضلعها 1 سم تكون:

1 1 1 1

مساحة المستطيل تساوي الطول x العرض (بالوحدة المربعة)...

ولكن إذا كانت وحدة القياس هي السنتيمتر المثلث اي المنطقة التي يحيط بها مثلث متساوي الأضلاع طول ضلعه 1 سم فإن :



مساحة المستطيل = الطول x العرض x $\frac{4}{\sqrt{3}}$ (بالوحدة المثلثة)

ولا يعني ذلك اختلاف في مساحة المنطقة التي تغطي المستطيل.

ومن ناحية أخرى فإن العلاقات المقارنة بين الأشياء المقاسة لا تتغير بتغير وحدات القياس (Conservation) او بتغير وصفها او موقعها او إزاحتها أو دورانها.. فمثلاً نظرية

فيثاغورس تظل صحيحة وقائمة مهما كانت الوحدات التي تقاس بها مساحات المربعات المنشأة على أضلاع المثلث القائم الزاوية. وكذلك فإن مساحة المثلث تساوي نصف مساحة متوازي الأضلاع المشترك معه في الارتفاع والقاعدة تظل ثابتة مهما كانت وحدات قياس المساحة... بالسنتيمتر المربع أو السنتيمتر المثلث... أو حتى بالكف او البلاطة او أية وحدة مقننة أو غير مقننة لقياس المساحة.

وحدات قياس الزمن

تتنوع هذه الوحدات، مثل:

- وحدات صغيرة لأداء مهام في فترات زمنية قصيرة أثناء النهار مثلاً: ثانية، دقيقة، ساعة. ولعلنا سمعنا عن الفترة الزمنية المتناهية في الصغر والتي أمكن قياس بعض التفاعلات الكيميائية فيها وهي الفيمتوثانية = (10^{-15} من الثانية)
- وحدات صغيرة أكبر من أن تقاس بالساعة: اليوم، الأسبوع، الشهر، السنة.
- وحدات كبيرة فلكية مثل السنة الضوئية والتي تقاس بها المسافات بين الكواكب والأفلاك.
- الأشهر القمرية هي: محرم، صفر، ربيع أول، ربيع ثاني، جماد الأولى ، جماد الأخرى، رجب، شعبان، رمضان، شوال، ذو القعدة، ذو الحجة. والسنة القمرية 12 شهراً حيث الشهر 29 أو 30 يوماً.

ومن أشكال القمر طوال الشهر القمري: الهلال والبدر، حيث يسمي في أول الشهر هلالاً ثم يصبح في منتصف الشهر بدراً ويعود آخر الشهر هلالاً، ويمكن تعريف الشهر القمري بأنه الفترة الزمنية بين بدرين متتاليين.

- الأشهر الشمسية هي: كانون الثاني (يناير)، شباط (فبراير)، آذار (مارس)، نيسان (ابريل، آيار (مايو) حزيران (يونيو) ، تموز (يوليو)، آب (أغسطس)، أيلول (سبتمبر)، تشرين الأول (اكتوبر)، تشرين الثاني (نوفمبر)، كانون الأول (ديسمبر) وهو الشهر الثاني عشر في السنة الشمسية.

والسنة الشمسية 12 شهراً وكل شهر 30 يوماً أو 13 يوماً ما عدا شهر شباط فهو 28 يوماً فيما عدا إذا كانت السنة كبيسة حيث يكون شباط 29 يوماً وتصبح عدد أيام السنة 366 يوماً.

ويكون شباط 29 يوماً إذا كان رقم السنة يقبل القسمة على 4 فيما عدا السنوات القرنية مثل عام 2000 يظل شهر شباط 28 يوماً.

إطار (22) **التقويم القمري***

فيما عدا التقويم المصري القديم، كانت التقاويم قبل الإسلام قمرية. المعروف ان الشهر القمري (29 يوم ، 12 ساعة، 44 دقيقة، 2,87 ثانية) أي ما يعادل 29,53059 يوماً. والسنة الشمسية تحتوي 12,36827 شهراً قمرياً. ولقد حاول المشتغلون بالتقويم في ممالك مختلفة استنباط وسائل حسابية مختلفة من شأنها أن تقع الشهور القمرية في مواضع موسمية ثابتة على ممر السنين حتى يمكن أن يعتمد عليها الفلاحون في معرفة المواسم الزراعية. ومن أجل ذلك كان اليونانيون القدماء "يكسبون" السنة (يجعلونها كبيسة) بشهر زائد عند اللزوم، وفي بابل بتكرار الشهر الأخير، وأحياناً بالشهر السادس وفي بعض الأحوال بشهور أخرى. ومن الثابت أن العرب قبل الإسلام كانوا ينسئون (يؤخرون) الشهور، إلا أن طريقتهم في هذا الأمر كانت مجهولة. وكان القتال محرماً عندهم الأربعة شهور في ذلك الحين. وقد روي ان أحد القلامسة رأى قاتل أبيه في موسم الحج وأراد ان يثأر له فقيل له أن هذا (ممنوع) في الشهر الحرام فقال "ننسئه" ولا غرابة في أن الإسلام نهى عن هذا النظام وحرم النسيء.

ومن أهم الظواهر الفلكية الملازمة للتقويم القمري إثبات مولد الهلال لتحديد الشهر "العربي" فالقمر طوال الشهر يبتعد عن الشمس شيئاً فشيئاً الى ناحية الشرق... حتى يصير بدراً وحينئذ يغرب حوالي الفجر... في النصف الثاني من الشهر (القمري) يصبح غروب القمر أثناء النهار ويتأخر بالتدريج الى ساعات الضحى ثم الظهر، وهكذا حتى يكون قد أتم دورة كاملة ويصبح واقعاً بين الأرض والشمس حيث يكون نصفه المواجه للشمس مضيئاً ونصفه المواجه للأرض مظلماً وهذا ما يسمى بالاجتماع الذي بعده مباشرة يبدأ القمر في الابتعاد عن الشمس ويبدأ النصف المواجه للأرض في الاستضاءة في شكل جزء هلالي صغير يكبر تدريجياً.

* المصدر: مجلة الرياضيات، وزارة التربية والتعليم، توجيه الرياضيات، القاهرة، ديسمبر 1988.

التقدير التقريبي في القياس

يستحوذ "التقدير التقريبي" المزيد من الاهتمام في المناهج المعاصرة، ذلك ان الكثير من الأنشطة الرياضية والعلمية يصعب فيها الدقة المتناهية في نتائجها. مساحات المناطق الصحراوية ودرجات الحرارة وعدد السكان في الدولة وسرعة الغزال أو الأرانب واحتمال وقوع حدث ما، كمية الأسمنت اللازمة لبناء معين... كل هذه أمثلة يستخدم فيها التقريب مراراً وتكراراً.

في عمليات القياس وأنشطته كثيراً ما يكون التقريب هو الحل الأمثل. ذلك أن القيم المضبوطة لا يمكن الحصول عليها بسبب غياب بعض القيم أو تغيرها أو محدودية الأشياء المقاسة أو عدم دقة أدوات القياس ووجود هوامش للخطأ.

ويمكن تدريس التقدير التقريبي في القياس من خلال أنشطة مثل:

(1) مقارنة الشيء المراد قياسه بمرجع معين معروف قياسه.

(2) عمل تقدير ثم قياس دقيق والمقارنة بين النتيجتين ومعاودة التقدير والقياس.

(3) تقدير قياس شيء معين في حدود مدى معين.

ومن أمثلة ذلك:

- تقدير طول قطعة مستقيمة مرسومة على بطاقة ثم تدقيق القياس بمسطرة مدرجة.
- رسم بعض قطع مستقيمة بأطوال معينة باستخدام حافة مستقيمة غير مدرجة ثم قياسها بمسطرة مدرجة.
- تقدير مساحة كف اليد ثم وضع كفة اليد على ورقة مربعات مقسمة الى سنتيمترات مربعة.
- تقدير حجم صندوق ثم ملئه بمكعبات $1 \times 1 \times 1$.
- ترتيب مجموعة من الأوعية بحسب تقدير تقريبي لسعة كل منها.
- ترتيب مجموعة من الأشياء بحسب ثقلها، بعد مقارنة كل اثنين بوضعها في اليدين والإحساس بثقلهما المقارن.
- تقدير زمن حل مسألة معينة ومقارنة ذلك مع بعض الزملاء من التلاميذ.

إحدى الطرق لإيجاد وتقدير تقريبي للعدد ط (π) التجربة التالية:-

❖ ارسم دائرة داخل مربع، بحيث تكون أضلاع المربع مماسات للدائرة.

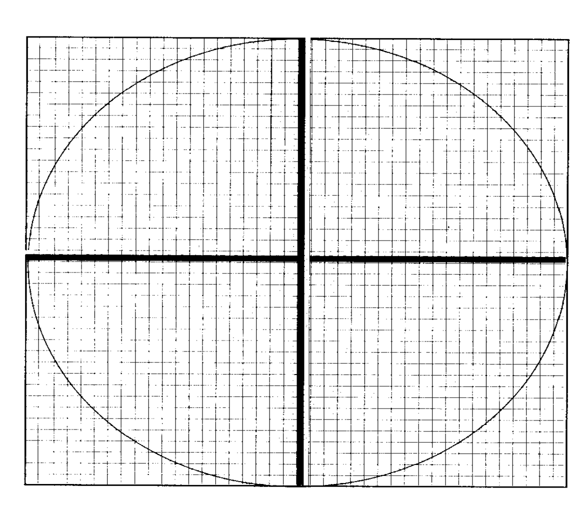
- ❖ إملأ الدائرة بالنقاط أو البقع.
- ❖ عدّ عدد البقع داخل الدائرة واضعاً في الاعتبار الأجزاء الكسرية منها.
- ❖ عدّ عدد البقع داخل أحد المربعات الصغيرة، التي ينقسم إليها المربع المرسوم خارج الدائرة.
- ❖ اقسم عدد البقع داخل الدائرة على عدد البقع داخل المربع الصغير نجدها تقترب من 3,14 أو 3 1/7 .
- ❖ إذا اعتبرنا عدد البقع داخل الدائرة يساوي مساحتها (تقريباً) وليكن م وعدد البقع داخل المربع الصغير يساوي مساحته.

ومع ملاحظة أن مساحة المربع الصغير = نق x نق= مربع نصف قطر الدائرة نجد أن:

م ≈ $3\frac{1}{7}$ نق^2

= ط نق^2

ومعنى ذلك أن ط ≈ $3\frac{1}{7}$ تقريباً أو العدد الذي حصلت عليه القريب من $3\frac{1}{7}$.

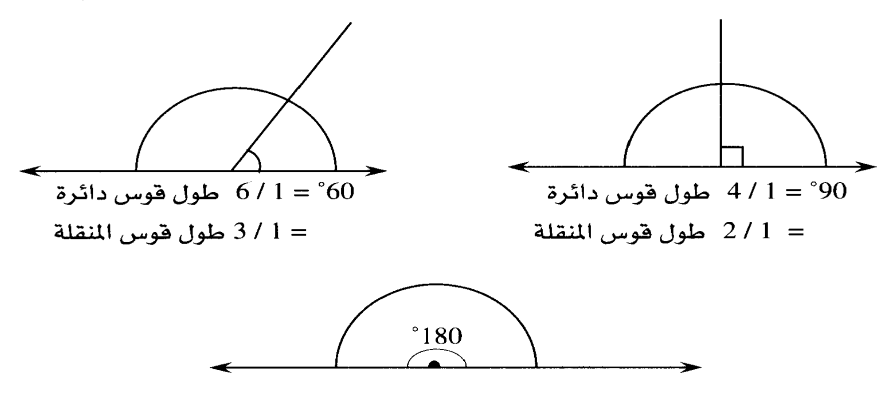


التقدير التقريبي لقياس الزاوية

لا شك أن قياس الزاوية أصعب عند الكثير من التلاميذ من قياس طول قطعة مستقيمة. أن استخدام المنقلة ذاته يحتاج إلى توجيه جيد من المعلم كما وأنه يجب على المعلم أن يدرب تلاميذه على قياس زوايا في أوضاع مختلفة وبعد شرح وتمثيل كاف لكيفية استخدام المنقلة، ويمكن توضيح ذلك بإحدى برمجيات الحاسوب التي تبين الحركة أثناء القياس.

كذلك فإن تقدير قياس الزاوية أصعب من تقدير طول قطعة مستقيمة بل أصعب من تقدير مسافة منطقة معينة أو حجم مجسم معين.

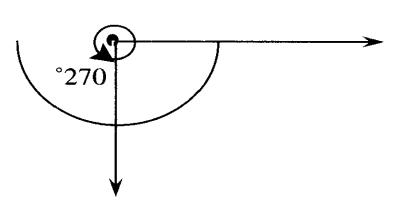
إن الشكل الدائري للمنقلة يجعل قياس الزوايا هو في حقيقة الأمر قياس أقواس في دائرة مقسمة الى 360 قوساً متساوية والذي نقرنه بـ °360 . الدرجة الواحدة كوحدة قياس هي في الحقيقة نسبة أو كسر (360/1) من طول قوس دائرة، وهذا ما ينبغي توضيحه قبل تقديم المنقلة وكيفية استخدامها. ويفضل رسم زوايا ذات قياسات تمثل زوايا قوائم (°90) .

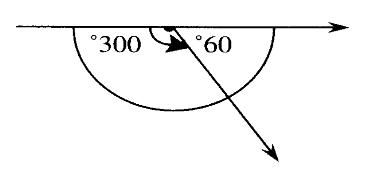


°180 = 2/1 طول قوس الدائرة

= طول قوس المنقلة

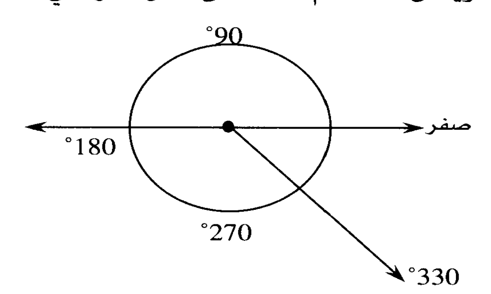
يساعد ذلك في تقدير تقريبي لقياسات الزوايا المختلفة. بعد ذلك يقدم قياسات زوايا منعكسة:

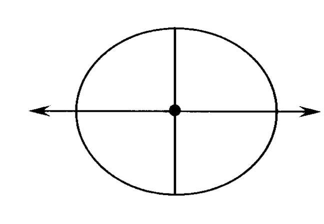




°270 = 3 / 4 طول قوس الدائرة

ويمكن استخدام منقلة على شكل دائرة في حالات الزوايا المنعكسة.





ويمكن استخدام دائرة وسؤال التلاميذ عن الربع الذي يقع فيه زوايا ذات قياسات مختلفة كبداية للتقدير التقريبي لقياس الزاوية.

تدريس الهندسة

هناك أهمية لأن يتعرف التلميذ المفاهيم الأساسية في الهندسة وأهمها:

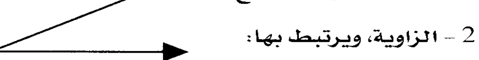
مفاهيم اساسية:

1- الخط، ويرتبط به:



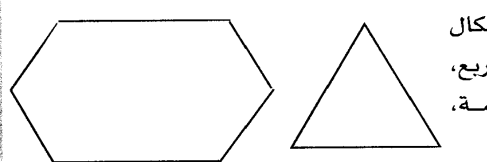
الخط المنحنى، الخط المنكسر، خط مستقيم، قطعة مستقيمة، قياس الطول، وحدة الطول، المسافة، انواع المستقيمات: مائل، رأسي، أفقي، تعامد، توازي، تقاطع...، نقطة المنتصف، محيط مضلع...

2 - الزاوية، ويرتبط بها:



أنواع الزوايا، قياس الزاوية، وحدة القياس، المنقلة، زوايا متناظرة، زوايا متجاورة - زوايا داخلة، زوايا خارجة، زوايا متبادلة، زاويتان متتامتان، زاويتان متكاملتان...

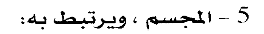
3 - المضلع، ويرتبط به:



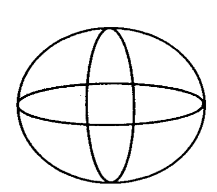
المثلث وأنواعه وشروط تطابقاته، الأشكال الرباعية: متوازي الأضلاع، المستطيل، المربع، المعين، شبه المنحرف، المضلعات المنتظمة، المحيط، الزوايا الداخلة والخارجة...

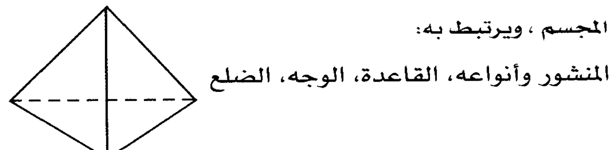
4 - الدائرة، ويرتبط بها:

المركز، نصف القطر، القطر، القوس الزاوية المركزية،... العدد ط



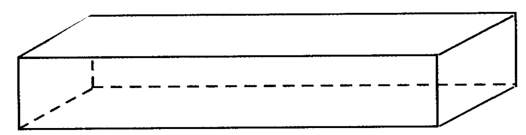
5 - المجسم ، ويرتبط به:





المنشور وأنواعه، القاعدة، الوجه، الضلع

متوازي المستطيلات: القاعدة، الأوجه، الطول، العرض، الارتفاع...



المخروط: الرأس، القاعدة الدائرة، السطح الكرة: المركز، السطح، نصف القطر.

أساليب تدريسية

- المشاهدة داخل وخارج الفصل لأشكال في المستوى وفي الفضاء (ثلاثية البعد)
- استخدام نماذج محسوسة واختيار أشياء مناسبة من البيئة تمثل بعض الأشكال الهندسية.
- استخدام لوحات ومصورات.
- عرض طريقة الرسم. يدوياً وبوسائط متعددة على شاشات الحاسوب.
- إنشاءات هندسية وتحديد الأدوات اللازمة وطرق استخدامها بطرق صحيحة.
- تركيب أشكال مستوية لتكوين مجسم.

- تفكيك شكل مجسم ووضع أجزائه في شكل مستو.
- المناقشة والحوار بدءاً من الاستقراء ثم التعميم المحتمل ويليه التحقق العملي ثم البرهان النظري والتفكير الاستنباطي.
- إعطاء تطبيقات تبرز جوانب الأنشطة الحياتية والفيزيائية التي تستخدم فيها الهندسة.

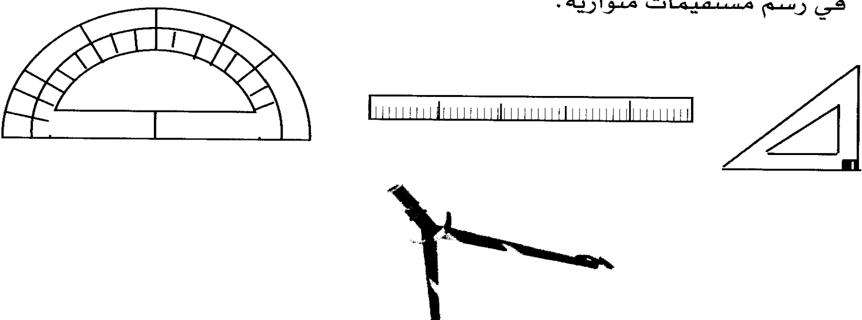
إنشاءات هندسية

الإنشاء الهندسي (Construction) : هو رسم شكل يحقق خاصية معينة وباستخدام أدوات هندسية معينة. هذا الإنشاء أقرب إلى الهندسة التجريبية.

وعملية إنشاء شكل هندسي تحت شروط معينة هي في جوهرها عملية حل مشكلة، تتطلب برمجة الخطوات وادراك مسبق لخواص الشكل المطلوب إنشائه، وكل هذا بدوره ينمي مهارات حل المشكلات ويتضمن نوعاً من الإبداع ويمكن أن ينمي قدرات ابتكارية.

الأدوات الهندسية الأساسية:

1 - الحافة المستقيمة: لرسم خطوط مستقيمة وقطع مستقيمة دون تحديد للطول.
2 - الفرجار : لرسم أقواس ودوائر.
3 - المسطرة المدرجة: لرسم خطوط، قطع مستقيمة بطول معين، لقياس أطوال قطع مستقيمة.
4 - المنقلة: لقياس زوايا.
5 - المثلث القائم الزاوية: لرسم زوايا قائمة، ويستخدم كأداة مساعدة مع الحافة المستقيمة في رسم مستقيمات متوازية.



أمثلة لإنشاءات هندسية:

1 - تنصيف قطعة مستقيمة معينة:

الشروط : عدم القياس

الأدوات المستخدمة: الحافة المستقيمة، الفرجار

العمل:

لتكن أ ب القطعة المستقيمة المعلومة والمطلوب تنصيفها.

- نركز بالفرجار عند أ

- بفتحة مناسبة (أطول تقريباً من نصف القطعة المستقيمة)

نرسم قوساً أعلا القطعة المستقيمة وآخر بنفس الفتحة أسفل القطعة المستقيمة.

- بنفس الفتحة نركز عند ب ونرسم قوساً أعلى القطعة المستقيمة وقوساً آخر بأسفلها.

- نصل نقطة تقاطع القوسين العلويين بنقطة تقاطع القوسين السفليين فيكون الناتج: قطعة مستقيمة تمر بمنتصف أ ب وبذلك تتحدد نقطة المنتصف ولتكن و .

- ويمكن البرهنة على أن أ و = و ب بعد دراسة المزيد من الخواص الهندسية.

2 - تنصيف زاوية معينة:

الشروط: بدون قياس، استخدام الحافة المستقيمة والفرجار فقط.

لتكن أ و ب زاوية ما حوار ممكن: أين سيقع منتصف الزاوية؟

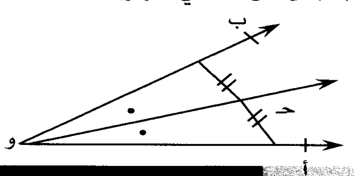
- شعاع رأسه هو نقطة و (رأس الزاوية) ويقع داخل الزاوية

- ما معنى منتصف الزاوية؟

- نقاش يصل إلى أن:

كل نقطة عليه تكون متساوية البعد عن ضلعي الزاوية (و أ ، و ب)

- إذا كانت نقطة جـ على المنصف فماذا سيكون علاقة جـ بكل من ضلعي الزاوية؟



- جـ تبعد عن و أ بنفس بعدها عن و ب

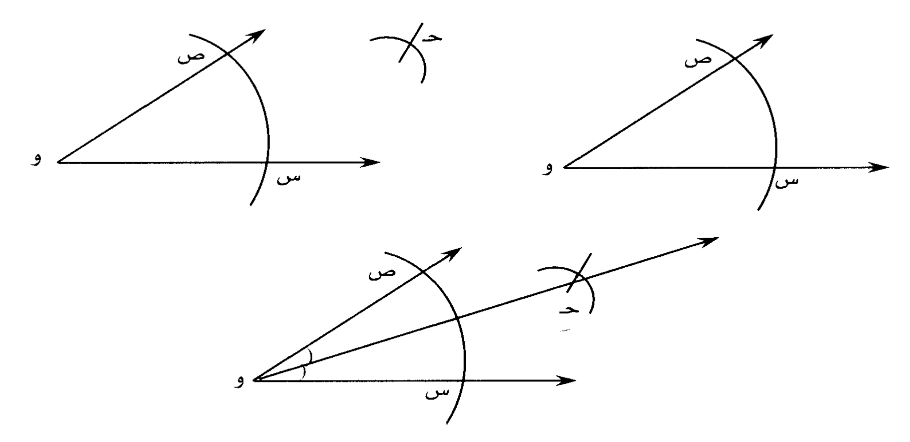
- ماذا يعني بعد نقطة جـ عن و أ مثلاً

- بُعد جـ عن و أ هو طول العمود من جـ على و أ

- هل من فكرة لإنشاء المنصف؟
- نقاش مستفيض... دعنا نحصل على مثلثين متطابقين بينهما ضلع مشترك تقع عليه نقطة جـ

الخلاصة:

- نركز بالفرجار عند نقطة (و) ثم نرسم - بفتحة مناسبة - قوساً يقطع و أ ، و ب في نقطتين س ، ص (و س = و س)



- نركز في س ونرسم قوساً وبنفس الفتحة نرحر ... طع القوسان في جـ.
- نصل و جـ فيكون و جـ هو المنصف المطلوب.
- في مرحلة تالية يمكن البرهنة - منطقياً - على تطابق المثلثين جـ س و ، جـ ص و مما ينتج عنه أن الزاويتين جـ و س ، جـ و ص متطابقتان.

3 - ارسم زاوية قياسها 120° بدون استخدام المنقلة:

طريقة التفكير: 120° مكملة لزاوية قياسها 60°

60° هو قياس كل من زوايا مثلث متساوي الاضلاع

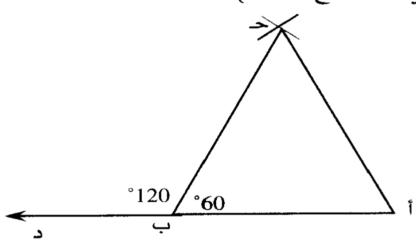
لذلك:

- نرسم مثلثاً متساوي الأضلاع (بعض النظر عن طول كل من أضلاعه).

- نمد أ ب ليصبح شعاعاً أ ب

قياس زاوية جـ ب د = 180° - 60° = 120°

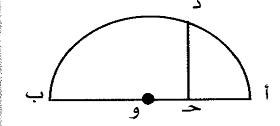
(لاحظ أن قياس كل زاوية في المثلث المتساوي الأضلاع = 60°)



برمجيات الهندسة الديناميكية:

توجد برمجيات تحت مسمى الهندسة الديناميكية (Dynamic Geometry) تمكنك من القيام بالعديد بالانشاءات الهندسية على شاشة الحاسوب. وهناك مواقع متعددة على الانترنت ترشدك الى كيفية الاستفادة من هذه البرمجيات وطرق استخدامها ليس فقط في الانشاءات بل في التحويلات الهندسية.

مثال: استخدم برمجية هندسية او انشاءات هندسية لايجاد $\sqrt{12}$.



العمل:

- ارسم أ ب طوله 7 سم خذ نقطة جـ بحيث

أ جـ = 3 سم، ب جـ = 4 سم

- أوجد نقطة منتصف أ ب ولتكن و

- ارسم نصف دائرة مركزها و ونصف قطرها 3 1/2 (نصف أ جـ)

- أقم عموداً من جـ على أ ب يلاقي محيط الدائرة في د فيكون جـ د = 12

- من تشابه المثلثين أ د جـ ، ب د جـ ينتج أن (جـ د)2 = أ جـ x جـ ب = 3 x 4 = 12

اذن: جـ د = $\sqrt{12}$

تدريس الدائرة

أهداف تدريس الدائرة:

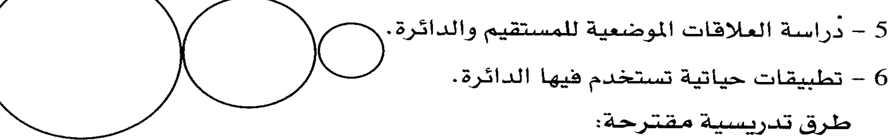
أن يكتسب التلميذ الآتي:

1 - مفهوم الدائرة والتمييز بينها وبين أشكال هندسية أخرى.

2 - كيفية رسم الدائرة وتنمية مهارات استخدام الفرجار

3 - تعريف الدائرة والمفاهيم المرتبطة بها.

4 - معرفة وتطبيق قوانين ايجاد المحيط والمساحة.



5 - دراسة العلاقات الموضعية للمستقيم والدائرة.

6 - تطبيقات حياتية تستخدم فيها الدائرة.

طرق تدريسية مقترحة:

1) مشاهدة دوائر في مجالات الفن والمعمار والطبيعة وتصميمات الملابس والصناعة وأحواض الزينة والحدائق وأوجه بعض المجسمات.

2) تنمية فهم حدسي لمعنى الدائرة كمسار نقطة متحركة

3) إجراء تجارب عملية لاستنتاج العلاقة بين المحيط والقطر ولإيجاد العلاقة بين المساحة ونصف القطر.

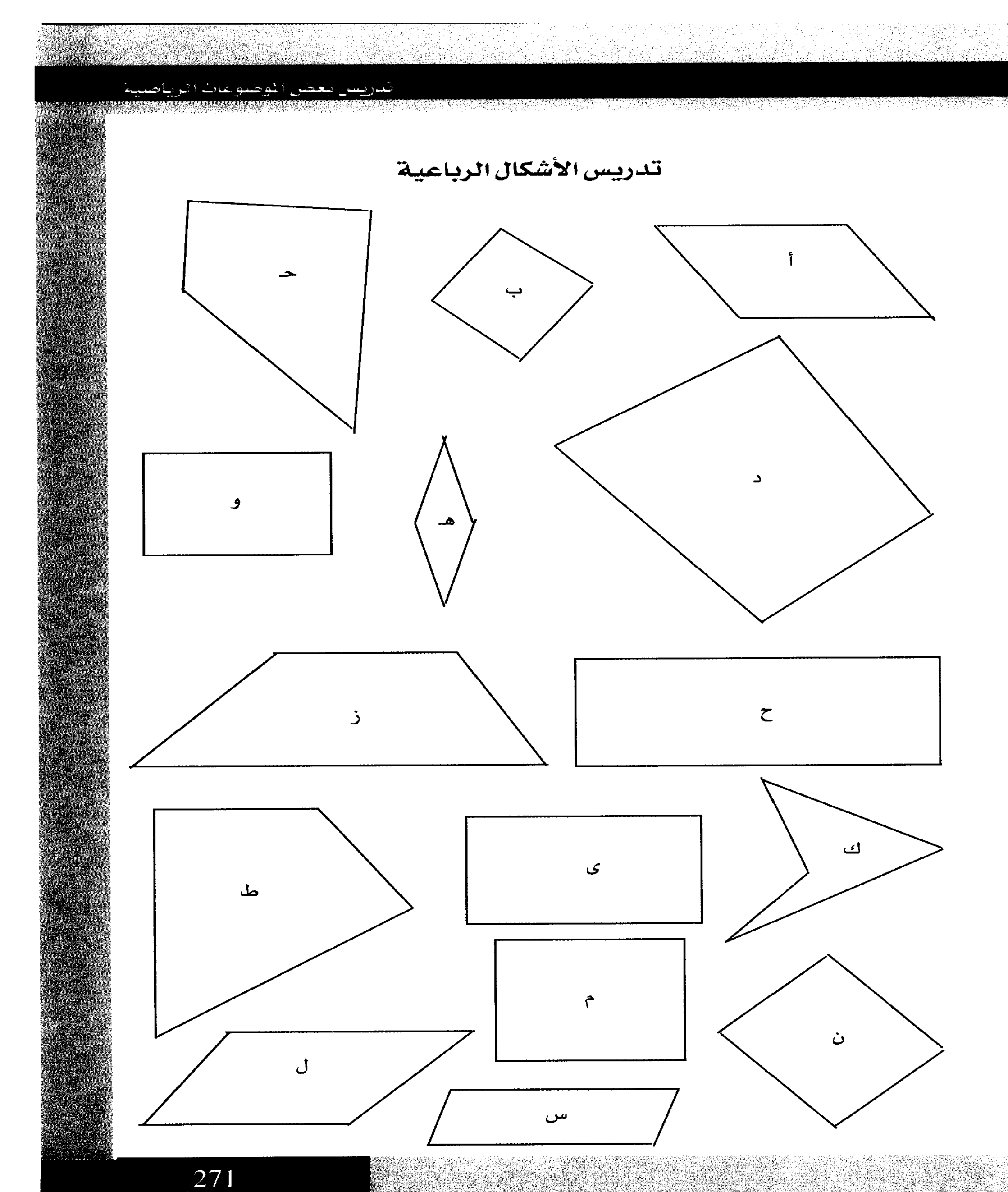
4) القيام بانشاءات وتصميمات تتضمن دوائر.

5) استخدام خيط في رسم دائرة في وسط ملعب كرة.

6) استخدام برمجية هندسة ديناميكية (في حالة توفرها) للتعرف على رسم الدوائر وعلى بعض خواصها في حالات يتبين فيها: وتر، مستقيم قاطع، مماس، مماسان من نقطة خارج دائرة، دوائر متحدة المركز، دائرتان متقاطعتان، دائرتان متماسان من الداخل، دائرتان متماسان من الخارج.

7) مشاهدة ورسم دوائر تمثل: قاعدة مخروط، قاعدة اسطوانية، مقطع مخروط، مقطع اسطوانة وكيفية رسمها او تمثيلها.

تدريس الأشكال الرباعية



يعرض المعلم الأشكال السابقة على شفافية أو شاشة مكبرة لحاسوب أو Power Point ثم يوزع أوراقاً على التلاميذ ليملأها التلاميذ فرادى بعد قراءة التعليمات بأنفسهم ثم توضيح المطلوب منهم:

- أمامكم مجموعة من الأشكال الرباعية (هل يعرِّف لي أحدكم شفوياً معنى الشكل الرباعي؟) ثم يسأل تلميذاً
- حسناً سَمِّ الأشكال الرباعية التي تعرفها (نقاش....)

المطلوب من كل منكم:

أولاً : أذكر الحروف الدالة على الأشكال الرباعية التي لها الخواص التالية:

1) كل الأضلاع متطابقة......
2) ضلعان فقط متوازيان........
3) يوجد بالشكل أكثر من زاوية قائمة........
4) القطران متطابقان.....
5) كل ضلعين متقابلين متوازيان.........
6) القطران ينصف كل منهما الآخر........
7) كل ضلعين متقابلين متساويان........
8) القطران متعامدان.........
9) قياس كل زاويتين متقابلتين متساويتان......
10) أطوال الأضلاع المتجاورة متساوية.....

ثانياً : اكتب الحروف الدالة على الأشكال التالية:

1) المربعات.......
2) متوازيات الأضلاع........
3) المستطيلات ....
4) أشباه المنحرف.........
5) المعينات............
6) الأشكال التي ليست متوازيات اضلاع......

ثالثاً : اكتب كل الخواص التي تتوفر في كل من الأشكال التالية:

1 - المربع

2 - المستطيل

3 - المعين

4 - متوازي الأضلاع

5 - شبه المنحرف

رابعاً : أكمل التعريف في كل من الآتي:

1) متوازي الأضلاع: شكل رباعي فيه ....

2) المستطيل: متوازي أضلاع فيه ....

3) المربع: متوازي أضلاع فيه ....

4) المعين: متوازي أضلاع فيه ....

5) شبه المنحرف : شكل رباعي فيه ....

(ناقش التعاريف التي يضعها التلاميذ ثم اشرح لهم المقصود بالتعريف وصحح لهم ما كتبوه إذا لزم الأمر، موضحاً أن التعريف يتطلب أقل عدد من الخواص تلزم وتكفي لتحديد الشكل)

خامساً : ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة وعلامة (x) على العبارة الخطأ

1) كل مربع مستطيل

2) كل مستطيل مربع

3) كل شبه منحرف متوازي أضلاع

4) بعض المستطيلات مربعات

5) بعض المستطيلات معينات

6) كل المربعات معينات

7) بعض المعينات مربعات

8) قطرا المعين متعامدان

9) قطرا المعين متطابقان

10) المعين متوازي أضلاع

سادساً : استخدم الحافة المستقيمة والفرجار فقط في رسم مربع.

سابعاً : اكتب كيف ترسم معيناً باستخدام الحافة المستقيمة والفرجار فقط **(مثلاً : نبدأ برسم مثلث متساوي الأضلاع).**

ملاحظة للمعلم: يمكن أن ينقسم التلاميذ إلى مجموعات صغيرة للإجابة عن السؤالين سادساً وسابعاً.

إرشاد لأجوبة الأسئلة : (مع مراعاة أن يكون الرسم دقيقاً)

أولاً : (1) ب ، هـ ، ن ، م

(2) حـ ، ل

(3) ن ، د ، حـ ، و ، ح ، ي ، ن ، م

(4) ن ، و ، ح ، ي ، ن ، م ، س

(5) أ ، هـ ، و ، ب ، ح ، ي ، ن ، م ، س

(6) أ ، ب ، هـ ، و ، ح ، ي ، ل ، م ، س

(7) أ ، ب ، هـ ، و ، ح ، ي ، ن ، م ، س

(8) ب ، هـ ، ن ، م

(9) أ ، ب ، هـ ، و ، ح ، ن ، م ، س

(10) ب ، هـ ، ن ، م

ثانياً: (1) ب ، ن ، م

(2) م ، ب ، هـ ، و ، ح ، ي ، ن ، م ، س

(3) و ، ح ، ي

(4) حـ ، ز

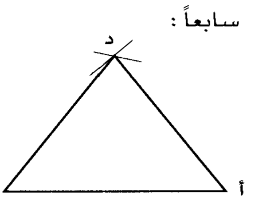
(5) ب ، هـ ، ن ، م

(6) حـ ، ز ، ك ، ط ، ل

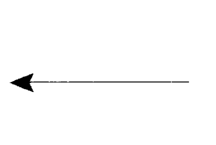
خامساً: صح (✓) : 1 , 4 , 7 , 8 , 10 , 5 , 6

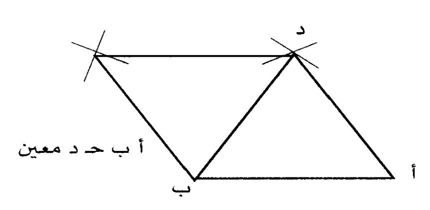
خطأ (x) : 2 , 3 , 9

سابعاً :



ارسم مثلث متساوي الأضلاع
قاعدته $\overline{\text{أ ب}}$





ارسم مثلث متساوي الأضلاع
بنفس الأبعاد قاعدته $\overline{\text{ب د}}$

الفصل الخامس

معلم الرياضيات

1 - خصائص المعلم الناجح
2 - موجهات فكرية للمعلم.
3 - التقويم الذاتي للمعلم.
4 - تقويم تحصيل التلاميذ.
- مفهوم التقويم
- تصنيفات التقويم
- أدوات القياس
- البورتنوليو
- الاختبارات التحصيلية
- نماذج لأسئلة تقويمية

5 - مأثورات مضيئة للمعلم.

معلم الرياضيات

خصائص معلم الرياضيات الناجح

المعلم هو مهندس عملية التعلم فهو يخطط للدرس ويصمم بيئة التعلم ويوفر مصادر متعددة وينوع في طرق تدريسه بقصد أن يتعلم التلاميذ تعلماً متميزاً.

ولعله من نافل القول بأن المعلم هو العنصر الأساسي والحاكم في العملية التعليمية، ورغم عدم الإقلال من أهمية كل مدخلات وعمليات العملية التعليمية، إلا أن دور المعلم دور فاعل ومؤثر بل ومحدد لنوعية وجودة مخرجات العملية التعليمية. فمهما كان المنهج جيداً ومعاصراً ومهما كانت التكنولوجيا والوسائط متوفرة، فإنه ما أن يدخل المعلم حجرة الدراسة ويغلق بابها ويختلي بتلاميذه، فإنه يصبح الوحيد القادر على استثمار كل هذه الامكانات وتحريك عقول وقلوب تلاميذه أو تفريغ كل شيء من محتواه. فكما أن عملية التطوير دالة لمن يقومون بالتطوير، كذلك الحال فإن عملية جودة العملية التعليمية دالة لجودة ما يقوم به المعلم، ذلك أنه لا بد من توفر خصائص جودة عند المعلم تتمثل في الآتي:

- معلم مفكر كي تتمثل مخرجاته التعليمية في تلميذ مفكر.
- معلم متمكن من مادته في الرياضيات لكي يتيسر للتلميذ تعلم ذو معنى في الرياضيات
- معلم بنائي لكي يشجع ويتقبل ذاتية المتعلم وينمي مبادراته، وحب الاستطلاع الطبيعي لديه لكي يبحث ويكتشف ويبني ويعيد - التلميذ - بنيته المعرفية ويرتفع بها الى مستوى أعلى معرفة ومهارة.
- معلم مفعم بمشاعر الحب "البيداجوجي" (التربوي) لكي يقدم نموذجاً للحب والتسامح والموضوعية يحتذي بها تلاميذه.
- معلم ذو بصيرة نافذة يرى المواهب الكامنة والذكاوات المختلفة في التلاميذ بصفة عامة وفي أفراد التلاميذ الذين قد تتسم بعض سلوكياتهم بتصرفات غير مرغوبة.
- معلم له ثقافة واسعة يستطيع أن يربط الرياضيات بمجالات حياتية وعلمية معاصرة تهم التلاميذ مباشرة وتفيدهم مستقبلاً.
- معلم يعرض الدروس الرياضية بطريقة واضحة مستخدماً التكنولوجيات المناسبة ومن خلال تفاعلات صفية تتسم بالحيوية والمشاركة الفعالة.
- معلم يستخدم الحاسوب في بعض دروسه وييسر للتلاميذ تعلماً ذاتياً عن طريقه.

- معلم يشجع تلاميذه على أن يسألوا ويتساءلوا، وأن يكون مقتنعاً بأن النجاح يكون في متناول كل فرد فيهم.
- معلم يقدم برامج إثرائية وعلاجية تتواءم مع حاجات تلاميذه.
- معلم قادر على اكتشاف الأخطاء "الشائعة" عند تلاميذه عند تدريسه الموضوعات الرياضية المختلفة ويعمل على معالجتها.
- معلم يرعى تلاميذه كما يرعى "الزارع" ما يزرعه فيتكون لديه الوعي وفضيلة الصبر التي عند الزارع او البستاني الذي لا يستعجل النمو قبل الأوان ولا يهمل أو يتراخى حتى تسوء الثمار أو تذبل الورود.
- معلم يقوم ذاته ويتعرف على مواطن القوة فيه فيدعها ومواطن الضعف فيعالجها.
- معلم على دراية بالاستراتيجيات والطرق المناسبة للتعامل مع أنواع التلاميذ وفروقاتهم.
- معلم على دراية بالمهارات العليا للتفكير المستهدف تنميتها عند تلاميذه من خلال تعليم وتعلم الرياضيات وأنشطتها.

موجهات فكرية للمعلم

فيما يلي بعض الموجهات الفكرية التي يمكن أن تفيد المعلم في تحقيق أهدافه وتدعم من امكانات نجاحاته:

أولاً: مهارات عليا في التفكير ودور المعلم في تنميتها

ومن أمثلة ذلك:

(1) التفكير الناقد (Critical Thinking)

تهدف أنشطة التفكير الناقد إلى تقديم أنواع من المثيرات التي "تتحدى" تفكير التلاميذ ليختبروا طرق تفكيرهم في الرياضيات واستخداماتها. يتضمن التفكير الناقد قدرات عقلية فرعية تتمثل في التحليل والتركيب وتقويم ما يتعرض له من محتوى رياضي. ومن خلال وعيهم بما يطلب منهم يصبحون اكثر قدرة على النقد الموضوعي للمادة العلمية ولطرق تفكيرهم وقدراتهم على التعليل والبرهنة بطرق سليمة دون تناقضات وبعيداً عن المغالطات.

ويمكن أن ينمي المعلم القدرة على التفكير الناقد من خلال تقديم أنشطة يقوم بها التلاميذ تتضمن:

- التصنيف: حيث يتعرف التلميذ على أوجه الشبه والاختلاف بين مجموعات وعناصر مختلفة من الأشياء. كذلك يتعود التلميذ على تجميع أشياء معاً طبقاً لخاصية أو خواص معينة، ويفرز بعيداً في مجموعات متباعدة الأشياء التي لا تتوافر فيها تلك الخواص.
- الترتيب: حيث يتعلم التلاميذ الترتيب والتنظيم المنطقي لأعداد وأشكال ومفاهيم رياضية مختلفة.
- اكتشاف التناقضات: حيث يتعلم التلميذ اكتشاف المغالطات أو القفز إلى نتائج غير صحيحة بناء على مقدمات معطاة له كما يدرك القواعد الصحيحة للمنطق والذي تعتمد عليه البنى الرياضية، على سبيل المثال: ليس صحيحاً أن كل نظرية يكون معكوسها صحيحاً. كما يمكن أن يفرق بين استخدامات "المكممات" الرياضية Quantifiers: "بعض" و "كل" وبالتالي يكون التلميذ على وعي بكيفية استخلاص نتائج صحيحة.
- يدرك الفرق بين الاستقراء والاستنباط، حيث يدرك ان التعميم الناتج عن حالات خاصة يكون محتملاً وليس مؤكداً. فمثلاً: لا يمكنه أن يستنتج أن أي عدد يكون أقل من مليون وواحد على الرغم من أنه يجد مليون حالة خاصة من الأعداد كلاً منها أقل من مليون وواحد.
- تكوين حس بالعدد: حيث يتكون حس بالتقدير التقريبي لمسافات وتعاملات وأوزان وتوقيتات... يتعرض لها في حياته اليومية العادية.
- اكتشاف انماط: حيث يستكشف التلميذ خاصية يسير عليها تتابع مفردات نمط معين من أعداد أو أشكال هندسية أو رموز جبرية فيمكن توسيعها والإضافة إليها بعد التحقق من أن إضافاته تتبع نفس الخاصية التي يسير بها النمط وتشترك فيها كل عناصره.
- يقوم التلاميذ بتنبؤات: وذلك على أساس معلومات محددة أو احتمالات. وفي هذه الحالات لا بد من إجراء تجارب تأكيدية أو استخدام المنطق في التحقق من صحة تنبؤاتهم او تحديد الدرجة الاحتمالية لسلامة التنبؤات ونسبة الثقة فيها.

(2) القدرة على اتخاذ القرار (Decision Making)

وتهدف أنشطة "اتخاذ القرار" إلى تدريب التلاميذ على مواجهة مشكلات حقيقية تمر بهم وتتطلب اتخاذ قرارات مناسبة تفيدهم أو تحول دون وقوع ما لا يرغبونه أو ما قد يؤثر عليهم بالسلب. في مثل هذه الأنشطة يكون أمام التلميذ عدة بدائل عليه الاختيار من

بينها . ويمكن للمعلم أن يقود تلاميذه بأنه عند مواجهة موقف يتطلب اتخاذ قرار فإنه على التلميذ القيام بالآتي:

- تفهم الموقف تماماً وتحديد الهدف الأمثل الذي يسعى أو يأمل الشخص لبلوغه من خلال قرار يتخذه.
- تحديد وإدراك واضح لكل البدائل الممكنة وتحليل كل منها في ضوء امكانية تنفيذها من حيث: تكلفتها، الوقت اللازم لها، ايجابيات وسلبيات كل منها ومدى تحقيق الهدف فيها . من أبسط الأمثلة عندما يكون في الاختبار اربعة اسئلة ومطلوب من التلميذ ان يختار ثلاثة فقط منها فقط للحل، فعليه فحص كل البدائل لاختيار أفضل ثلاثة للحل لتحقيق أعلى درجة.
- اتخاذ القرار، حيث يستقر التلميذ على بديل محدد ليأخذ به. ومن الممكن في التدريب على ذلك ان يسأل المعلم (ويسأل التلميذ نفسه) عن التبريرات التي جعلته يأخذ هذا القرار، وأن يطلب منه المقارنة بين نتائج هذا القرار وبين نتائج متوقعة لو أخذ ببدائل اخرى.

(3) التفكير البصري والذهني (Visual and Mental Thinking)

ويرتبط هذا النوع من التفكير بالقدرة على الإدراك المكاني، كما ينمي القدرة على التخيل والعمل العقلي والصور الذهنية للمواقف. كثير من العلماء كانوا يتعاملون مع المشكلات التي يواجهونها ذهنياً ويصلون الى الحلول أثناء تفكيرهم الذهني المركز في أوقات وسياقات مختلفة، وكما توصل آخرون إلى اكتشاف علاقات من خلال تفكيرهم الذهني اولا ثم التحقق بطرق علمية او منطقية على صحة ما توصلوا اليه. هذه القدرة هي التي تتطلب من الانسان ان يفكر ذهنياً فيما يرغب القيام به قبل ان يقوم بالتنفيذ . ولعلنا نتذكر مرة أخرى قصة ارشميدس الذي كان يغتسل في حوض مسبحه – وهو مشغول العقل بالكشف عن حقيقة أصالة ذهب تاج الملك هيرو – فاكتشف خداع الصائغ... وخرج في الشوارع يصيح بعباراته المشهورة وجدتها...... وجدتها" . كما أننا نتذكر المثل العربي الداعي إلى التفكير المسبق في المقولة "قدِّر لرجلك قبل الخطو موضعها" .

ثانياً : المعلم وتعدد الذكاءات (Multi-Intelligence)

قدم هواراد جاردنر نظرية تقول بأنه ليس لدى الانسان ذكاء واحد ولكنه يولد ولديه استعداد لعدة ذكاوات. وأنه على النظام التعليمي أن يعمل على استثمار نوعية الذكاء الذي يبدو عند التلميذ استعداد اكبر له فقد ينبغ في مجاله ويبدع. الذكاوات الأساسية التي قال بها جاردنر كالآتي:

(1) ذكاء رياضي منطقي: وقصد به القدرة على التفكير الاستدلالي والعلمي والتعامل مع الأعداد والأنماط المجردة.

ولتنمية هذا النوع من الذكاء يستخدم المعلم طرقاً واستراتيجيات تعليم تعتمد على حل المشكلات، وإجراء تجارب عملية، والاستقصاء وتجميع المعلومات، واستخدام ألعاب لها قواعد منطقية.

(2) ذكاء لغوي: وقصد به القدرة على استخدام اللغة ومهاراتها من تحدث واستماع وقراءة وكتابة، وقدرة على التوضيح والاقناع واستخدام ذكارات لفظية لتيسير قدراتهم على استرجاع معلومات يحفظونها في مخزونهم الذكروي.

ولتنمية هذا النوع من الذكاء يستخدم المعلم طرقاً واستراتيجيات تعليم تعتمد على المحاضرة، والمناقشة والعصف الذهني وألعاب الكلمات والحروف (مثل Scramble) والقصص، والإبحار في الانترنت والتراسل الالكتروني.

(3) الذكاء المكاني البصري: وقصد به القدرة على إدراك المكان (Space) المرئي، والقدرة على التفكير البصري من خلال الصور والخرائط والتصميمات والمخططات والرسوم والأشكال والنماذج. كذلك القدرة على التخيل والتصور الذهني، واستخدام الألوان وعلى ادراك علاقات مكانية بين وداخل الرسوم والأشكال.

ولتنمية هذا النوع من الذكاء يستخدم المعلم الوسائط التعليمية المتعددة، وشجرة المفاهيم وخرائط التدفق، والمجسمات وزيارات المتاحف، واستخدام شاشات الحاسوب، وعروض الشرائط البصرية، وحل ألغاز المتاهات، والتمثيلات البيانية وطلب عمل تصميمات هندسية ورسم خرائط واستخدام ألعاب الكترونية وبرمجيات "الرسام" الحاسوبية....

(4) الذكاء الحركي الجسماني: وقصد به التحكم في حركة البدن من خلال العقل، ومعالجة الأشياء بمهارة، والقدرة على التعبير الغير لفظي عن طريق الوجه والأيدي وحركات العين والايماءات، وكذلك القدرة على التوازن والاتساق في الحركة والتفاعل بتوازن مع الفراغ المحيط بالشخص، ويتضمن هذاالذكاء القدرة على القيام بحركات جسمانية مثل الرياضة البدنية والألعاب والرقص والتوافق الإيقاعي والتمثيل المسرحي وتجسيد مواقف من خلال تعبيرات جسمانية وعضلية.

ولتنمية هذا النوع من الذكاء يستخدم المعلم طرقاً تعتمد على مشروعات فردية

وجماعية، وعلى مسرحة الدروس والطرق المعمليةولعب الأدوار، واستخدام فأرة الحاسوب ولوحة المفاتيح في القيام بأنشطة حاسوبية، واستخدام ألعاب تنافسية ورحلات ميدانية ودراسات عملية زراعية أو حرفية صناعية تتطلب أعمال يدوية وتآزر عضلي، إضافة الى استخدام الحواس.

(5) الذكاء الموسيقي الإيقاعي: وقصد به القدرة على فهم التناغم والإيقاع وأنماط الأصوات والنغمات والإيقاعات، والتمييز بين الآلات الموسيقية وتذوق الألحان والتمييز بين الأصوات البشرية وغير البشرية من كائنات حية وكائنات طبيعية مثل الأمطار والرياح وخرير المياه.

ولتنمية هذا النوع من الذكاء يستخدم المعلم طرقاً واستراتيجيات تعتمد على الأناشيد وأغنيات جماعية، وضبط إيقاع التحدث في المحاضرة أو الشرح مع تنغيم مناسب للكلمات والابتعاد عن الرتابة في الصوت أثناء التحدث، وإمكانية استخدام خلفية موسيقية هادئة ومبهجة أثناء عمل التلاميذ، وإمكانية ربط بعض المفاهيم بتنغيمات صوتية لمنطوقاتها، واستخدام برمجيات حاسوبية مصحوبة بعناصر صوتية وخلفية موسيقية معبرة. بعض كتب الأطفال حالياً تكون مصورة ومصاحبة بنغمات موسيقية يسمعها الطفل عند تحريك صفحات الكتاب وأحياناً يربط بين عدد وصوت موسيقى مصاحب له (مثلاً).

(6) الذكاء الذاتي: وقصد به التأمل والاتصال بالذات والوعي بداخلية الشخص لذاته وإمكاناته وقدراته، والقدرة على التأمل والتصرف بما يتلاءم من الذات الاستقلالية والمشاعر الداخلية والتكيف مع الآخرين بما يتفق والمشاعر والقناعات الداخلية للذات، والقدرة على تفكير الشخص فيما يفكر فيه.

ولتنميــة هذا النوع من الذكـاء يسـتـخـدم المعلم طرقـاً تشـجع على التـعلم الذاتي واستراتيجيات التعليم الفردي والمشروعات الفردية واستخدام حواسيب شخصية في القيام بمهام تعليمية عن طريق المحادثة (Chat) يقوم بها التلميذ بنفسه. كذلك من المناسب استخدام طرق الاكتشاف والبنائية التي تعطى فيها للتلميذ الفرصة لاكتشاف علاقات وصنع او استخلاص معارف جديدة، وإتاحة فرص الأعمال الفردية داخل الفصل والمكتبة إضافة للواجبات المنزلية. يتطلب أصحاب هذا النوع من الذكاء التقدير والثناء على أشخاصهم ومخاطبتهم بالاسم.

(7) الذكاء الاجتماعي أو البين شخصي: وقصد به تكوين العلاقات مع الآخرين والقدرة

على التفاعل والتكيف الاجتماعي والتجاوب مع الآخر والعمل في فريق والمشاركة في الأنشطة والأندية ومع قرناء.

ولتنمية هذا النوع من الذكاء يستخدم المعلم طرق التعليم التعاوني، والتعلم التبادلي والتعاضدي مع القرناء والعمل في اللجان والمشاركة في فرق وجمعيات النشاط واستخدام حلقات المناقشة والمشروعات الجماعية.

(8) الذكاء الطبيعي: وقصد به القدرة على التعامل مع الطبيعة(Nature) والتمييز بين الكائنات المختلفة والاهتمام بأنشطة بيئية مرتبطة بالحيوان والنبات والكائنات الطبيعية غير الحية.

ولتنمية هذا النوع من الذكاء يستخدم المعلم طرقاً تتطلب مشاهدات وتسجيلات لمظاهر الطبيعة، وطلب معلومات وبيانات عن حياة الكائنات المختلفة في الطبيعة وزيارات ومشاهدات واستخدام أجهزة مكبرة (ميكرسكوبات) لدراسة كائنات دقيقة، والتعرف على التقسيمات لنباتات صحراوية وتطور الكائنات.

هناك من تحدث عن أنواع أخرى من الذكاءات مثل ما سمي بالذكاء الوجودي من حيث توفر قدرات فلسفية وذكاء روحي.

المغزى التعليمي لنظرية تعدد الذكاءات – وبغض النظر عن القبول بها أو رفضها – هو أهمية أن يستخدم المعلم تنوعاً من الأنشطة والطرق التي تشبع وتتواءم مع التعدد الذكائي بحيث يمكن ان يستفيد منها كل الطلاب ويزيد من امكانات نجاح التلاميذ وتفوقهم. وأن تنشأ في المدرسة جماعات نشاط فني وموسيقي ورياضي وخطابة ومناظرات وصحافة وحاسوب وإذاعة وجماعة خدمة مجتمع حيث يجد كل طالب مكاناً يتفق مع استعداداته وذكاءاته التي يتمتع بها. وإتاحة فرص وحصص يتمكن فيها التلميذ من الاختيار الحر بما يتفق مع ذكائه وميوله.

وقد قام مؤلف هذا الكتاب بتجربة في تدريس الرياضيات لأحد الصفوف المقرر لها خمس حصص اسبوعياً، فخصص ثلاث حصص للدراسة النظامية المرتبطة تماماً بالمقرر والكتب المدرسية، كما خصص حصتين (متصلتين) للاختيار الحر الذاتي؛ حيث يختار كل تلميذ مادة رياضية من بين حوالي (50) وحدة متنوعة كانت تشمل تاريخ رياضيات وألعاب رياضياتية وأعمال فردية على آلات حاسبة وأشغال يدوية تتضمن رسوماً وأشكالاً ومنحنيات ودراسة موضوعات متقدمة أو اثرائية أو علاجية على شكل موديولات مستقلة

مبسطة. وكان لكل تلميذ ملف انجاز يومي (لكل فترة اختيار حر) ويتم تقويمه كما يقوّم نفسه ذاتياً باختبارات معدة لذلك. وقد أثبتت التجربة تحسن تحصيل التلاميذ في المقرر النظامي إضافة الى ما اكتسبوه من معارف رياضية وميول إيجابية من فترة الاختيار الحر الذاتي.

ذكاء رياضي منطقي
ذكاء لغوي
ذكاء مكاني
ذكاء اجتماعي
ذكاء طبيعي

تعدد الذكاوات

ومن ناحية أخرى فإنه على الأباء والمعلمين، إذا ما لاحظوا تأخراً عند أحد أطفالهم في مجال معين فعليهم - إلى جانب محاولة معالجة التأخر أو الضعف في هذا المجال - أن يحاولوا اكتشاف ذكاءات أخرى تتفق مع مجالات تعليمية أخرى. فقد يكون الطفل لديه استعداد أكبر في الموسيقى أو الفن أو الألعاب الرياضية....

وللإرشاد التربوي والنفسي دور هام في الكشف عن "قدرات" التلميذ وتوجيهه نحو ما يتناسب معه. وكما أشرنا فإن تنوع جمعيات النشاط المدرسي والنشاط في النوادي الاجتماعية يساعد في استكشاف التلميذ لذاته وقدراته وذكاءاته. وفي هذا السياق يحدثنا تاريخ الرياضيات أن جورج كانتور عالم الرياضيات (1845 - 1918) ومؤسس نظرية اللانهائيات، أراد له أبوه أن يكون مهندساً فألحقه بمدرسة البوليتكنيك. وظل الشاب يدرس الهندسة خضوعاً لرغبة والديه ولكن على غير رغبة حقيقية منه. ولكنه بعد عامين لم يتمكن من كبت رغباته وما يحدثه به ذكاؤه فكتب إلى أبيه ليستسمحه في أن يكون رياضياً لا مهندساً ..... مشيراً على أن "الانسان ينجح فقط فيما يرغب أن يفعله وفيما تدفعه إليه نزعاته وميوله، وفي تلبية ما تنادي به تلك الأصوات المجهولة التي تصدر من

أعماقه تحثه على أن ينتحي وجهة معينة..." وهكذا التحق جورج كانتور بجامعة برلين لدراسة الرياضيات تاركاً دراسة المهندسين فدخل عالم الرياضيات عالماً صاغ لنا نظريات رياضية صياغة منطقية دقيقة حلت الكثير من المشكلات التي كانت عالقة بالبناء الرياضي.... ووضع أرضاً صلبة لدراسة التحليل الرياضي.... ولعل ذلك يبرز لنا أهمية اكتشاف الذكاء الواعد عند الفرد، كما وأنه يعطينا مثالاً لكيفية أن الإبداع والابتكار يكون نتيجة لتزاوج العقل والوجدان.

ثالثاً : المعلم وتنمية الإبداع

مفهوم الإبداع

على الرغم من أنه لا يوجد تعريف جامع مانع للإبداع، إلا أنه هناك بعض السمات المرتبطة بالإبداع ولعل أهمها الأصالة (Originality) والقيمة (Value) للفكر المبدع والإنتاج الذي يتصف بالإبداع. وبالنسبة للطفل أو التلميذ المتعلم بصفة عامة، فإن هناك أهمية للأصالة والجدة (Novelity) في الطريقة التي يفكر بها وفي الأفكار التي تأتي من عنده والمرونة العقلية التي تمكنه من تعديل أفكاره وتطويرها، ومن طلاقة الأفكار التي تأتي من عنده والمرونة العقلية التي تمكنه من تعديل أفكاره وتطوير، ومن طلاقة الأفكار وتنوعها. والإبداع النابع من الفرد يمكن أن يثير دافعية للإبداع داخل الصف / الفصل كله.... وهذا بدوره يمكن ان يستثير الابداعات الكامنة في المجتمع. إن الفكر الأصيل لكي نصفه بالابداع لا بد أيضاً وأن يكون ذا قيمة إيجابية من حيث أنها تكون عوائده مفيدة، منطقية، ومؤثرة وقابلة للنمو ومتماسكة وليست منفرة.

الإبداع في تعليم وتعلم الرياضيات هو قدرة وسلوك لتوليد معلومات وأفكار رياضية تتسم بالجدة والأصالة وله قيمة مفيدة على الأقل بالنسبة للتلميذ ومن منظوره الشخصي. من المهم أن يفترض المعلم أن كل طفل قابل لأن يكون مبدعاً، وأن تكون لديه قناعة بأن الابداع ليس وقفاً على مجموعة معينة من الأطفال سواء أطلق عليهم صفة التفوق أو العبقرية.

إن تنمية الإبداع يبدأ بأن نشجع الأطفال على توليد أفكار من عندهم والاندماج في أنشطة مبدعة، ذلك أن النشاط الإبداعي ينتج عن ميل للتفكير والسلوك ابداعياً.

إن تعلم الرياضيات - إذا ما أحسن توفير البيئة المناسبة والمعلم المبدع - ينمي القدرات العقلية عن الطفل - في كل مراحله ويوجهه نحو الأصالة والمرونة، كما أن الشغف

بالرياضيات يستثير العقل ويدفعه للاستجابة للتحديات، بل قد يفتح له عيوناً ترى ما لا يراه آخرون من ظواهر وأنماط وعلاقات مفيدة.

دور المعلم في تنمية الابداع:

ينبغي ان يعمل المعلم على توفير بيئة تعلم يتوفر فيها الآتي:

1 - إتاحة فرص لأن يجيب الطالب بنفسه على سؤال يتطلب معلومات جديدة مبنية على شيء سبق أن تعلمه الطالب، أو يحل مسألة او يبرهن قانوناً بنفسه داخل الفصل او في المنزل، وأن يترك الطالب ليعبر عن مشاعره بعد الحل وما يكون قد استفاده من العمل بنفسه.

2 - إعطاء اسئلة تتطلب تفكيراً عميقاً ومشكلات مفتوحة النهاية وإعطاء وقت لتلقى استجابات ومناقشتها.

3 - إتاحة فرص للعمل في مجموعات صغيرة يتعاون أعضاؤها في الحل أو القيام بمهمة تعليمية معينة بأنفسهم.

4 - تشجيع الحوار بين الطلاب وبعضهم والمناقشات للبحث عن حلول أخرى يأتي بها الطلاب انفسهم.

5 - عدم تقديم حلول نهائية وكاملة على السبورة لينقلها الطلاب.

6 - إعطاء واجبات منزلية وتشجيع أن يقوم الطلاب بشرح ما توصلوا إليه لزملائهم بعد عودتهم للفصل.

7 - توفير مصادر تعلم متعددة وإعطاء قائمة بها خاصة تلك المتوفرة في المكتبة او التي يحضرها المعلم معه.

8 - تشجيع أن يستخدم الطلاب البرمجيات والأقراص المدمجة والانترنت للحصول على معلومات إضافة لما يقومون بدراسته.

9 - تشجيع عمل مشروعات فردية وإعطاء جوائز مادية وأدبية.

10 - تشجيع حب الاستطلاع وأن يسأل الطلاب أسئلة ويترك لزملائهم الاجابة عنها فوراً او في حصص تالية.

11 - تضمين بعض الاختبارات أسئلة غير مألوفة تتطلب مهارات عليا من التفكير - ويمكن ألا تدخل في تقييم الطالب في أول الأمر ولكن لتعويده عليها.

12 - يطلب من الطالب الذي توصل إلى حل معين أو معلومة جديدة بنفسه أن يشرح لزملائه كيف ربط بين معلوماته السابقة والموقف المعروض عليه حتى توصل إلى الحل.

13 - تشجيع الطالب على الثقة بنفسه وأنه يمكنه النجاح بل التفوق اعتماداً على نفسه وتفكيره ومجهوداته الذاتية - مع إحساس حقيقي بأنه يمكن تحقيق ذلك من خلال بعض الاختبارات داخل او خارج الفصل.

14 - العمل على تحسين اتجاهات الطلاب نحو دراسة الرياضيات وأهميتها وإمكانية التفوق فيها وإعطاء امثلة عن متفوقين ناجحين وسلوكهم عندما كانوا طلاباً.

15 - عدم اندفاع المعلم للإجابة عن كل الأسئلة وحل كل المسائل.

16 - توظيف الصورة أكثر من الكلمة خاصة لمن يعانون إعاقات لفظية.

17 - تعويد الطالب أن يرى الصورة الكاملة للموقف دون أن يتيه في التفاصيل والجزئيات فيضل الطريق بين الأشجار لأنه لا يمتلك صورة متكاملة عن الحديقة.

18 - إعطاء مجال للتفكير الحدسي (Intuition) وتنمية الاستعداد لقبول التحديات والغزوات الفكرية.

19 - تشجيع الطلاب على انتاج شيء جديد... قصعة، صورة شيء من ابتكاره وخياله.

20 - جعل الطالب يشعر بأن الاختبارات والامتحانات وسيلة لدفعة للتقدم وليست أداة لتخويفه او إحباطه بل انها جزء طبيعي من الدراسة والتعلم، كما أنها اداة لتطوير المنهج وليست قيدا عليه.

إن الابداع ليس مجرد شطحات ذهنية بلا هدف، ولكنه إنتاج شيء ذي منفعة (قد تكون فائدة مؤجلة او متعة ذهنية مباشرة) وأنه يتميز بالجدة والقيمة الجمالية.

وعلينا أن نقول للمعلم أن عليه ان يشعر الطالب بأنه قادر على النجاح والتفوق والابداع.... لا تسرق البسمة من شفتيه ولا تعتصر البهجة من وجدانه. ساعده على أن يكتشف نقاط القوة عنده ويستثمرها.

نماذج لأنشطة اثرائية لتنمية الابداع

تهدف الأنشطة الإثرائية إلى:

- زيادة الدور الإيجابي للطفل داخل وخارج الفصل.

- تنمية التفكير الإبداعي والابتكاري للطفل.
- معاونة المعلم على توفير بيئة تعلم ثرية مشوقة وجاذبة
- معاونة المتعلم والمعلم في تكوين جمعية للرياضيات بالمدرسة.
- معاونة الأطفال في عمل مجلة حائط، وقد يساعدهم المعلم في ذلك بالتوجيه والإرشاد.
- معاونة الأطفال على تكوين برامج مسابقات، وقد يساعدهم المعلم في تنظيم المسابقات وفي مضامينها.
- معاونة المعلم في تقديم وجبات إضافية للمتفوقين وسريعي التعلم.

ونصح المعلم في استخدامه لأنشطة اثرائية بالآتي:

(1) لا تعط تلاميذك حلولاً جاهزة.

(2) دع الأطفال يحاولون بأنفسهم...، فالإبداع يبدأ من داخل الطفل، إذا أخطأ الطفل لا تزجره أو تؤنبه؛ ولا تصحح له الخطأ بنفسك، بل ساعده ويسر له اكتشاف الخطأ ومحاولة أن يصحح الخطأ بنفسه... قدم له إرشاداً، إعطه ثقة في نفسه وقدرته... وأن يتعلم من أخطائه..

(3) إعط الأطفال فرص ان يتعلموا من بعضهم البعض... في مجموعات تعاونية صغيرة.

(4) شجع أن يقوم التلاميذ بأكثر من حل.

(5) شجع أن تثير الأسئلة والتمارين المعطاة بأن يضع التلاميذ بأنفسهم أسئلة وتمارين أخرى أو يضيفون عليها. وبحيث تكون الأنشطة أداتية (Instrumental) تعالج مشكلات تهمهم. الأنشطة الإثرائية ليست "مقرراً" ولكنها حديقة يستمتع الأطفال بورودها ومزرعة تنمو فيها أساليب تفكيرهم.

أمثلة لأنشطة اثرائية:

نشاط (1) : الأعداد 1 , 2 , ... , 100

عند كتابة الأعداد من 1 إلى 100

- كم مرة يستخدم الرمز (0) ؟
- كم مرة يستخدم الرمز (1) ؟

- كم مرة يستخدم الرمز (2) ؟
- كم مرة يستخدم الرمز (3) ؟
- ------------------ (9) ؟
- دع التلاميذ يكونون صورة ذهنية.
- يمكن كتابة الأعداد في صفوف وأعمدة للتيسير.

10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
20	19	18	17	16	15	14	13	12	11
30	29	28	27	26	25	24	23	22	21
40	39	38	37	36	35	34	33	32	31
50	49	48	47	46	45	44	43	42	41
60	59	58	57	56	55	54	53	52	51
70	69	68	67	66	65	64	63	62	61
80	79	78	77	76	75	74	73	72	71
90	89	88	87	86	85	84	83	82	81
100	99	98	97	96	95	94	93	92	91

- دع التلاميذ يكتشفون نمطاً.. أي لا يبحثون عن الإجابة عن طريق العَدّ.
- دع التلاميذ يسألون أسئلة أخرى

(مثلاً : كم عددا فردياً؟ وكم عدداً زوجياً؟ كم عدد كل أرقامه فردية؟ .... كم عدد مجموعة أرقامه زوجي؟.... كم عدد أولي؟....)

- دعهم يرسمون أشكال بيانية.

إجابات:

الرمز	عدد المرات
0	11
1	21
2	20
3 9	20

نشاط (2) : رقمك السحري

قبل استخدام الأرقام العربية الحالية، ظل العرب شأنهم في ذلك شأن بعض الحضارات القديمة مثل اليونانية والقبطية - يستخدمون الحروف الأبجدية لتدل على رموز الأعداد. وكان الترقيم كالآتي:

أ	ب	ج	د	هـ	و	ز	ح	ط
1	2	3	4	5	6	7	8	9
ي	ل	ك	م	ن	س	ع	ف	ص
10	20	30	40	50	60	70	80	90
ق	ر	ش	ت	ث	خ	ذ	ض	ظ
100	200	300	400	500	600	700	800	900
غ								
1000								

تستخدم هذه الأرقام الهجائية أحياناً في التسلية والترويح. فيمكنك عن طريقها أن تعرف "رقمك السحري" ورقمك السحري يدل أحياناً على "حظك".

كيف تحصل على رقمك السحري؟

- اكتب اسمك بحروفه منفردة
- اوجد العدد الذي يدل عليه كل حرف.
- اجمع الأعداد الدالة على حروف اسمك، وإذا كان المجموع مكوناً من رقمين أو أكثر، اجمع الأرقام حتى تصل الى رقم واحد.
- العدد الناتج سوف يكون أحد الأرقام من 1 إلى 9 وهذا هو رقمك السحري.
- انظر إلى الجدول التالي:

"حظك" هو ما تقوله العبارة أمام رقمك السحري:

الرقم السحري	ماذا يقول عنك؟
1	تتميز بالثقة بالنفس وتسهل عليك اقامة علاقات ودية، ترغب أن تكون دائماً منهمكاً بالعمل.
2	أنت هادىء وخجول ويسهل عليك العمل مع الآخرين.
3	أنت فنان، مجتهد واجتماعي وتحب الحياة وامتلاك الكثير.
4	أنت ذكي، نشيط وتحب المغامرة، لكنك تفقد أعصابك بسهولة.
5	أنت نسيط ومستقل، ومن الصعب أن تغير افكارك بسهولة. اصدقاؤك يثقون بك كثيراً.
6	أنت عادل وغير أناني، تهتم بمشاعر الآخرين، تحب أن تبقى الاشياء نظيفة ومرتبة.
7	تحب أن تكون مستقلا، ولا ترغب في أن تفعل ما يفعله الآخرون، تتميز بالدقة.
8	تحب التخطيط للاشياء والتأكد من صحتها، وأنت شفوق وموضع ثقة الآخرين وخاصة الاقارب.
9	تحب الناس، تؤمن بالحرية، واضح التفكير، أنت ترفض نصائح الآخرين وتعتز برأيك الشخصي.

مثال: الاسم : جودت.

ج + و + د + ت

الرقم السحري: $3 + 6 + 4 + 400 = 413$

$413 \longrightarrow 3 + 1 + 4 = 8$

من أنت؟ أنظر الجدول مقابل الرقم (8) تجد أن جودت يحب التخطيط للأشياء والتأكد من صحتها وهو شفوق وموضع ثقة الآخرين وخاصة الأقارب.

نشاط (3) : يوم مولدك

في أي يوم من أيام الأسبوع زاد عدد سكان العالم بمولدك؟

اذكر تاريخ ميلادك: اليوم / الشهر / السنة.

الرياضيات قادرة على كشف اسرار السجل المدني لتخبرك باسم اليوم...

اتبع التعليمات التالية:

(1) اكتب تاريخ ميلادك.

(2) ابحث عن دليل الشهر (بحسب الجدول التالي)

يناير -1	ابريل 2	يولية -1	اكتوبر 4
فبراير 1	مايو 3	أغسطس 1	نوفمبر 1
مارس صفر	يونيه 5	سبتمبر 3	ديسمبر صفر

(3) أوجد خارج قسمة السنة على 4 (مع إهمال الباقي)

(4) أوجد المجموع حـ حيث

حـ = اليوم + الشهر + السنة + الناتج الصحيح لخارج قسمة السنة على + دليل الشهر.

(5) أوجد باقي قسمة حـ / 7

(6) الباقي قد يكون أحد الأرقام من صفر إلى 6

(7) ابحث عن اسم اليوم المقابل للباقي كما في الجدول التالي:

الباقي	اليوم
صفر	الجمعة
1	السبت
2	الأحد
3	الاثنين
4	الثلاثاء
5	الاربعاء
6	الخميس

مثال: بدأت حرب أكتوبر المجيدة بالعبور وتحطيم ما سمي بخط بارليف ثم تحرير سيناء في 6 أكتوبر 1973 ، ابحث اسم اليوم الذي كان موافق لذلك التاريخ.

الحل :

بحسب القاعدة السابقة:

- دليل شهر أكتوبر = 4
- قسم السنة على 4 : 1973 ÷ 4 = 493 (والباقي ...)
- حـ = اليوم + الشهر + السنة + الناتج الصحيح لخارج قسمة السنة على 4 + دليل الشهر

= 6 + 10 + 493 + 4 = 513

- حـ / 7 = 7 / 513 = (73) والباقي (2)

ومن جدول البواقي نجد أن (2) تقابل يوم الأحد. ويعني ذلك أن حرب أكتوبر المجيدة بدأت يوم الأحد.

والآن: أبحث عن يوم مولدك السعيد. وعن مولد أصدقائك...

نشاط (4) : لاحظ ، اكتشف وتحقق

1 - أوجد حاصل ضرب 64 x 23 ثم حاصل ضرب 46 x 32

ماذا تلاحظ؟

(نفس حاصل الضرب)

2 - هل هذا صحيح في كل الحالات (استبدال الرقمين الآحاد بالعشرات)؟

(كلا... فمثلاً 58 x 12 # 85 x 21)

3 - ابحث عن الحالات التي تعطى نفس النتيجة كما في (1)

إليك مثال آخر لعله يساعدك : 84 x 24 = 48 x 42

إليك مثال ثالث لعله يستثير إبداعاً : 41 x 28 = 14 x 82

(لاحظ خاصة مشتركة في كل الحالات الصحيحة....)

4 - ابتكر أمثلة تتحقق فيها الخاصة..... لعل ذلك يساعدك أكثر على التوصل إلى هذه الخاصة وصياغتها بنفسك. [لعلك تلاحظ أن في 84 x 24 وكذلك في 41 x 28

نشاط (5):

طلب من نورا أن تضع الكسر $\frac{16}{64}$ في أبسط صورة

أجابت نورا بعد دقيقة واحدة $\frac{16}{64} = \frac{1}{4}$

س : كيف توصلتِ يا نورا الاجابة بهذه السرعة؟

ج : لقد حذفت 6 من البسط والمقام $\frac{16}{64} = \frac{1}{4}$

$\frac{1\not{6}}{\not{6}4}$

النتيجة صحيحة يا نورا ولكن طريقتك خطأ

والآن:

أ) كيف توضح لنورا أن الطريقة خطأ (مثلاً : لا تصلح في كل الأحوال،

$\frac{15}{53} \neq \frac{1}{3}$ كذلك فإن الحذف يكون فقط في حالة وجود عوامل مشتركة بين البسط والمقام)

ب) هل يمكنك إيجاد كسر آخر يحدث فيه ما يحدث في حالة $\frac{16}{64}$ ؟ $(\frac{19}{95} = \frac{1}{5})$

نشاط (6):

هربت ثلاثة أرقام من كسر عشري. إبحث عن أرقام هذا العدد علماً بأن له المواصفات التالية:-

أ) العدد على الصورة 8 ▭ . ▭ ▭

ب) لا يتكرر في العدد نفس الرقم

ج) العدد أكبر من 95

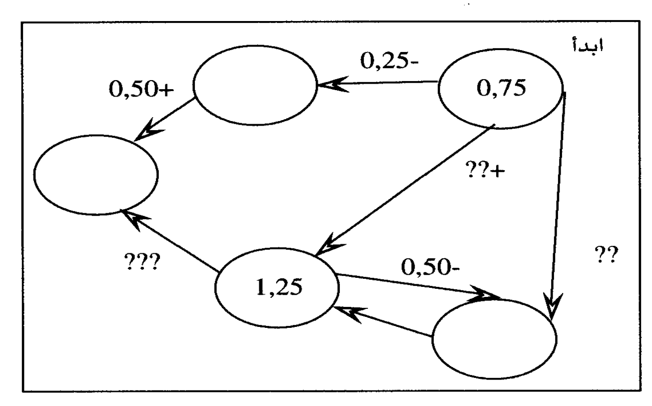
د) رقم الآحاد فردى

هـ) مجموع الرقمين العشريين أقل من مجموع الرقمين الصحيحين

(العدد هو 97,68)

نشاط (8):

أكمل العمليات والنواتج



(0 ، 0.50+ ، 0.50+ ، 0.75 ، 0.25- ، 1 ، 0.50)

نشاط (9):

أي من الأعلانات التالية عن سلعة معينة هو الأكثر مصداقية في رأيك بالنسبة لمحل يعلن عن تنزيلات؟

الآن 9,99 دينار تعالى وأنظر	11,00 9,99 دينار المحل للتصفية	ما قيمة 12 دينار الآن 9,99 دينار لا تفوتك الفرصة

إطار (23) نموذج التخطيط لدرس رياضيات

يتضمن التحضير (التخطيط) للدرس:

(1) تحديد الأهداف (مع تضمين أهداف وجدانية إلى جانب المعرفية والمهارية)

(2) تحديد المحتوى (المتوقع أن يحقق الأهداف) بما في ذلك التمهيد والتهيئة.

(3) وضع استراتيجية (أجندة للسير في الدرس وتتابع مرن للأنشطة التي سيقوم بها المعلم والتلاميذ.

(4) تحديد طرق التدريس التي سوف تستخدم من الناحية التنظيمية ومن الناحية السلوكية.

(5) تحديد وإعداد الوسائط التعليمية وتكنولوجياتها.

(6) تحديد الأمثلة المحلولة والتمارين التي على التلاميذ حلها فردياً او تعاونياً في مجموعات او جماعياً.

(7) تحديد أسئلة تقويمية في نهاية الدرس.

(8) تحديد الواجبات المنزلية.

– ويقدم رونالدكوتز (KUTZ) نموذجاً يسميه نموذج التدريس النشط (ATM) للسير في الدرس كالآتي (بتصرف):

(1) مراجعة يومية: مراجعة الواجب المنزلي، يلقي اسئلة لحلها ذهنياً.

(2) تنمية: تقديم منظم خبرة متقدم، مراجعة متطلبات مسبقة لمفاهيم ومهارات لازمة للدرس الجديد، تنمية الموضوع الجديد مع التركيز على المعنى والشرح والتوضيح والاندماج النشط للتلاميذ بما يزيد من فهمهم، تقييم فهم واستيعاب التلاميذ من خلال تقييم تفاعلي وتدريبات محكومة، التأكيد على المعاني وبلورتها.

(3) العمل داخل الفصل: تقديم تدريبات وتمارين ناجحة وبدون مقاطعات لعمل التلاميذ، مع المحافظة على جدية عمل التلاميذ واندماجهم، توعية التلاميذ بأنه سيتم التحقق من صحة ما يقومون بعمله، ثم التحقق فعلا من ذلك.

(4) الواجبات المنزلية: تعيين واجباً منزلياً بصورة منتظمة يتطلب مدة مناسبة للقيام به ويتضمن تدريبات للمراجعة.

(5) مراجعات خاصة: مراجعات اسبوعية لما تم دراسته في اول كل اسبوع، التركيز على المهارات والمفاهيم التي تم تغطيتها في الاسبوع السابق.

– مراجعات شهرية لما تم دراسته في اول كل شهر، التركيز على المهارات والمفاهيم التي تم تغطيتها في الشهر السابق.

التقويم الذاتي للمعلم

معلم الرياضيات - شأن أي معلم - لا بد له أنه بين الحين والآخر يقوّم نفسه بنفسه، وذلك بقصد أن ينمي نفسه مهنياً من خلال التعرف على ما يحتاجه من معارف ومهارات تدريسية، دون حاجة لأن يقول له ذلك شخص آخر موجهاً كان أو مديراً، ناهيك عن التلاميذ وأولياء الأمور.

يتم التقويم في ضوء المهام التربوية والتعليمية المنوط بها المعلم والتي تعكس كفاءاته ومهاراته التدريسية كما تعكس مدى توافق كل ذلك مع متطلبات مهنة تعليم الرياضيات والعمل على التنمية الذاتية لبلوغ مستوى الجودة ومقابلة التطورات الحادثة فيها.

المهام الأساسية لمعلم الرياضيات كصاحب مهنة

تتعدد هذه المهام المهنية ويتداخل بعضها وينبغي النظر إليها على أنها منظومة متكاملة يؤثر ويتأثر كل مكون فيها بالآخر، كما ينبثق كل مكون من المنظومة كاملة حيث انها تعتبر جزءاً من كل، كما وأن الكل يكون في حقيقة الأمر أكبر من مجموع الأجزاء. تتمحور المهام الأساسية لمهنة المعلم في الآتي، (إضافة وتكاملاً مع سبق الإشارة إليه في الفصول السابقة):

1 - تخطيط الدروس وتحليل كل درس إلى مكوناته.

2 - صياغة أهداف المقرر وأهداف الدروس سلوكياً.

3 - استخدام طرائق تدريس مناسبة، والتفاعل الصفي من خلال المناقشات والأسئلة.

4 - تيسير تعلم التلاميذ، وربط الدرس بما سبقه.

5 - التمكن من المادة الرياضية التي يقوم بتدريسها.

6 - ربط الرياضيات بجوانب علمية وحياتية وبيئية.

7 - عرض الدروس واختيار الأنشطة المناسبة واستخدام الوسائل التعليمية والتكنولوجيا المناسبة.

8 - المرونة والتكيف للمواقف مع الدقة في العمل.

9 - تقويم تحصيل وتقدم التلاميذ بطرق علمية وموضوعية.

10 - حسن إدارة الصف.

11 - التوظيف السليم للصوت والحركة.

12 - التعرف على خصائص التلاميذ.

13 - القدرة على حل المشكلات.

14 - القدرة على اتخاذ القرار المناسب.

15 - حسن العلاقات الشخصية.

16 - الالتزام المرن بقوانين المدرسة والتجاوب مع تعاليمها وقيمها والمشاركة الديمقراطية فيها.

17 - القدرة على العمل في فريق وتكوين علاقات شخصية ودودة والاتصال مع الآخرين واحترام الرأي الآخر.

وفيما يلي نموذج لبطاقة تقويم تتضمن مجالات التقويم في شكل أداءات كما تتضمن ميزان تقدير من خمس نقاط 1 , 2 , 3 , 4 , 5 تمثل أدنى مستوى أداء (1) وأعلى أداء (5) . ويبين الشكل المظلل مواقع مستويات أداء المعلم (كما قدرها بنفسه) - أو كما يقدرها له غيره. ويمكن للمعلم ان يستخدم نموذجاً مماثلاً يختزل فيه مجالات التقويم. وقد يكتفي بتضمين:

1 - تحضير الدروس

2 - صياغة الأهداف

3 - إعداد الوسائط وبيئة التعلم والتكنولوجيات المناسبة.

4 - التهيئة (أو تقديم منظم خبرة)

5 - تنويع طرق التدريس.

6 - التفاعل الصفي.

7 - تقويم الدرس.

8 - التمكن من المادة الرياضية.

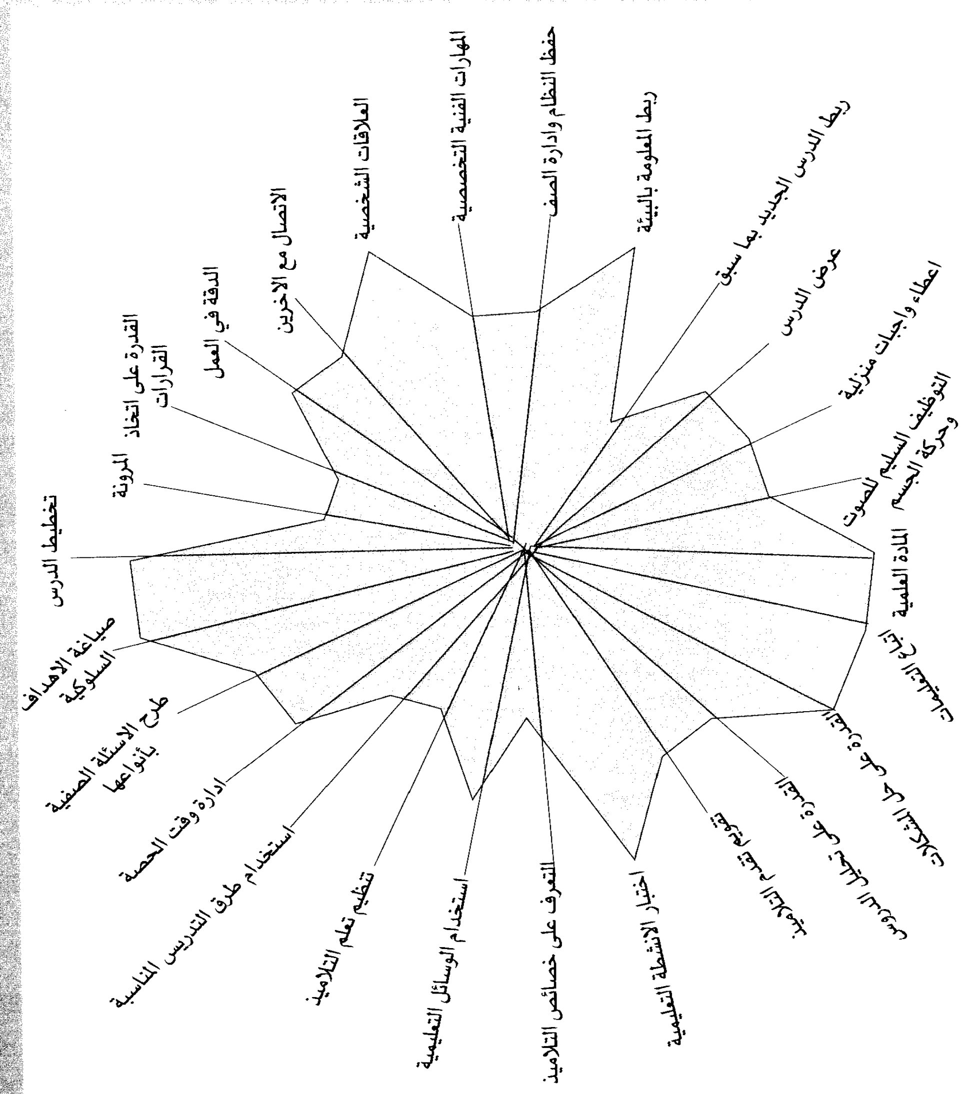
9 - المناخ العام لسير الدرس.

10 - السمات الشخصية : (الصوت، إدارة الصف ......)

ويفضل ان يقوم المعلم نفسه بين الحين والآخر تلقائياً، ولكن من المهم أن يقوم نفسه بعد نهاية تدريس كل مقرر، وأن يقوم نفسه بعد أن يتلقى برنامجاً تدريبياً للتنمية المهنية.

وإلى جانب كل ذلك، هناك مهمة اساسية للمعلم وهي:

تقويم تحصيل التلاميذ، وهو ما يتطلب فهم وإدراك ووعي لمفهوم التقويم وأدواته وآلياته.



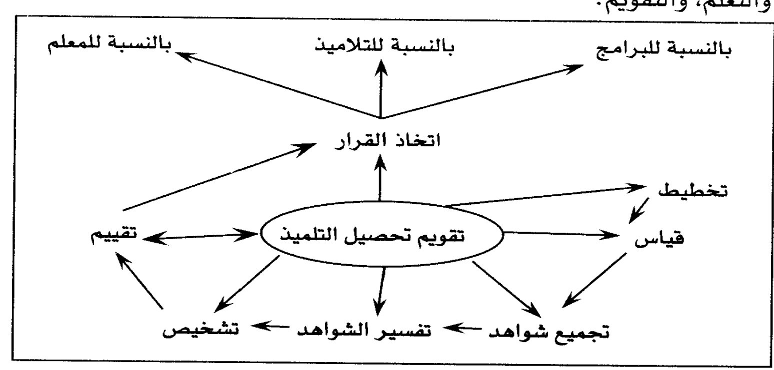
مقارنة بين المستوى الأدائي المعياري ومستوى أداء المعلم كما تظهره خطة التنمية الذاتية

المصدر: أوراق أعمال مؤتمر لتطوير التعليم بدولة الإمارات العربية، أكتوبر 2002، (virgilHun)

تقويم تحصيل التلاميذ

مفهوم التقويم

التقويم منظومة فرعية من منظومة المنهج بمعنى أنها مكون أساسي من مجموعة المكونات المترابطة المتمثلة في : المعايير، الأهداف، المحتوى، أساليب التدريس وتكنولوجيا التعليم والتعلم، والتقويم.



هناك ثلاثة مصطلحات تستخدم في مجال التقويم هي:

القياس (Measurement) : **ويقصد به وصف كمي لسلوك أو أداء. ومن أدواته الاختبارات بأنواعها وبطاقات الملاحظة لواقع مقيس.**

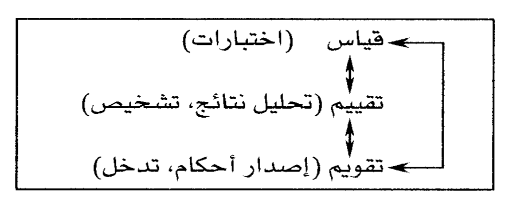
التقييم (Assessment) : **ويقصد به تشخيص الواقع الذي يتم قياسه. وقد يتم التقييم للتعرف على الصعوبات التي يعاني منها التلاميذ أو للتعرف على مدى تقدم التلميذ.**

التقويم (Evaluation) : **ويقصد به إصدار احكام والتدخل (Intervention)**

بناءاً على التشخيص والذي بدوره يتم في ضوء القياس. فصدور احكام مثل نجاح التلميذ أو رسوبه أو إحداث تدخل علاجي أو تسريع التلميذ ... كل ذلك يدخل تحت مظلة التقويم.

في الامتحان – مثلاً – تعطى اختبارات – المصححون يضعون الدرجات التي يستحقها التلميذ الذي أدى الامتحان. في ضوء قواعد وأطر محددة لوضع العلامات (Rubrics)، يتم تشخيص التلميذ الذي أدى الامتحان بأنه ضعيف، مقبول، جيد، أو ممتاز. وفي ضوء معايير ومحكات عامة يتم الحكم على التلميذ رسوباً أو نجاحاً، وقد يتم تحويله إلى مرشد

تربوي أو إلى مجموعة تقوية وذلك بحسب أهداف التقويم، فقد يكون لتسكينه في مستوى مناسب عند دراسة لغة أجنبية، وقد يكون لتحديد مسار تعليمي معين (مثلاً عام أو فني) او لتشعيب مناسب (علمي أو أدبي)، أو لتحديد ميوله وقدراته (فنون جميلة، موسيقى) وقد بدأت كثير من الكليات الجامعية في عقد اختبارات قدرات، يقوَّم الطالب على اساسها وتصدر الأحكام بقبوله او عدم قبوله في كلية معينة أو تخصص معين. ومن ثم يمكن القول بأنالتقويم عملية منظومية تمثل الأبعاد التالية:



تصنيفات التقويم:

هناك تصنيفات للتقويم في الأدبيات التربوية بعضها متداخل وبعضها مترادف وبعضها به خلط بين التقويم والقياس والتقييم كمفاهيم لها مدلولاتها المحددة: وفيما يلي بعض هذه التصنيفات المتداولة:

التقويم البنائي / التكويني (Formative) :

ويقصد به التقويم الذي يتم على أساس تعدد القياسات والتشخيص على مدار فصل دراسي أو سنة دراسية كاملة، وبحيث يكون هناك "تقييماً" في نهاية كل درس وكل وحدة طوال مدة تدريس مقرر معين. وقد تكون أدوات القياس اختبارات قصيرة، شفوية أو تحريرية أو عملية أو عن طريق ملاحظة الأداء والتفاعلات داخل الحصص الدراسية. وقد يشمل التقويم تحصيل التلميذ وسلوكياته وأية انجازات يقوم بها في مشروعات يكلفه بها المعلم أو تكون من متطلبات المقرر.

ويستخدم التقويم البنائي في تشخيص أحوال التلميذ من حيث جوانب القوة والضعف بما يساعد متابعته وتصحيح مسار تعلمه - إن لزم الأمر - حيث يقدم تغذية راجعة متصلة كما يكون ولي الأمر - الى جانب من يهمهم الأمر في المدرسة - على دراية بحالة التلميذ وتقدمه.

التقويم النهائي (Summative)

ويقصد به التقويم الذي يتم في نهاية الفصل الدراسي أو العام الدراسي. وهو الأمر

الشائع في مواسم الامتحانات النهائية. ويطلق هذا المسمى على التقويم في نهاية دراسة وحدة أو موديول. كما يطلق على التقويم التجميعي الذي يعتمد على كل مراحل القياس التي تمت اثناء العام الدراسي وفي نهايته.

التقويم التراكمي (Cumulative) :

وهو يعتمد على تجميع كل ما تم قياسه ليس فقط بالنسبة لمقر واحد مثل الرياضيات، ولكن يعتمد على تجميع كل ما تم قياسه في كل المقررات التي يدرسها والأنشطة التي يشارك فيها التلميذ، ويطلق أيضاً على التقويم الذي يتم في نهاية مرحلة دراسية كاملة بتجميع ما تم تقييمه في كل سنوات الدراسة وبحيث يقدم تقويماً واحداً يصف حالة التلميذ كوحدة متكاملة وبصورة عامة. فيقال مثلاً أن التقدير التراكمي للتلميذ: "جيد" "أو" "ممتاز" بما يعبر عن المتوسط العام للتلميذ أو الطالب منذ بداية دراسته في مرحلة معينة وحتى نهايتها وبالنسبة لكل ما تم دراسته في جميع المواد.

التقويم الأصيل (Authentic) :

ويقصد به التقويم الذي يعتمد على أدوات قياس أصيلة ذات صدقية وموثوقية واختبارات تقيس قدرات تفكير عليا بالنسبة لمواقف حقيقية وواقعية، وليس مجرد قياس قدرات تذكر وحفظ وحل مسائل ومشكلات روتينية ومقولبة ومكررة.

تصنيف أدوات القياس:

كما أشرنا سابقاً تستخدم أدوات متنوعة للقياس. فهناك الاختبارات المعروفة وبطاقات الملاحظة وقوائم التحقق للأداءات العملية والسلوكية والشفوية، والمقابلات الشخصية...

تصنيف الاختبارات:

تصنف الاختبارات – وهي أكثر أدوات القياس استخداماً – إلى تصنيفات متعددة:

– هناك اختبارات نفسية وأخرى تربوية:

الاختبارات النفسية مثل اختبارات الذكاء، والاتجاهات، والميول والاستعداد، واختبارات القدرات العقلية، واختبارات الشخصية.

الاختبارات التربوية مثل اختبارات التشخيص واختبارات التحصيل المرتبطة بوحدة معينة او مقرر معين يكون قد درسه التلميذ، واختبارات القوة التي تكون مرتبطة بمقرر معين ولكن تقيس القدرة المعرفية للتلميذ في المادة الرياضيات في حالتنا وكيفية معالجته

للمشكلات والأسئلة ومدى تمكنه من الأساسيات والتحرك المنطقي السليم في حل المسائل وتنظيم خطوات الحل وعرض اسلوب تفكيره بطريقة سليمة تنم عن نضوج في الفكر وفهم للمادة الرياضية موضع السؤال. وقد تدخل في الاختبارات النفسية والتربوية ما يطلق عليه بالاختبارات التنبؤية للتنبؤ بما يمكن أن يكون عليه الطالب.

- هناك اختبارات فردية وأخرى جماعية بحسب المجموعة المستهدفة وبحسب الهدف من الاختبار إذا ما كان يتطلب دراسة حالة فيكون لكل حالة اختبارها أو الزمن المناسب لها أم أن الاختبار يطبق على كل الفصل.
- هناك اختبارات يعدها المعلم وهناك اختبارات مقننة تم تطبيقها واستخراج متوسط أداء مجتمع طلابي معين فيها وأجريت عليها معالجات إحصائية للتعرف على موقع الطالب/التلميذ بالنسبة للمجتمع في شكل درجات معيارية والمواقع على منحنى توزيع تحصيل أو علامات كل أفراد المجتمع. هناك أيضاً بنوك للأسئلة مصنفة بحسب المستويات المعرفية المطلوب قياسها ويستطيع المعلم أن يسحب منها.
- هناك اختبارات معيارية المرجع (Norm-Refrenced) بمعنى أن تفسر نتائجها في ضوء المجموعة وتوزيع المنحنى الاعتدالي او توزيع منحنى المجموعة. فمثلاً قد يكون الأول هو الحاصل على 85% (أعلى درجة حصل عليها طلاب من المجموعة)، وقد ترتفع او تنخفض درجات النجاح والرسوب فهي عملية نسبية، وأيضاً هناك اختبارات محكية المرجع (Criterion Referenced) بمعنى ان التقييم ومن ثم التقويم يكون في ضوء محكات موضعة مسبقاً بغض النظر عن توزيع درجات مجموعة الممتحنين. فقد تكون درجات النجاح في بعض الحالات لا تقل عن 80% . وقد يتضمن التقييم ما يسمى بالأخطاء القاتلة (Fatal Mistakes) بمعنى أن هناك بنودا في الأسئلة تعتبر الإجابة الصحيحة عنها شرطاً لازماً للنجاح فإذا فشل فيها الطالب فإنه يرسب حتى لو أجاب إجابات صحيحة على بقية البنود. وفي نفس الوقت فإن البنود اللازمة هي شروط لازمة وليست كافية بمعنى أنه لا يكفي النجاح فيها فقط بل يلزم الحصول على نجاحات بنسب محددة في بقية الأسئلة. وتستخدم الاختبارات محكية المرجع في النظم التي تتطلب التعلم من أجل التمكن والاتقان (Mastery Learning) والتي تشترط ألا ينتقل التلميذ من دراسة وحدة إلى أخرى أو من مقرر لآخر أو من مرحلة لأخرى إلا إذا حقق مستويات موضوعة مسبقاً لدرجة التمكن والاتقان (قد تكون 90% على الأقل مثلاً) أو إذا حقق مؤشرات موضوعية لمعايير التمكن في دراسة موديولات أو مقررات معينة.

- هناك اختبارات تتطلب الاجابة عليها عن طريق الانتقاء من بدائل معطاة يختار من بينها التلميذ. وهناك اختبارات تتطلب انتاجاً فعلياً فيقدم اجابة عن السؤال أو يحل بنفسه المسألة أو المشكلة، ويطلق أحياناً على النوع الأول أسئلة موضوعية وعلى الثانية اسئلة مقال. وتستخدم كلمة "موضوعية" (Objective) في هذا التصنيف بمعنى أن المصحح وواضع العلامات والدرجات لا يعتمد على الذاتية في تقديره وذلك لأن الأسئلة ذات الاختيارات المتعددة أو الحكم بصواب أو خطأ عباراتها يكون الحكم عليها محدداً تماماً، وليس كالمقال الذي يخضع احياناً لتقدير المصحح ولو بدرجة نسبية في حل المسائل الرياضية.

البورتفوليو: ملف انجاز التلميذ

ممفهوم البورتفوليو: البورتفوليو (Portfolio) عبارة عن صورة عامة مجمعة عن انجازات تلميذ / متعلم والتي تبين مجهوداته، تحصيله، ما يعكس طرق تفكيره. يتضمن هذا الملف أنواعاً مختلفة من التقييم والتي يكون قد استخدمت فيها أدوات قياس متعددة ومتنوعة بعضها شفوية وبعضها تحريرية، بعضها رسمية وبعضها حرة.

الاختبار يعطي صورة عن تحصيل / إنجاز التلميذ عن نقطة معينة (كما في صورة ساكنة تلتقطها بالكاميرا). ولكن البورتفوليو يوفر صوراً متحركة وشواهد عن تقدم التلميذ على فترة زمنية ويمكن أن يتضمن الملف تقويماً ذاتياً يضعه التلميذ بنفسه عن نفسه.

شروط استخدام البورتفوليو في التقويم:

1) وجود هدف محدد للتقويم.
2) ألا يستخدم للإساءة للتلميذ، بل لصالحه ولتحفيزه على التقدم.
3) توفر خطة وطريقة لتحديد ما يمكن أن يشمله ملف البورتفوليو والأدوات المستخدمة.
4) تحديد الأشخاص الذين يحررون الملف ومواعيد وضع المعلومات والبيانات.
5) وجود معايير لتقييم مكونات الملف وللملف بصورته الكلية. هذا ويمكن أخذ رأي التلاميذ - أو التفاوض معهم - فيما يودون أن يشمله ملف كل منهم.

أهداف استخدام البورتفوليو:

1) المعاونة في تقويم التلاميذ من حيث تحصيلهم وفهمهم وتقدمهم بما يساعد في متابعتهم ورعايتهم.

2) إطلاع أولياء الأمور على صور واقعية عن أبنائهم (وبناتهم) والتعاون معهم في حل أي مشكلات أو صعوبات يواجهونها في تعلمهم وأساليبهم الدراسية في الموضوعات الرياضية التي يدرسونها.

3) تعريف التلاميذ أنفسهم بواقعهم ومعاونتهم نحو التقدم في دراسة الرياضيات ومجالات قوتهم أو ضعفهم فيها.

المجالات التي يمكن ان يضمها البورتفوليو

لا يقتصر البورتفوليو على نتائج الاختبارات الكمية او التقديرات النوعية او مجرد التعليق عليها. بل ينبغي أن يشمل صورة لما تعكسه الاختبارات والمناقشات والتفاعلات داخل الفصل وما تعكسه أعمال الطالب في واجباته المنزلية، وبحيث تهتم بقدراته العقلية في العمل الرياضي ومدى تقدمه فيها، مثل:

1) مهاراته في حل المشكلات:

وتشمل الاستراتيجيات التي يستخدمها ومدى ملاءمتها للموقف المشكل وتنظيمه للحل وقدرته على التحقيق من صحة الحل.

2) قدراته على التعليل:

وتشمل إعطاء أسباب للخطوات التي يقوم بها، وإقامة أدلة عملية او نظرية على صحة ما يقوم به أو ما يستنتجه، استخدامه لمهارات تفكير عليا مثل التفسير والتحليل والتركيب والربط بين المعطيات.

3) التواصل:

ويشمل القدرة على شرح افكاره بوضوح واستخدام اللغة الرياضية بطريقة صحيحة من حيث المصطلحات والرموز وقراءة الأشكال البيانية والجداول والتعبير عن ما تتضمنه من اوصاف او علاقات. والترجمة من تمثيل رياضي لآخر لمعلومات ونماذج رياضية.

4) استخدام الطرق والأدوات المناسبة:

ويشمل المواقف المناسبة التي يستخدم فيها الحساب الذهني والتصور البصري، والحالات التي يستخدم فيها الآلات الحاسبة واليدويات وكيفية الاستفادة من الحاسوب، وقدرته على التمييز بين النتائج المعقولة واللا معقولة عند استخدام أداة معينة بما في ذلك تكنولوجيا الورق والقلم.

إطار (24) استخدام البورتفوليو لتقييم التلميذ

قدم كوهن (Kuhs, Walkers, Lambdin) نموذجاً لتقييم إنجازات التلميذ من خلال خمسة محاور تمثل محتوى البورتفوليو، وحيث يكون التقدير على كل محور على ميزان تدريج (1 - 5) بحسب مستوى الإنجاز على كل محور في ضوء توظيفه للمفاهيم واستخدامه المناسب للمعلومات وإنتاجه لأعمال رياضية ذات قيمة، ومدى صواب حلوله واستنتاجاته وقدرته على التعليل لما يقوم به، واستخدامه لوسائط تكنولوجية ومهاراته ومرونته العقلية في حل المشكلات... يمكنه وضعه بالصورة التالية:

م	المحاور	درجة مستوى التلميذ				
		1	2	3	4	5
1	الواجبات المنزلية التي تم مراجعتها من المعلم					
2	الانشطة الصفية واللا صفية التي شارك فيها					
3	تقارير مكتوبة او منشورة عن اوجه تميز التلميذ					
4	انتاج التلميذ من رسوم واعمال فنية وعملية					
5	"قاموس" الرياضيات الشخصي الذي قام بتسجيله متضمناً (مصطلحات، رموز، تعاريف، نظريات...					

المصدر:

Kuhs, "Portfokio Assessment... "Math Teacher: - Lambdin, B, Walker, V. "Portfolio Assessment:,

- مها الشقرة (2004) : "فاعلية برنامج مقترح في الخواص الجمالية للرياضيات..." رسالة دكتوراه جامعة عين شمس، وجامعة الأقصى، القاهرة، غزة، دولة فلسطين.

الاختبارات التحصيلية

التحصيل والأهداف المعرفية:

التحصيل (Achievement) هو ما يكتسبه التلميذ من معارف ومهارات وأساليب تفكير وقدرات على حل مشكلات نتيجة لدراسة مقرر (الرياضيات في حالتنا).

ومن ثم فإن الاختبار التحصيلي في الرياضيات هو الاختبار الذي يقيس ما اكتسبه المتعلم من معارف ومهارات وقدرات على حل المشكلات وسائر أهداف التعليم الذي وضع لها مقرر أو مقررات الرياضيات التي درسها (الطالب). ويقاس التحصيل بالدرجات (العلامات) التي يحصل عليها الذي طبق عليه الاختبار.

ومن المفترض أن يقيس الاختبار التحصيلي كل مستويات الأهداف المعرفية والتي نجملها في ثلاثة مستويات مشتقة من مستويات بلووم في المجال المعرفي (Cognitive) وهي كالآتي:

1 - المستوى الأول:

ويشمل المعرفة (Knowledge) من حيث التذكر والتفسير مثل تذكر التعاريف ومنطوق النظريات والقوانين واعادة صياغتها وترجمته من صورة الى أخرى.

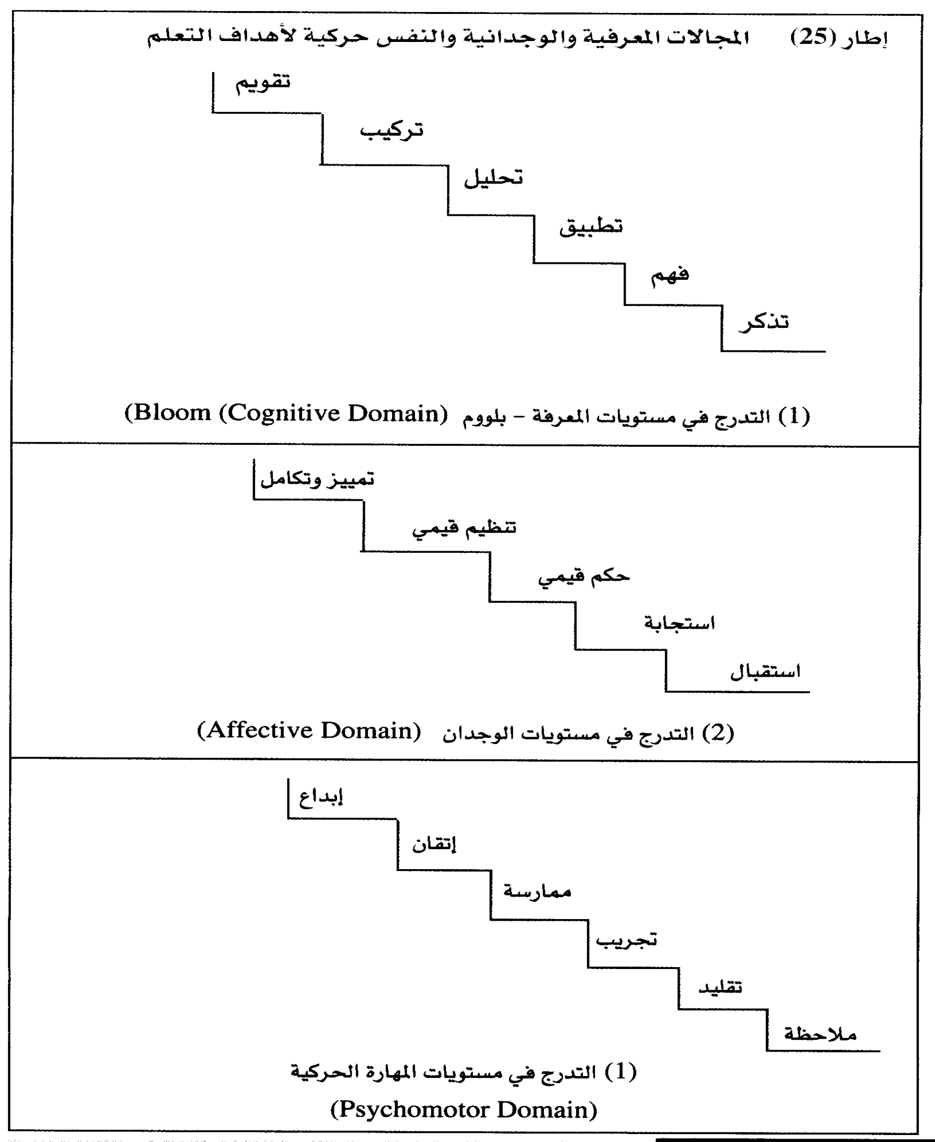
2 - المستوى الثاني:

ويشمل الفهم والاستيعاب لمعاني المصطلحات والرموز وتمثيلها واستنتاج سلسلة من الملاحظات، والتطبيقات المباشرة على القوانين واستخلاص نتائج مباشرة من بعض النظريات الهندسية والتعبير عن متغير بدلالة متغيرات أخرى مرتبطة معاً بعلاقة رياضية، وحل مشكلات مألوفة.

3 - المستوى الثالث:

ويشمل التحليل والتركيب وادراك العلاقات المتداخلة واعادة تنظيم معلومات في صور جديدة وأن يتخذ إحدى الخواص الهندسية كتعريف أو نظرية ثم يثبت بالبرهان التعريف الأصلي كخاصة مشتقة. وفي هذا المستوى تبتدى قدرات الطالب على الابتكار والابداع وحل المشكلات غير المألوفة.

إطار (25) المجالات المعرفية والوجدانية والنفس حركية لأهداف التعلم



(1) التدرج في مستويات المعرفة - بلووم (Bloom (Cognitive Domain)

(2) التدرج في مستويات الوجدان (Affective Domain)

(1) التدرج في مستويات المهارة الحركية
(Psychomotor Domain)

خطوات إعداد الاختبار التحصيلي

ليكون الاختبار أداة جيدة تكتسب المصداقية والموثوقية في أنها سوف تقيس تحصيل المتعلمين بموضوعية وأكبر قدر من الدقة التي تتيح تقييماً سليماً وصحيحاً عن الحالات التعليمية لهم، فإنه يجب إعداده إعداداً علمياً.

ومن أهم خطوات الإعداد الآتي:

1 - تحديد الهدف من الاختبار:

وقد يكون ذلك لقياس مستوى التلاميذ في تحصيل ما سبق دراسته استعداداً لتدريس مقرر جديد، وقد يكون للتعرف على مستواه في أثناء الدراسة وتقديم تغذية راجعة عنه، كما قد يكون لقياس تحصيل نهائي بعد الانتهاء من الفصل أو العام الدراسي.

2 - تحديد محتوى المقرر المستهدف قياس التحصيل فيه:

وذلك لتحديد الموضوعات الرئيسة والفرعية المكونة للمقرر وتحديد أوزانها النسبية من حيث اهميتها ودورها في المقرر وفي الأهداف العامة لتعليم المقرر بحيث ينعكس ذلك على عدد الأسئلة التي توضع عن كل موضوع في المقرر. وحتى يقيس الاختبار ما قصد به أن يقيسه.

4 - وضع مصفوفة مواصفات للاختبار:

وذلك لتحديد العدد الكلي للأسئلة وتوزيعها من حيث مستويات الأهداف ومن حيث موضوعات المقرر.

5 - تحديد صورة الاختبار:

قد يكون الاختبار في شكل أسئلة مقالية أي تمارين تتطلب انتاج الاجابة ومسائل او مشكلات يتم حلها، وقد يكون في صورة "موضوعية" بمعنى أن يكون بصورة اختيار من متعدد أو صواب أو خطأ أو إجابات قصيرة أو تكملة أو مقابلة بين أشياء متآلفة.

6 - وضع مفردات / أسئلة الاختبار:

وذلك في ضوء كل ما سبق.

7 - وضع إجابات لأسئلة الاختبار:

وذلك للاسترشاد بها عند وضع علامات الاختبار (عند تصحيح الأسئلة)، ولا يعني ذلك

الالتزام بالاجابات التي يضعها المعلم فقد يعطى التلاميذ إجابات أخرى صحيحة. وضع اجابات للاختبار من قِبَل المعلم يفيد في تحاشي وجود أخطاء طباعية أو غير طباعية في أسئلة الاختبار، كما يتيح وضع تصور مرن لتوزيع العلامات المناسبة لكل سؤال وللخطوات الممكنة للحل. كذلك يتيح ذلك تحديد الزمن المناسب للاختبار أو تحديد عدد الأسئلة في ضوء الزمن المقرر للامتحان.

مثال: لإعداد مصفوفة مواصفات:

ليكن الاختبار بصورة اختيار من متعدد، وليكن الزمن المخصص له يتيح وضع (100) سؤال. في ضوء ذلك:

أ - يتم تحديد عدد الموضوعات ولتكن 5 موضوعات امتحانية أ ، ب ، جـ ، د

ب - يتم تحديد المستويات المعرفية المستهدفة، ولتكن الثلاثة مستويات التي أشرنا إليها.

جـ - يوضع عدد الأسئلة بحسب الأهمية النسبية لكل موضوع وبحسب مدى إمكانية قياس كل من المستويات الثلاث به.

ومن ثم قد تأتي مصفوفة المواصفات كالآتي (بالنسبة لمقرر في الحساب):

م		المستوى الاول	المستوى الثاني	المستوى الثالث	المجموع
1	الاعداد المكونة من رقمين (القيمة المكانية)	5	8	7	20
2	الجمع والطرح	4	5	6	15
3	الضرب والقسمة	4	5	6	15
4	العمليات الاربعة	4	8	8	20
5	تطبيقات حياتية	8	9	13	30
	المجموع	25	35	40	100

وفي حالة أن تكون الأسئلة مقالية فإنه يفضل أن يكون كل سؤال به أجزاء فرعية مثل أ ، ب أو أ ، ب ، جـ حتى يمكن توزيع المواصفات. وأن يكون بكل سؤال جزئية - ولو ذات وزن نسبي قليل - تقيس المستوى الأعلى.

تقدير العلامات (الدرجات) في الاختبارات الموضوعية:

يرى البعض أنه في الاختبارات الموضوعية درجة احتمالية لأن تكون الاجابات الصحيحة التي يختارها الطالب نتيجة الصدفة وليست نتيجة معرفة حقيقية. لذلك تم وضع نظام يقلل من دور التخمين والصدفة نعرضه في الآتي.

ليكن عدد الأسئلة التي أجاب عليها التلميذ إجابة صحيحة (ص) وليكن عدد الأسئلة التي أجاب عنها إجابة خطأ (خ) وليكن عدد البدائل المطروحة لكل سؤال (ن)، الدرجة التي يستحقها الطالب (د) تكون بحسب القاعدة د = ص – خ / ن – 1 .

فإذا كان الاختبار مكونا من (100) سؤال كل منها به (4) بدائل بحيث يوجد بديل واحد فقط هو الصحيح. ولنفترض أن طالبا أجاب على (60) سؤالاً إجابة صحيحة، وفي 30 سؤالاً كانت إجابته خطأ، وأنه ترك (10) اسئلة دون إجابة فإن العلامات التي يستحقها تكون:

د = 60 - 3/30

= 50

ويلاحظ هنا أن التلميذ لا يُعَاقب على الأسئلة التي يتركها إذ أنه لو كانت عدم اجابته تحتسب على أنها إجابة خطأ لكانت علاماته أقل من 50. وبطبيعة الحال فإن عدم احتساب كل الاجابات الصحيحة (دون نقصان) يعني عدم اعتبار إمكانية التخمين أو العشوائية في الإجابة.

أمثلة لأسئلة تقويمية

1) الهدف: قياس القدرة على حل مشكلة غير مألوفة (ابداع)

- بفرض أن وحدة قياس المساحة هي الوحدة المثلثة أي مساحة منطقة داخل دائرة نصف قطرها الوحدة (بدلا من الوحدة المربعة)، فأي من قوانين المساحة التالية يتغير وأيها يظل كما هو:

أ – مساحة المربع = طول الضلع x نفسه

ب – مساحة المثلث = 1/2 طول القاعدة x الارتفاع

جـ – نظرية فيثاغورس

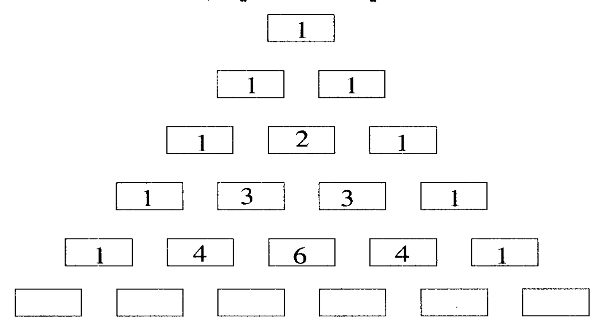
د - مساحة متوازي الأضلاع تساوي نصف مساحة المستطيل المشترك معه في القاعدة والارتفاع.

هـ - مساحة الدائرة = ط نق2

(الاجابة : جـ ، د لا تتغير).

2) الهدف: قياس القدرة على الاستقراء (تفكير رياضي)

لاحظ تكوين الصفوف الأولى في المثلث التالي ثم أكمل الصف السادس



ملحوظة: يسمى هذا المثلث بمثلث باسكال ولكن بعض المؤرخين يعتقدون بأن نصير الدين الطوسي سبق معرفته قبل باسكال.

(الاجابة : 1 , 5 , 10 , 5 , 5 , 1)

3) الهدف: قياس القدرة على الاستنباط الذهني (تفكير رياضي)

- بدون اجراء عمليات حسابية او استخدام آلة حاسبة، أي من الأعداد التالية ليس مربعاً كاملاً، وماذا تتوقع أن يكون رقم الآحاد في الجذور التربيعية للأعداد الباقية؟ ولماذا؟

أ) 14400 ب) 3642 جـ) 676 د) 44521

(الاجابة : ب)، (أ : صفر، حـ: 4 أو 6 ، د: 1 أو 9)، (مثلاً: 9 × 9 = 8① ، 1 × 1 = 1)

4) الهدف : قياس القدرة على التفكير الناقد

- اكتشف المغالطة في الخطوات التالية

$س^2 - س^2 = س^2 - س^2$

بأخذ العامل المشترك في الطرف الأيمن، والتحليل بالفرق بين مربعين في الطرف الأيسر: س (س − س) = (س + س) (س − س)

بحذف (س − س) من الطرفين ينتج أن

س = س + س

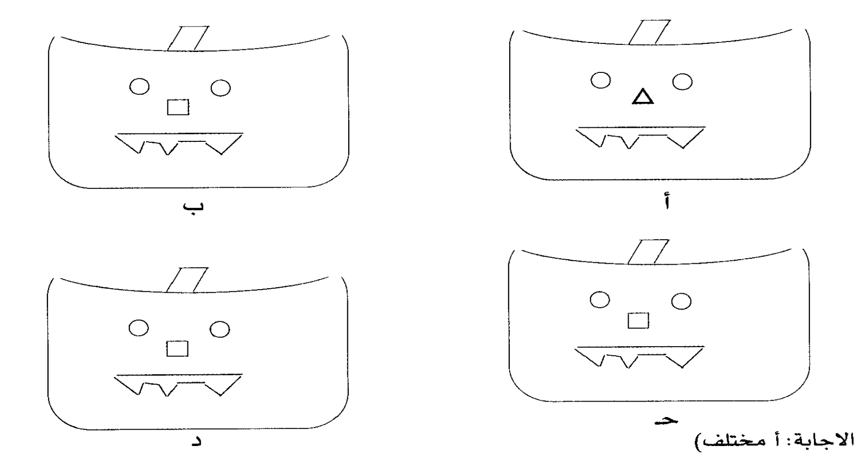
س = 2 س (بالقسمة على س في الطرفين)

1 = 2

(الإجابة : لا يسمح بحذف (س − س) من الطرفين لأنه غير ممكن القسمة على صفر)

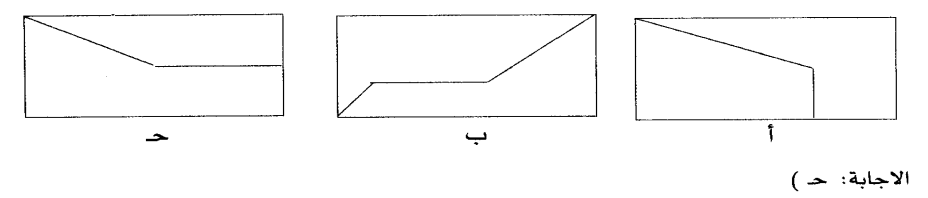
5) الهدف: قياس القدرة على التفكير البصري:

I − لاحظ الأشكال وضع علامة أمام الشكل المختلف:



الاجابة: أ مختلف)

II − واحد فقط من الأشكال التالية لا ينقسم إلى نصفين:



الاجابة: حـ)

6) الهدف : قياس القدرة على اتخاذ قرار

– مصباح ومحمود يكتبان نوتة لقطع موسيقية. يخططان لدخول مسابقة أفضل قطعة موسيقية.

الرموز التالية توضح رموز النغمات المختلفة.

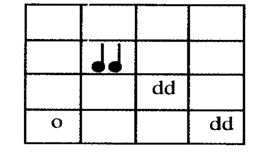
O نغمة كاملة d نصف نغمة (2/1 طول O) ♩ ربع نغمة (4/1 طول O)	بين كل خطين (11) يمكنك الحصول على نغمة كاملة او عدة نغمات مجموع اطوالها = طول نغمة كاملة

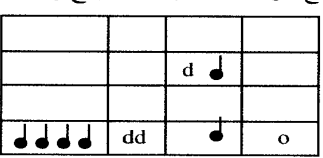
قواعد المسابقة:

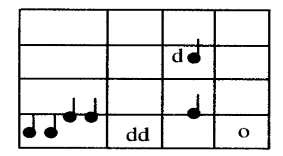
أ – كل الأجزاء ينبغي أن يكون لها العدد الصحيح من النغمات.

ب – يسمح باستخدام نغمة كاملة، نصف نغمة، ربع نغمة.

إليك أجزاء من ثلاث قطع موسيقية كتبها مصباح ومحمود







أ) موسيقى "يوم سعيد" ب) موسيقى "نهارك أبيض" جـ) موسيقى "قطرات الشهد"

1 – أي القطع الموسيقية بها العدد الصحيح من النغمات؟ (أ ، ب)

2 – أي القطع الموسيقية تستخدم الثلاث أنواع من النغمات؟ (الثلاث قطع)

3 – أي القطع ينبغي أن يشترك فيها مصباح ومحمود في المسابقة؟ علل لذلك ((أ) – تستوفي قواعد المسابقة).

7) الهدف: قياس القدرة على التفكير الابتكاري:

مثال: عند إنشاء منزل جديد على قطعة أرض يملكها والدك. طلب منك أن تصمم لنفسك غرفة خاصة بك.

ارسم مخططاً للغرفة وقرر بنفسك كيفية تزيينها واحسب تكلفة ذلك، في ضوء البيانات المعطاه.

1) الغرفة على شكل مستطيل 4 م x 5,3 م وارتفاع الحوائط 3 م، واختر بنفسك مقياس الرسم المناسب لعمل التصميم الهندسي لكل أبعاد الغرفة.

2) حدد الفتحات المخصصة للباب والنوافذ والنسب التي تراها لمساحاتها وبينها في التصميم الهندسي بالنسبة لكل حوائط الغرفة.

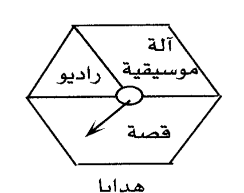
3) ما الأشياء التي ستضعها في الغرفة، مكتب، كرسي، مكتبة، تليفزيون....؟

4) الأرضية تحتاج إلى تغطيتها، وكذلك الحوائط والسقف. اذكر كيف ستغطيها ثم احسب تكلفة ذلك.

وإليك بعض المعلومات:

تغطية الارضية
- سجاد لتغطية كاملة للارضية
25,9 دينار لكل متر مربع
- خشب (باركيه)
11,67 دينار لكل متر مربع

تغطية الحوائط والسقف
- دهان / طلاء
23,85 دينار للجالون
الجالون يكفي لطلاء مساحة 40 م2
- أوراق تغطية
35,25دينار لكل لفة
اللفة تغطي 6 متر مربع تقريبا
- زيق خشب للزينة
0,75 دينار للمتر الواحد



5) وباستخدام مؤشر الهدايا التي يقدمها محل تغطية الأرضية، ما احتمال أن تحصل على آلة موسيقية عند شراء مستلزماتك منه؟

(8) الهدف : قياس القدرة على التفكير الإبداعي المجرد:

مثال:

في رحلة قام بها نوفل من عمان قاصداً إربد، قاد سيارته بسرعة ثابتة طوال الرحلة، بعد فترة من بداية تحرك السيارة وجد أنه قطع مسافة قدرها عدد مكون من رقمين، وبعد

ساعة واحدة وجد أنه قطع مسافة قدرها عدد مكون من نفس الرقمين السابقين، ولكن متبادلين في المنازل (الخانات) أي أن رقم الآحاد جاء في منزلة العشرات ورقم العشرات جاء في منزلة الآحاد، بعد ساعة أخرى وجد نوفل أنه قطع مسافة قدرها عدد مكون من ثلاثة ارقام عبارة عن نفس الرقمين الأولين (قبل التبادل) وبينهما صفر، احسب سرعة السيارة، علماً بأن المسافات مقاسة بالكيلومترات.

إرشاد: لاحظ أن السرعة ثابتة ولتكن ع = $\left(\frac{\text{المسافة}}{\text{الزمن}}\right)$

$$\therefore \text{ع} = \frac{(\text{ص} + 10\ \text{س}) - (\text{س} + 10\text{ص})}{1} = \frac{(\text{س} + 100\ \text{ص}) - (\text{ص} + 10\ \text{س})}{1}$$

اذن: س = 6 ص

ومنها: ص = 1 ، س = 6

المسافات على التوالي: 16 , 61 , 106   ع = 45 كم / الساعة

(9) الهدف : القدرة على إيجاد اكثر من حل صحيح

بدون التزام بأية قواعد لترتيب إجراء العمليات أوجد اكبر عدد ممكن الإجابات الصحيحة للمقدار:

$9 \times 9 - 9 \div 9$

أمثلة للحلول:

(أ) $9 \times 9 - 9 \div 9 = (9 \times 9) - (9 \div 9)$

$= 81 - 1 = 80$

(ب) $9 \times 9 - 9 \div 9 = [9 - (9 \times 9)] \div 9$

$= (9 - 81) \div 9$

$= 72 \div 9 = 8$

(جـ) $9 \times 9 - 9 \div 9 = 9 \times (9 - 9) \div 9 =$ صفر

(10) القدرة على اكتشاف تناقض:

علل للتناقض في الآتي:

حلِّ المتباينة :

2 (س − 3) > 12

الحل: 2 س − 6 > 12

2 س > 18

س > 9 وهذا يحقق المتباينة الأصلية

ولكن أنظر للحل التالي:

2 (س − 3) > 12   (1)

ونعلم أيضاً أن:

9 > 3   (2)

بالجمع من (1) ، (2)

2 س − 3 + 9 > 12 + 3

2 س − 6 + 9 > 15

2 س > 12

ومنها: س > 6

وحيث أن 7 > 6 وبالتعويض في المتباينة الأصلية نجد أن

2 (7 - 3) > 12 وهذا يعني أن 8 > 12 وهذا طبعاً ليس صحيحاً.

إطار (26) **فكر.... حل... إشرح**

عند حل الأسئلة "المقالية" يكون تقييم الاجابة من خلال إطار علامات يضع في اعتباره: خبرات التعلم (حل المسألة)، الطرق (الخطوات المستخدمة في الحل)، استجابات التلميذ (الشرح والتعليل للمفاهيم والمهارات المستخدمة...) ويكون الاطار كالآتي:

4 علامات: الجواب صحيح تماماً استناداً الى استراتيجية صحيحة في الحل ووضوح في التفكير الرياضي.

3 علامات: الجواب صحيح واستراتيجية مناسبة، ولكن هناك عدم وضوح في التفكير الرياضي. أو جواب غير صحيح ناتج فقط بسبب خطأ حسابي فقط مع توفر التفكير الرياضي الواضح.

2 علامة: الجواب صحيح، ولكن لا دليل على استراتيجية حل مناسبة، ولا توضيح للتفكير الرياضي اللازم للحل.

1 علامة : الجواب ناقص أو غير معقول استناداً إلى استراتيجية مغلوطة أو قصور في الفهم.

صفر : جواب خطأ تماماً أو غير قابل للتفسير أو "لا إجابة"

مثال :

(عن دليل للتقويم صادر عن (Sivler Burdett Gin Math) بتصرف) أقامت نور حفلاً بمناسبة عيد ميلادها فقدمت 5 أطباق من الكنافة صنعتها بمعاونة والدتها. قسمت كل طبق الى 8 قطع متساوية في نهاية الحفل، الذي حضره صديقاتها، تبقى طبقاً كاملاً، 8/5 طبق، إذا علمت أن كل من حضر الحفل (بمن فيهم نور نفسها) أكل 3 قطع فقط. فكم عدد من كن في هذا الحفل؟

– حل المشكلة: اذكر الخطوات التي تستخدمها في الحل: ثم اكتب بعض العبارات للاجابة عن الأسئلة التالية:

لو أن نور قسمت كل طبق إلى 6 قطع وأن كل شخص أكل قطعتين فقط. فكم قطعة تتبقى؟ ما الاختلاف بين ما يتبقى في هذه الحالة وبين ما تبقى في الحالة الأولى؟ كيف حصلت على الاجابة؟

الحل والشرح والتفكير

يمكن أن تسير إجابة التلاميذ كالآتي:

الجواب: عدد الأشخاص الذين حضروا الحفل 9 أشخاص (بمن فيهم نور).

طريقة الحل:

– العدد الكلي لقطع الكنافة 5 x 8 = 40 قطعة

– عدد القطع التي تبقت = 8 + 5 = 13 قطعة

= $\frac{5}{8}$ 1 طبق)

– عدد القطع التي تم اكلها = 40 - 13 = 27 قطعة

إذن : عدد الأشخاص الذين حضروا الحفل = 27 ÷ 3 = 9

(بمن فيهم نورا)

تقييم الاستجابات

بالاضافة الى حل المشكلة الأصلية، فإن التلاميذ ينبغي أن يكونوا قادرين على التوصل إلى أن نور يتبقى لديها كنافة أكثر لو أنها قسمت كل طبق إلى 6 قطع، ويمكن ان يكون ذلك بإحدى طريقتين: (وبهذا يمكن الحصول على الدرجة النهائية).

أ) المقارنة بين ما أكله كل شخص:

في حالة التقسيم إلى 8 قطع : $\frac{3}{8}$ طبق (3 قطع)

في حالة التقسيم إلى 6 قطع : $\frac{2}{6}$ طبق (قطعتان)

$\frac{3}{8} = \frac{9}{24}$ طبق

إذن $\frac{2}{6} < \frac{3}{8}$ بالتالي يتبقى لنور أكثر في الحالة الثانية

ب) المقارنة بين ما تبقى في الحالتين:

في الحالة الأولى (أثمان) : يتبقى $1\frac{5}{8}$ طبق من الكنافة

في الحالة الثانية (أسداس) : يتبقى (2 طبق) من الكنافة

ومن الواضح أن 2 طبق أكبر من $1\frac{5}{8}$ طبق

إطار (27) مأثورات مضيئة لطريق المعلم.... وطريقته

- من التراث العربي

قال عتبة بن أبي سفيان لمؤدب ولده:

ليكن أول إصلاح لولدي إصلاح نفسك،

فإن عيونهم معقودة بعينك،

فالحسن عندهم ما استحسنته والقبح ما استقبحته

لا تكرههم على علم فيملوه، ولا تدعهم فيهجروه

ولا تخرجهم من علم الى علم حتى يحكموه

فازدحام العلم في السمع مضلة للفهم...

وعلمهم سير الحكماء....

- من حكمة العلماء

عن البرت اينشتاين (مبتكر نظرية النسبية):

إن عالم اليوم الذي صنعناه نتيجة لطرقنا في التفكير

يعاني من مشكلات لا يمكن حلها

بأن نستمر في التفكير بنفس الطريقة التي فكرنا بها عندما صنعناه.

- من أدبيات منظمة اليونسكو

في تقرير لليونسكو عن التربية للقرن الحادي والعشرين يقول جاك ديلور محرر التقرير:

إن العالم يتعطش الى القيم والمثل العليا

وأنه على المنهج أن يوقظ لدى كل فرد

وفقاً لمعتقداته ذلك السمو الروحي الذي يرقى إلى المستوى العالمي وإلى التفوق على الذات.

ملحقات

(1) نماذج لدروس لذوى الاحتياجات الخاصة

(2) نماذج اختبارات واجاباتها

- التفكير الناقد في الرياضيات
- حل مشكلات على القياس
- التفكير الرياضي

(1)

نماذج لدروس لذوى الاحتياجات الخاصة

(1) رموز الأعداد والكميات المناظرة

الحاجات الخاصة: صعوبة التحدث، اضطراب اللغة

(2) الكسور العادية البسيطة

الحاجات الخاصة: عُسْر التعلم، التخلف العقلي القابل للتعلم، اضطراب عاطفي

1-1

موضوع الدرس: رموز الأعداد والكميات المناظرة.

الفئة المستهدفة: ذوو الحاجات الخاصة الذين يعانون من: صعوبة في التحدث، اضطراب (تشوش) في اللغة.

الأهداف: - أن يتعرف الطفل على الأعداد من 1 إلى 9

- أن يقدر على العد بصوت مسموع من واحد إلى تسعة.
- أن يربط بين رموز الأعداد والكميات المناظرة لها من حيث العدد.

المستوى الدراسي: رياض الأطفال.

المواد والمستلزمات: - كومبيوتر (حاسوب لكل طفل)

- برمجية العد والمران والتدريب على العدد
- لوحة وبرية، مكعبات العد، لوحات العد.

الزمن المقترح: يختلف، ويقترح - بمرونة كاملة - جلسة كل منها 5 دقائق.

مهارات مسبقة متطلبة: - أن يعرف الأطفال العد حتى 15 (ولو آلياً)

- القدرة على أن يبقى الطفل منتبهاً بصرياً لمدة 5 دقائق على الاقل.
- الوعي باستخدام لوحة مفاتيح الحاسوب.

أنشطة وإجراءات: - استخدام الاشياء المجسمة المحسوسة للتقديم للأطفال رمز عدد وعدد الأشياء المتوافقة معه، مثلاً: ضع الرمز "2" على اللوحة، الوبرية مصحوبا بشيئين ملصقين على اللوحة. دع الأطفال يشاهدون ويسمعون أسماء الأعداد مرتبطة بالمجموعات المتوافقة معها. دع الأطفال يشعرون بالثقة مع عدد قليل من الرموز في نفس الوقت.

- باستخدام برمجية العد، دع الأطفال يعدّون الأشياء على شاشة الحاسوب، وأن يجدوا رمز العدد المصاحب على الشاشة. ثم يضغطون الرمز الصحيح على لوحة المفاتيح.
- شجع الأطفال على أن يعدوا الأشياء شفاهة. البرمجية المستخدمة

لا بد وأن تمتلك خاصية التدعيم اللحظي الايجابي عندما تكون استجابة الاطفال صحيحة وذلك لإعطائهم دافعية تعزيزية.

- إسمح بجزء كبير من الوقت للأطفال ليقوموا بأنشطة مستقلة متعددة:

1- دع الأطفال يمارسون قراءة رموز الاعداد ويعدون اشياء تناظر كل عدد يقرؤنه باستخدام لوحات العد ومكعبات (او بليات) العد. اطلب من الاطفال أن يعدوا العدد المناسب من المكعبات (أو البلي).

2- دع الاطفال يستخدمون يدويات صغيرة للعد مثل الازرار او اغطية الزجاجات للتدريب على عد الاشياء.

3- دع الاطفال يضعون حبات خرز في خيط بحسب رموز أعداد معينة او يضعون حبات حصى في اوعية تناظر رموز اعداد معينة.

بتصرف عن: Conputer Learning Foundation, Special Education Plans (1998) - By: S. Biano -

- ملحوظة: استخدم البرمجيات العربية المتاحة المناسبة.

2-1

موضوع الدرس: كسور عادية بسيطة

الفئة المستهدفة: ذوو حاجات خاصة يعانون من: عُسر التعلم، تخلف عقلي قابل للتعلم، اضطراب عاطفي.

الاهداف: أن يتعلم الاطفال كيفية جمع كسور عادية بسيطة مختلفة المقامات.

المستوى الدراسي: الصفوف 5-8

المواد والمستلزمات: حواسيب، طابعات

- برمجيات: تدريب الكسور، لعبة المران، التدريب على الكسور
- اوراق عمل معدة خصيصاً للدرس.

الزمن المقترح: داخل الفصل: 40-50 دقيقة.

- واجبات منزلية: 20 دقيقة.

مهارات مسبقة متطلبة - القدرة على جمع عددين.

- القدرة على التعرف على أن مقامات كسور مختلفة ام انها هي نفسها.
- القدرة على ايجاد المضاعف المشترك الادنى لعددين.

أنشطة واجراءات:

- دعَ الاطفال يبدأون بالعمل على جزء البرمجية الخاصة بالكسور المتكافئة. بعد أن يحل الطفل بطريقة صحيحة عشرة مشكلات / مسائل، دعه أن يختار الجزء الخاص بجمع الكسور العادية. سوف يتقدم الاطفال من العمل مع الكسور المتكافئة الى العمل مع الكسور المختلفة .
- دع الاطفال يتدربون على جمع الكسور باستخدام برمجية المران التدريب مع الكسور (او اية برمجية اخرى مناسبة).
- اعط الاطفال اوراق العمل للحل والتدريب كواجب منزلي. (Math-A-Matic) او اوراق تعد خصيصاً لدرس جمع الكسور سوف يوفر هذا المران والتدريب على نفس المهارات بنفس طريقة برامج الحاسوب. ويمكن استخدام اوراق العمل داخل فصل مع بعض الاطفال في نفس الوقت الذي يعمل فيه اطفال آخرون على الحاسوب.

بتصرف عن: المصدر السابق ولكن بواسطة: Colleen Harris

(2)
نماذج اختبارات

(1) اختبار التفكير الناقد في الرياضيات

إجابة الاختبار

صالح للمرحلة المتوسطة فما فوق

(2) اختبار حل مشكلات على القياس للمرحلة الابتدائية

إجابات الاختبار

(3) اختبار التفكير الرياضي للمرحلة الابتدائية

1-2

اختبار التفكير الناقد في الرياضيات

اعداد الاستاذ الدكتور/ وليم عبيد

تعليمات الاختبار:

عزيزي الطالب:

يهدف هذا الاختبار الى قياس قدرات التفكير الناقد في الرياضيات، حيث يتضمن الاختبار عشرة أسئلة يجب اتباع التعليمات التالية عند الاجابة عن اسئلة الاختبار:

- لا تقلب هذه الصفحة حتى يطلب منك ذلك.
- لا تقلب الصفحة التالية في كراسة الاسئلة حتى يطلب منك ذلك.
- لا تضع أي علامة على كراسة الاسئلة.
- ابدأ الحل وكذلك التوقف عندما يطلب منك ذلك.
- اجب عن الاسئلة في كراسة الاجابة المعطاة لك فقط.
- اذا رغبت في تغيير اجاباتك فتأكد أنك محوت اجاباتك السابقة تماماً.
- اقرأ كل سؤال وتعليمات اجابته جيداً قل البدء في اجابة السؤال..
- السؤال الاول:

أولا: ارسم شجرة العائلة كما هو مطلوب في السؤال.

ثانياً: اكتب العبارة صح أمامها علامة (√) أو (X).

- السؤال الثاني:

اكتب العبارة وضع امامها علامة (√) أو (X).

- السؤال الثالث:

(3-1) اكتب الاعداد، واكمل الاعداد الناقصة وضع خطاً تحت الاعداد الناقصة.

(3-2): اكتب الجدولين في كراسة الاجابة، واحذف (اشطب) الحروف اسفل الاعداد (الارقام) التي كتبتها والموجودة بالجدولين المبينين.

(3-3) اكتب الرسالة.

السؤال الرابع:

اكتب العبارات الاربع، واكتب بين قوسين امام كل عبارة (يدخل من الباب، او لا يدخل من الباب) مع شرح السبب.

السؤال الخامس:

اكتب العبارات وضع علامة (√) امام العبارة التي يمكن أن نستنتجها من الاعلان.

السؤال السادس:

اكتب عدد الطرق، واحسب اكبر مساحة واصغر مساحة يمكن الحصول عليها من المستطيلات المختلفة الممكنة.

السؤال السابع:

ارسم الجدول في كراسة الاجابة، ورتب الطلاب كما هو مطلوب منك في السؤال.

السؤال الثامن:

اكتب العبارة الصحيحة وضع امامها علامة (√).

السؤال التاسع:

اكتب الاسئلة في كراسة الاجابة بعد حذف المعلومات الزائدة.

السؤال العاشر:

(1-10) اكتب الجدول في كراسة الاجابة مع ترتيب الكائنات تصاعدياً بالنسبة لسرعتها.

(2-10) اكتب الاجابة.

(3-10) اكتب الاجابة.

(4-10) اكتب الاجابة.

الزمن: ساعة واحدة.

(1) خلق الله البشر ذكراً وأنثى. فاذا رمزنا للذكر بمثلث △ وللأنثى بدائرة ○ ورمزنا للعلاقات بينهما كالآتي:

(1-1) زواج

(2-1) زوجان لهما أطفال

(3-1) زوجان لهما طفلان ولد وبنت

المطلوب:

أولاً: ارسم شجرة العائلة التالية:

قيس وليلى متزوجان، لديهما أربعة اطفال: محمود، وفطيمة، ودرويش، وجوهرة. جوهرة متزوجة من حسان ولديهما ثلاثة أطفال هم سمية، سالم، سالومة.

ثانياً: من شجرة العائلة استنتج صواب أو خطأ الآتي:

(أ) عم سالم هو قيس.

(ب) ليلى لها حفيدتان.

(حـ) سالومة ليست ابنة فطيمة.

(2) ضع علامة (√) امام النتيجة الصحيحة التي يمكن استنتاجها من العبارة المعطاة، وضع علامة (X) اذا لم يمكن استنتاجها من العبارة المعطاة:

العبارة: اذا كان المثلث متساوي الاضلاع فإنه يكون متساوي الساقين.

النتائج:

(أ) أ ب حـ مثلث متساوي الاضلاع اذن: أ ب حـ متساوي الساقين.

(ب) اذا لم يكن المثلث متساوي الاضلاع فإنه لا يكون متساوي الساقين.

(حـ) اذا كان المثلث متساوي الساقن فإنه يكون متساوي الاضلاع.

(د) اذا لم يكن المثلث متساوي الساقين فإنه لا يكون متساوي الاضلاع.

(هـ) س ص ع مثلث متساوي الساقين، اذن: س ص ع مثلث متساوي الاضلاع.

(و) كل مثلث متساوي الاضلاع يكون متساوي الساقين.

(3) ابعث لصديقك برسالة رقمية متبعاً الآتي:

(3-1) اكمل الاعداد الناقصة بحسب التسلسل (النمط) الموجود بالصف.

(3-2) احذف (اشطب) الحروف اسفل الاعداد (الارقام) التي كتبتها والموجودة بالجدولين المبينين.

(3-3) الحروف الباقية في الجدول هي حروف كلمات الرسالة.

(3-1) أكمل الاعداد الناقصة في كل صف:

11	10	---	8	---	6	5
13	8	---	3	2	---	1
18	16	---	12	---	8	6
27	---	23	21	19	---	15
---	70	60	---	40	---	20
250	---	450	---	650	---	850

30	215	30	17	64	9	1	5	37	7
ز	م	و	هـ	أ	ن	ل	ك	ع	ق

2000	50	1930	750	1999	14	350	109	25	80
د	ب	ى	ظ	ع	ف	ط	س	ر	ج

الرسالة هي:...

(4) اذا كانت فتحة باب منزل الحاج عتريس 160 ارتفاعا، 64 سم عرضا. اي من الآتي ادخاله من هذا الباب؟ واشرح السبب.

64 سم

160 سم

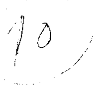
(أ) مكتب طوله 120 سم وعرضه 74 سم وارتفاعه 58 سم.

(ب) صندوق طوله 66 سم، وعرضه 60 سم وارتفاعه 48 سم.

(حـ) حمار عليه حمولة عرضها 80 سم، طوله 155 سم. وارتفاعه مع الحمولة 100 سم.

(د) برميل اسطواني الشكل نصف قطر قاعدته 35 سم وارتفاعه 55 سم.

(5) أظهرت احدى الاعلانات التجارية بالتلفزيون صورة البطل الرياضي "هرقل" وقل إنه يتغذى بعسل ملكات النحل ماركة "الدبور" - أي من الاستنتاجات التالية يمكن أن نستنتجها من هذا الاعلان:-



(أ) كل من يتغذى بعسل ملكات النحل "دبور" يصبح بطلاً رياضياً.

(ب) هرقل أصبح بطلاً لأنه يتغذى على عسل ملكات النحل "دبور".

(حـ) من لا يتغذى بعسل ملكات النحل "دبور" لا يصبح بطلا رياضيا.

(د) عسل ملكات النحل "دبور" هو غذاء كل الرياضيين.

(هـ) لا شيء مما سبق يمكن استنتاجه.

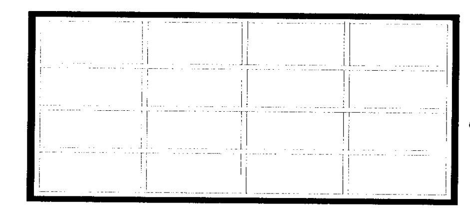
(6) لديك سلك طوله 16 متراً. بكم طريقة يمكنك أن تُكَوِّن مستطيلا من هذا السلك بحيث يكون بعداه (الطول والعرض) اعدادا صحيحة؟

ما أكبر مساحة وأصغر مساحة يمكن الحصول عليها من المستطيلات المختلفة الممكنة؟

(7) هناك 16 طالبا من الصفوف الآتية: 1 - أ، 1-ب، 1-جـ، -د، 2 -أ، 2 -ب، 2 - حـ، 2 -د، 3 -أ، 3 -ب، 3-حـ، 3-د، 4-أ، 4-ب، 4-حـ، 4 -د.

المطلوب:

رتب هؤلاء الطلاب في 4 صفوف، وأربعة أعمدة بحيث أن كل صف وكل عمود لا يتضمن طالبين من نفس الصف ولا نفس الشعبة (أ، ب، حـ، د).



(8) لايجاد حاص ضرب 7 x 5 =

ضع علامة (√) أمام العبارة الصحيحة من الآتي:

(أ) يوجد إجابة واحدة صحيحة وطريقة واحدة صحيحة للحصول عليها.

(ب) يوجد أكثر من اجابة واحدة صحيحة وأكثر من طريقة صحيحة للحصول عليها.

(حـ) يوجد إجابة واحدة صحيحة وأكثر من طريقة صحيحة لحصول عليها.

(د) لا توجد اجابة صحيحة.

(9) احذف المعلومة الزائدة والتي لا تحتاج اليها في حل السؤال في كل مما يأتي:

(1-9) مكاري يقطن في احدى البنايات. هذه البناية بها 12 طابقا، توجد 6 شقق في كل طابق. مكاري يسكن في الطابق الثالث. كم شقة في البناية التي يقطن بها مكاري؟

(2-9) الحاجة سميكة تقوم بتدريبات لانقاص وزنها. إنها تمشي كل يوم لمدة 45 دقيقة. مارست هذه الرياضة لمدة 5 ايام في الاسبوع الماضي، وفقدت من وزنها 5 كيلو جرامات، كم كيلو جراماً متوسط ما فقدته كل يوم.

(3-9) سيارة ركاب (باص) تَسعُ (30) راكباً. في اول محطة ركب (10)اشخاص. في ثاني محطة نزل (2) وركب (5) في ثالث محطة نزل (7) وركب (10). في المحطة الرابعة لم ينزل أحد وركب (3) ركاب. في المحطة الخامسة والنهائية نزل جميع الركاب. كم محطة توقفت عندها السيارة.

(4-9) كل مصعد في فندق الحرية يَسعُ (6) ركاب على الاكثر. يوجد (4) مصاعد في الفندق كم راكباً يستطيعون استخدام مصعد واحد.

(10) الجدول التالي يبين اقصى سرعة يمكن أن يجري أو يطير بها كل من الكائنات المبينة:

الكائن	أقصى سرعة (كيلو متر/ الساعة)
الغزال	75
الأرنب	67
الصقر	270
القرد	105
النسر	180
الثعلب	60
الإنسان	30
الفيل	37

المطلوب:

(1-10) رتب الكائنات السابقة تصاعدياً بالنسبة لسرعتها.

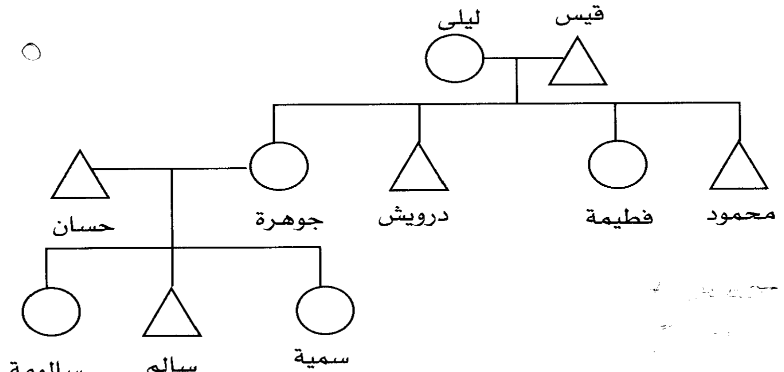
(2-10) تسابق الارنب والثعلب والغزال فأيها يكون الاكثر احتمالاً للفوز؟

(3-10) هل يمكن لخمسة اشخاص (من البشر) ان يجروا بأقصى سرعة لكل منهم حتى يسبقوا قرداً واحداً.

(4-10) اذا ركب انسان الفيل وحاولا معا سباق الثعلب، من سيكون الرابح؟ هل أنت متأكد تماماً؟

إجابات اختبار التفكير الناقد
في الرياضيات
اعداد
الاستاذ الدكتور / وليم عبيد

(1) أولاً:



ثانياً:

أ - (X)　　ب - (√)　　حـ - (√)

---

(2) أ - (√)　　ب - (X)　　حـ - (X)

د - (√)　　هـ - (X)　　و - (√)

---

(3) (1-3) 7 ، 9

1 ، 5

10 ، 14

17 ، 25

30 ، 50 ، 80

750 ، 550 ، 350

(2-3)

7	37	5	1	9	64	17	30	215	30
ق	(ع)	ك	ل	ن	(أ)	هـ	و	(م)	ز

80	25	109	350	14	1999	750	1930	50	2000
ج	ر	(س)	ط	ف	(ع)	ظ	(ى)	ب	(د)

(3-3) عام سعيد

(4) أ - يدخل من الباب. لأن (160 سم > 120 سم، 64 سم > 58 سم)

ب - يدخل من الباب. لأن (160 سم > 66 سم، 64 سم > 60 سم)

حـ-لا يدخل من الباب. لأنه (لا يمكن أن يوضع الحمار في وضع يناسب بعدي فتحة الباب)

د - يدخل من الباب. لأن (64 سم > 55 سم، 160 سم > 70 سم)

(5) أ - (X)   ب - (X)   حـ - (X)

د- (X)   هـ (√)

(6) عدد الطرق = 4 طرق.

(4,4) 5,3) (6,2) (7,1)

اصغر مساحة = 1 x 7 = 7 م2

اكبر مساحة = 4 x 4 = 16 م2

(7)

1 - أ	2 - ب	3 - حـ	4 - د
2 - حـ	1 - د	4 - أ	3 - ب
3 - د	4 - حـ	1 - ب	2 - أ
4 - ب	3 - أ	2 - د	1 - حـ

❖ ملحوظة: يوجد اكثر من حل لهذا السؤال.

(8) حـ (√)

(9) (9-1) مكاري يقطن في احدى البنايات. هذه البناية بها 12 طابقا. توجد 6 شقق في كل طابق. كم شقة في البناية التي يقطن بها مكاري؟

(9-2) الحاجة سميكة تقوم بتدريبات لانقاص وزنها. مارست هذه الرياضية لمدة 5 ايام في الاسبوع الماضي وفقدت من وزنها 5 كيلو جرامات، كم كيلو جراما متوسط ما فقدته كل يوم؟

(9-3) سيارة ركاب (باص). في اول محطة ركب (10)اشخاص. في ثاني محطة نزل (2) وركب (5) في ثالث محطة نزل (7) وركب (10). في المحطة الرابعة لم ينزل أحد وركب (3) ركاب. في المحطة الخامسة والنهائية نزل جميع الركاب. كم محطة توقفت عندما السيارة.

(9-4) كل مصعد في فندق الحربة يسع (6) ركاب على الاكثر. يوجد (4) مصاعد في الفندق كم راكباً يستطيعون استخدام مصعد واحد.

(10) (10-1)

الكائن	أقصى سرعة (كيلو متر/ الساعة)
الإنسان	30
الفيل	37
الثعلب	60
الارنب	67
الغزال	75
القرد	105
النسر	180
الصقر	270

(10-2) الاكثر احتمالا للفوز: الغزال.

(10-3) لا يمكن.

(10-4) الثعلب.

2-2

اختبار حل مشكلات على القياس

اعداد استاذ الدكتور

وليم عبيد

اختبار حل مشكلات على القياس

عزيزي الطالب، عزيزتي الطالبة:

يتكون هذا الاختبار من عشرين سؤالاً ونرجو قراءة التعليمات التالية والالتزام بها.

1- اقرأ كل سؤال بعناية قبل الاجابة.

2- يحتوي الاختبار على أسئلة اختيار متعدد وللاجاية عليها عليك أن تختار الاجابة الصحيحة من بين الأربعة حيث بينهم اجابة واحدة فقط صحيحة وذلك بوضع دائرة حول الاجابة الصحيحة.

مثال:

المتر = ...

أ) 10 سم　　ⓑ 100 سم　　حـ) 1000 سم　　د)1000 سم

3- فكر في كل سؤال جيداً لتفهم المطلوب وتحدد الاجابة المناسبة.

4- اذا لم تعرف الاجابة على سؤال ما انتقل للسؤال التالي حتى تنتهي من جميع الاسئلة ثم ارجع الى الاسئلة التي تركتها.

5- اطلب المعلم اذا تعذر عليك قراءة سؤال وذلك برفع يدك.

6- يجب الاجابة على جميع الاسئلة.

7- انتظر حتى يأذن المعلم للبدء في الاجابة ولا تفتح الاختبار قبل ذلك.

8- اكتب اسمك على الورقة بخط واضح.

9- زمن الاختبار: ساعة واحدة.

10- راجع اجابتك قبل تسليم الورقة.

الاسم:

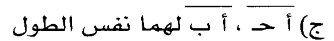
الفصل:

اختبار على القياس

ضع دائرة حول الاجابة الصحيحة في كل مما يلي:

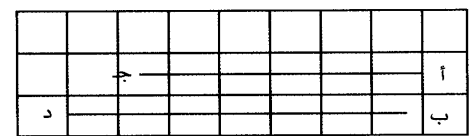
1) أ) القطعة المستقيمة أ حـ أطول من القطعة ب د

ب) القطعة المستقيمة ب د أطول من القطعة أ حـ



ج) أ حـ ، أ ب لهما نفس الطول

د) لا شيء مما سبق



2) أ) القطعة المستقيمة جـ أ أطول من القطعة د ب

ب) القطعة المستقيمة د ب أطول من القطعة حـ أ

ج) حـ أ ، د ب لهما نفس الطول

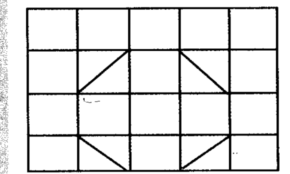
د) لا شيء مما سبق

3) في الشكل ثمانية اضلاع مرسومة على شبكة سنتمترات مربعة محيط الشكل أ يساوي



أ) 8 سم ب) أكثر من 8 سم

ج) اقل من 8 سم د) لا شيء مما سبق



4) طول القطعة المستقيمة أ ب ....

أ) 6 سم

ب) اصغر من 6 سم

ج) 7 سم

د) اكبر من 7 سم

5) استخدمت منال يد المقشة في قياس ممرين أ ، ب واستخدم وائل عصا والده في قياس طول الممرين حـ، د وكانت النتائج كالتالي:

طول أ = 13 يد مقشة　　طول ب = 14,5 يد مقشة

طول حـ = 15 عصا　　طول د = 12,5 عصا

تخير الاجابة الصحيحة فيما يلي:

أ) الممر أ أطول من الممر ب　　ب) الممر أ أطول من حـ

ج) الممر أ أطول من د　　د) لاشيء مما سبق

6) في المسألة السابقة هل:

أ) الممر ب أطول من أ　　ب) الممر أ أطول من حـ

ج) الممر ب أطول من د　　د) لاشيء مما سبق

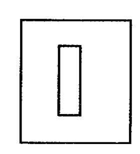
7) ب) صفيحتان مربعتان متساويتان في المساحة ثقبتا كل منهما 8 ثقوب متساوية كما بالشكل.

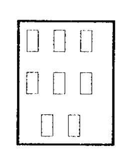
أ) الصفيحة أ بقي بها صفيح أكثر من ب

ب) الصفيحة ب بقي فيها صفيح أكثر من أ

ج) أ، ب بقي بهما نفس المساحة من الصفيح

د) لا شيء مما سبق.





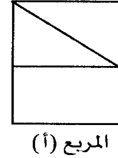
8) قسم المربع أ إلى 3 قطع ووضعت القطع لتكون الشكل ب

أ) مساحة ب أكبر من مساحة أ

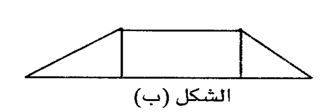
ب) مساحة أ أكبر من مساحة ب

ج) مساحة أ = مساحة ب

د) لا شيء مما سبق

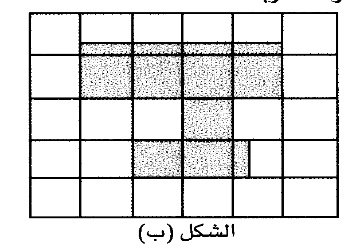


المربع (أ)



الشكل (ب)

9) احسب مساحة الشكل ب المرسوم على شبكة سنتمترات مربعة


الشكل (ب)

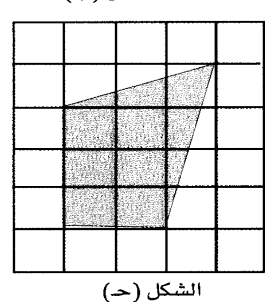
أ) 8 سم^2

ب) 8,25 سم^2

ج) 8,5 سم^2

د) 8,75 سم^2

10) احسب مساحة الشكل حـ


الشكل (حـ)

أ) 8 سم^2

ب) 8,5 سم^2

ج) 9 سم^2

د) 9,5 سم^2

11) محيط الشكل د = ...

أ) 20

ب) 21

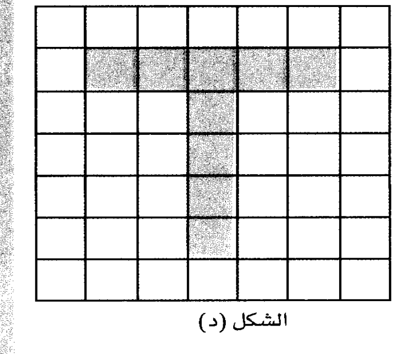
ج) 22

د) 23

12) مساحة الشكل د في السؤال السابق = ...

أ) 8 ب) 9

ج) 10 د) 11


الشكل (د)

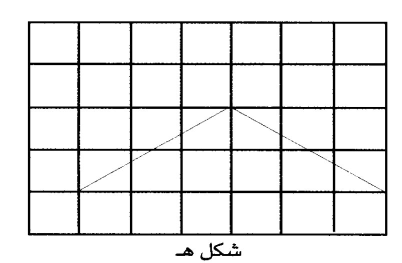
13) في الشكل هـ. احسب مساحة الجزء المظلل

أ) 3

ب) 4

ج) 5

د) 6



شكل هـ

14) احسب مساحة الشكل التالي

أ) 10.5

ب) 11.5

ج) 12.5

د) 13.5

شكل و

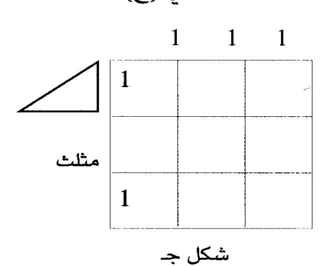
15) كم مثلثاً تملأ الشكل التالي (ج)

أ) 3

ب) 9

ج) 18

د) 27



شكل جـ

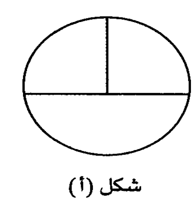
16) قارن بين الشكلين أ ، ب

أ) مساحة أ = مساحة ب

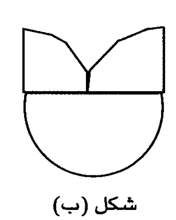
ب) مساحة أ أكبر من مساحة ب

ج) مساحة ب أكبر من مساحة أ

د) لا شيء مما سبق

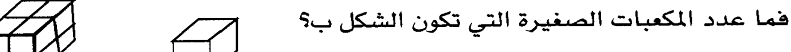


شكل (أ)



شكل (ب)

17) الشكل أ مكون من 8 مكعبات صغيرة



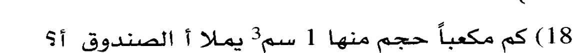
فما عدد المكعبات الصغيرة التي تكون الشكل ب؟

أ) 27

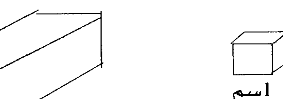
ب) 28

ج) 29

د) 30



18) كم مكعباً حجم منها 1 سم^3 يملا أ الصندوق أ؟



أ) 3 سم^3

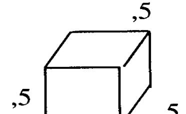
ب) 4 سم^3

ج) 8 سم^3

د) 16 سم^3

19) وكم مكعباً حجم كل منها 5, × 5, × 5, يملأ الصندوق السابق؟

أ) 32 سم^3

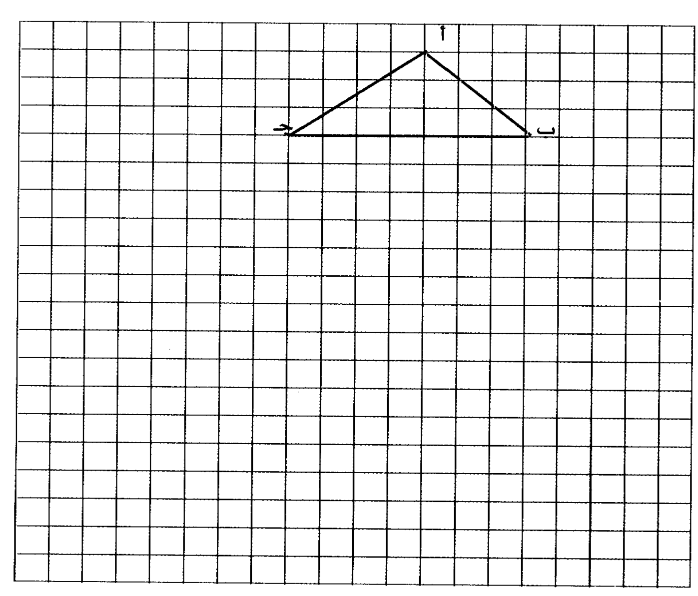


ب) 64 سم^3

ج) 128 سم^3

د) لا شيء مما سبق

20) ارسم في ورق المربعات مربع مساحته تساوي مساحة المثلث أ ب حـ



اجابة اختبار حل مشكلات على القياس

1- ب	2- أ
3- ب	4- أ
5- د	6- أ
7- ج	8- ج
9- ب	10- ب
11- أ	12- ب
13- د	14- ج
15- ج	16- أ
17- أ	18- د
19- ج	

20) مساحة المربع = مساحة المثلث = 9 سم2 أي أن نرسم مربع طول ضلعه = 3 سم لأن

$9 = 3 \times 3$

3-2

اختبار التفكير الرياضي (صف 4 - ...)

لتلاميذ المرحلة الابتدائية

اعداد

أ.د. / وليم عبيد ، د. فاطمة عبد السلام

الاسم:........................	الفصل:....................
المدرسة:......................	التاريخ:.....................

- الهدف من الاختبار

عزيزي التلميذ يهدف هذا الاختبار الى قياس قدرتك على التفكير الرياضي أي التفكير الخاص بمادة الرياضيات.

- تعليمات الاختبار

- ❖ اقرأ البيانات المعطاة في كل سؤال بدقة.
- ❖ تأكد من المطلوب من كل سؤال جيداً.
- ❖ لا تترك سؤال دون الاجابة عليه.
- ❖ عند الاجابة على اسئلة الاختيار تأكد مما يلي:
  - ضع علامة (√) امام الاجابة التي تعتقد انها صحيحة.
  - لا تضع اكثر من علامة واحدة
  - الزمن: ساعة.
- ❖ لا تبدأ في الاجابة حتى يوذن لك.

أولاً: اختبار سلاسل الاعداد

يتكون هذا الاختبار من سلاسل من الاعداد، والمطلوب منك أن تدرس كل سلسلة جيداً حتى تكتشف الطريقة التي وضعت بها، وتكتب العدد التالي لأخر عدد في السلسلة مكان النقط، ولاحظ أن المطلوب منك هو عدد واحد فقط يكمل السلسلة.

مثال توضيحي:

❖ 6 , 12 , 24 , 48 .... العدد التالي هو 96

❖ 110 ,210 ,310 ,410 .... العدد التالي هو 510

– أكمل سلاسل الاعداد التالية بوضع العدد الناقص مكان النقط

1- $\frac{1}{4}$ ، $\frac{1}{2}$ ، $\frac{3}{4}$ ، ....

2- 666 , 655 , 644 ، ....

3- 11 , 33 , 55 ، ....

4- 9000 ,900 ,90 ، ....

5- 4 ,12 , 36 ، ....

ثانياً: اختبار التفكير الاستقرائي

– اكتب النتيجة التي يمكنك التوصل اليها في الاسئلة التالية بصورة لفظية، اي اعد كتابتها بصورة لغوية بعد فهم المثال التالي:

مثال توضيحي:

9 = 3 x 3	8 = 2 x 4	12 = 4 x 3
35 = 5 x 7	24 = 4 x 6	10 = 2 x 5
63 = 7 x 9	80 = 10 x 8	56 = 8 x 7

بمقارنة الاعداد في الطرفين لعمليات الضرب السابقة نستنتج التعميم التالي:

ناتج ضرب عددين فرديين = عدد فردي، وناتج ضرب عددين زوجيين = عدد زوجي، وناتج ضرب عددين احدهما فردي والآخر زوجي يكون الناتج زوجي.

– أجب عن الاسئلة التالية كما في المثال السابق

1- 2.29 = 10 x 0.239

23.9 = 100 x 0.239

239 = 1000 x 0.239

بمقارنة الاعداد في الطرفين لعمليات الضرب السابقة يمكن أن نستنتج التعميم التالي:

....

....

-2 $12.74 = 10 \div 127.4$

$1.274 = 10 \div 127.4$

$0.1274 = 10 \div 127.4$

بمقارنة الاعداد في الطرفين لعمليات القسمة السابقة يمكن أن نستنتج التعميم التالي:

....

....

-3 $12 = 4 + 8$ $\quad$ $12 = 9 + 3$

$8 = 2 + 6$ $\quad$ $16 = 7 + 9$

$14 = 4 + 10$ $\quad$ $18 = 13 + 5$

بمقارنة الاعداد في الطرفين لعمليات الجمع السابقة يمكن أن نستنتج التعميم التالي:

....

....

-4 $6 = 4 - 10$ $\quad$ $8 = 7 - 15$

$14 = 2 - 16$ $\quad$ $10 = 3 - 13$

$12 = 8 - 20$ $\quad$ $16 = 5 - 21$

بمقارنة الاعداد في الطرفين لعمليات الطرح السابقة يمكن أن نستنتج التعميم التالي:

....

....

-5 اقرأ الجدول التالي واستنتج التعميم المطلوب

العدد	قابلية القسمة على 3	قابلية القسمة على 5	قابلية القسمة على 15
27	نعم	لا	لا
50	لا	نعم	لا
48	نعم	لا	لا
185	لا	نعم	لا
225	نعم	نعم	نعم
222	نعم	لا	لا
75	نعم	نعم	نعم
20	لا	نعم	لا
60	نعم	نعم	نعم
180	نعم	نعم	نعم

من الجدول السابق نستنتج التعميم التالي

يقبل العدد القسمة على 15 اذا كان ....

....

ثالثاً: اختبار التفكير الاستنباطي

اقرأ المعلومات المعطاة في كل سؤال جيدا ثم ضع علامة (√) امام الاستنتاج الصحيح من بين الاجابات المعطاة بعد قراءة المثال التالي:

مثال توضيحي:

اذا كان وزن داليا 50 كيلو، ووزن سالي 49 كيلو، ووزن دينا 60 كيلو، فإن

(أ) سالي اكثر وزناً من دينا ( )

(ب) داليا أكثر وزناً من دينا وسالي ( )

(ج) دينار أقل في الوزن من داليا ( )

(د) دينا أكثر وزناً من داليا وسالي (√)

- أجب كما في المثال السابق.

1- اذا كان الشرط الضروري واللازم لرسم اي مثلث هو أن يكون مجموع طولي اي ضلعين

فيه أكبر من طول الضلع الثالث. فإن أي من الاطوال التالية تصلح لرسم مثلث.

(أ) 13 , 7 , 5 ( )　　　(ب) 9 , 2 , 2 ( )

(ج) 5 , 5 , 5 ( )　　　(د) 10 , 6 , 4 ( )

2- نعرف ان كل الاعداد الاولية اعدادا فردية فيما عدا العدد (2) ولكن ليست كل الاعداد الفردية اولية ولذلك فإن

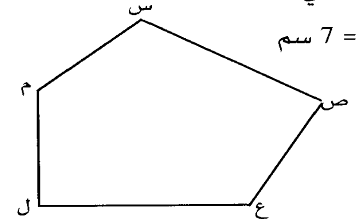
(أ) 15 عدد اولي ( )　　　(ب) 4 سم ( )

(ج) 27 عدد اولي ( )　　　(د) 47 سم ( )

3- (محيط اي شكل هندسي يساوي مجموع اطوال اضلاعه) والشكل المقابل س ص ع ل م شكل خماسي محيطه يساوي 30 سم، اطوال اضلاعه هي:

س ص = 8 سم، ص ع = 6 سم ، ع ل = 5 سم ، ل م = 7 سم

فيكون طول م س = ...



(أ) 3 سم ( )　　　(ب) 4 سم ( )

(ج) 5 سم ( )　　　(د) 6 سم ( )

4- اذا كان الارنب اكثر سرعة في الجري من الثعلب وكان الارنب اقل في سرعة الجري من الغزال فإن

(أ) الثعلب أكثر في سرعة الجري من الغزال ( ).

(ب) الغزال أسرع في الجري من الارنب والثعلب ( ).

(ج) الارنب اسرع في الجري من الثعلب والغزال ( ).

(د) الغزال اقل سرعة في الجري من الارنب ( ).

5- تعلم ان (مجموع قياسات اي مثلث تساوي 180°)

وفي الشكل المقابل، المثلث س ص ع فيه < س = 30° ، < ص = 90° فيكون قياس < ع = ...

(أ) 60° ( )　　　(ب) 30° ( )

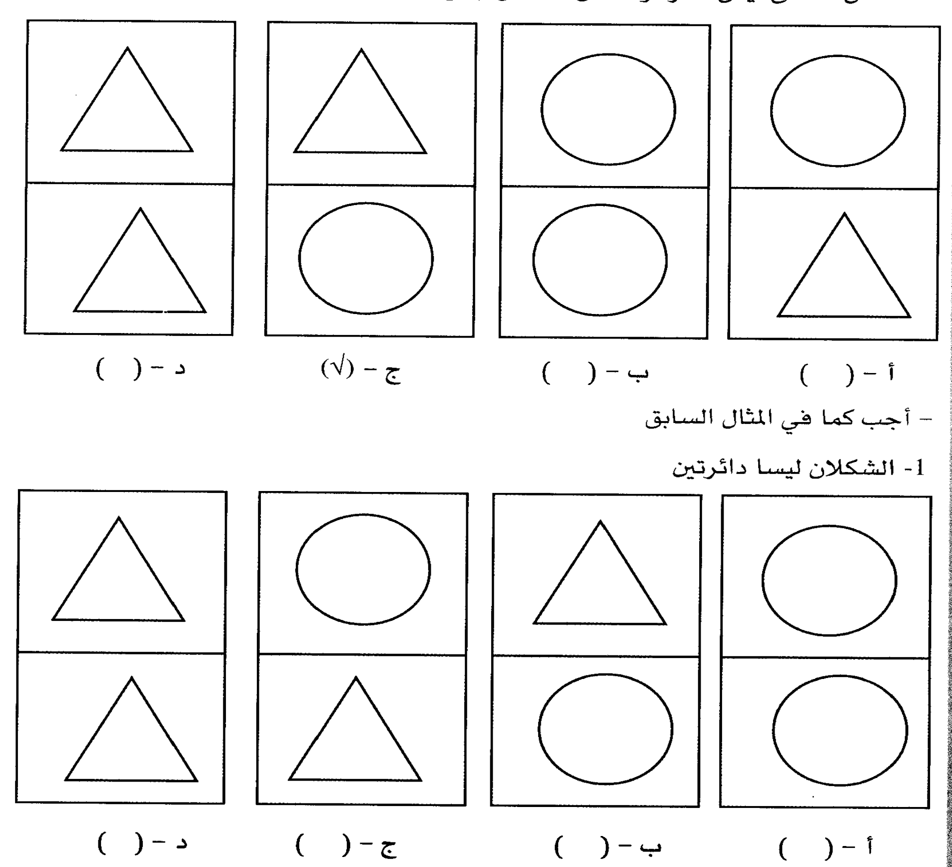
(ج) 90° ( )　　　(د) 80° ( )

رابعاً: اختبار التفكير المنطقي

لكل بطاقة مما يأتي يوجد شكل في النصف الاعلى وشكل في النصف الاسفل. تأمل البطاقات جيداً ثم استنتج البطاقة التي تتفق مع العبارة المعطاة في كل سؤال بوضع علامة (√) اسفلها بعد قراءة المثال التالي.

مثال توضيحي:

– الشكل الاعلى ليس دائرة والشكل الاسفل ليس مثلثا.



أ – ( )   ب – ( )   ج – (√)   د – ( )

– أجب كما في المثال السابق

1- الشكلان ليسا دائرتين

أ – ( )   ب – ( )   ج – ( )   د – ( )

2- اذا كان الشكل الاعلى مستطيل، يكون الشكل الاسفل مثلث

أ - (   )   ب - (   )   ج - (   )   د - (   )

- في الاسئلة 3, 4, 5 ضع علامة (√) اسفل الشكل المختلف عن الاشكال المجاورة له

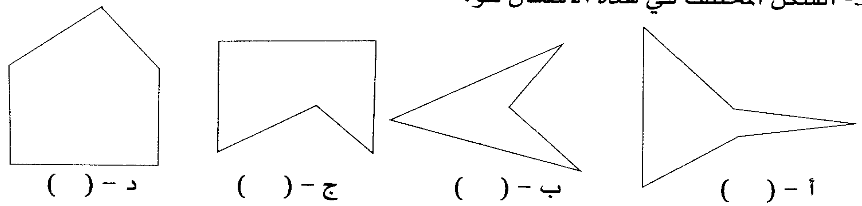
3- الشكل المختلف في هذه الاشكال هو:

أ - (   )   ب - (   )   ج - (   )   د - (   )

4- الشكل المختلف في هذه الاشكال هو:

أ - (   )   ب - (   )   ج - (   )   د - (   )

5- الشكل المختلف في هذه الاشكال هو:



أ - (   )   ب - (   )   ج - (   )   د - (   )

خامساً: اختبار التعبير بالرموز

عزيزي التلميذ المطلوب منك في هذا الاختبار ان تستعمل الحروف للتعبير عن الاعداد كما في نظام العد العربي القدم.

والجدول التالي يوضح لكل حرف ابجدي عدد يدل عليه.

أ 1	ب 2	ج 3	د 4	هـ 5	و 6	ز 7
ح 8	ط 9	ى 10	ك 20	ل 30	م 40	ن 50
س 60	ع 70	ف 80	ص 90	ق 100	ر 200	ش 300
ت 400	ث 500	خ 600	ذ 700	ض 800	ظ 900	غ 1000

مثال

3 + 4 = 7   بالرموز تكون ج + د = جد

أ - أجب كما في المثال السابق

(1) 40 + 90 + 200 = ... بالرموز تكون .... + ... + ... = ...

(2) 70 + 10 + 4 = ... بالرموز تكون .... + ... + ... = ...

ب - اذا كان △ + △ = 6

2 ▭ 3+ △ = 17

4 △ 3+ ▭ = ...

8 ▭ 3+ ⬠ = ...

3 ⬡ 5+ △ = ...

سادساً: اختبار التفكير المنظومي

عبّر عن كل رقم مما يلي باستخدام اربع ثلاثات فقط (3 , 3 , 3 , 3) والعمليات الحسابية البسيطة (+ ، - ، × ، ÷) بعد قراءة المثال التالي جيداً.

مثال توضيحي:

$\frac{33}{33} = 1$

$\frac{3}{3} + \frac{3}{3} = 2$

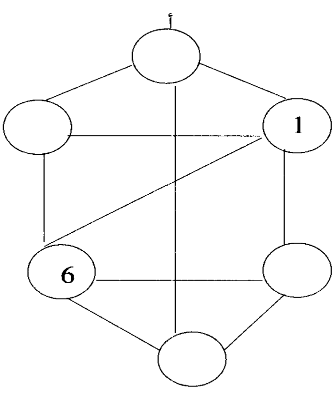
أجب كما في المثال السابق

(أ) 3 = ...

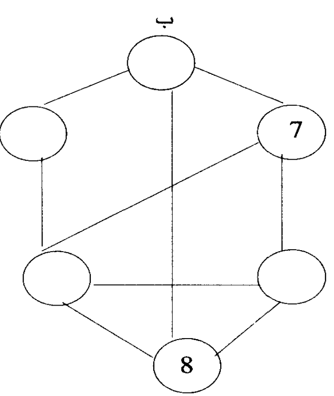
(ب) 4 = ...

(ج) 5 = ...

(2) اكتب كل رقم من الارقام الموجودة اسفل كل شكل مما يلي في دائرة من الدوائر الخالية بحيث لا يوجد خط يصل بين رقمين متتاليين.



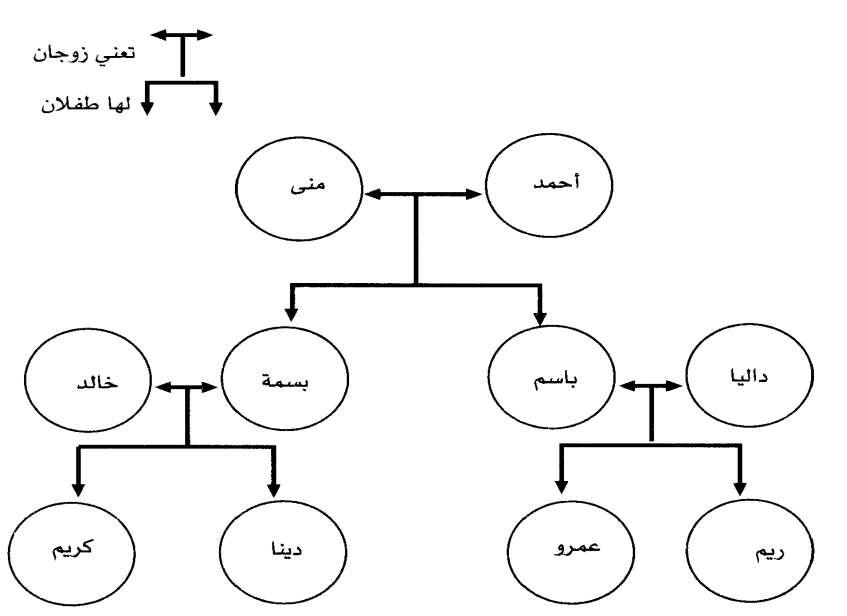
الارقام هي 2 , 3 , 4 , 5



الارقام هي 9 , 10 , 11 , 12

(3) تتبع شجرة العائلة التالية ثم حدد المطلوب منك:

لاحظ أن ↔ تعني زوجان



ضع علامة (√) او (X) امام ما يناسبها من العبارات التالية:

(1) أحمد جدّ كريم ( )

(2) باسم عَم دينا ( )

(3) بسمة بنت منى ( )

(4) عمرو ابن خالد ( )

(5) ريم أخت كريم ( )

مفتاح الإجابات لاختبار التفكير الرياضي

أولاً: سلاسل الاعداد:

رقم السؤال	العدد التالي
1	1
2	633
3	77
4	9
5	108

ثانياً: التفكير الاستقرائي

رقم السؤال	التعميم المطلوب
1	عند ضرب اي عدد عشري (أو كسر عشري) في 10 او مضاعفاتها تتحرك العلامة جهة اليمين بحسب عدد الاصفار.
2	عند قسمة اي عدد عشري (او كسر عشري) على 10 او مضاعفاتها تتحرك العلامة جهة اليسار بحسب عدد الاصفار.
3	ناتج جمع عددين زوجيين يساوي عدد زوجي وناتج جمع عددين فرديين يساوي عدد فردي
4	ناتج طرح عددين يساوي عدد زوجي، وناتج طرح عددين فرديين يساوي عدد زوجي
5	يقبل العدد القسمة على 15 اذا كان يقبل القسمة على 3 , 5

ثالثاً: التفكير الاستنباطي

رقم السؤال	الاستنتاج الصحيحج
1	ج
2	د
3	ب
4	ب
5	أ

رابعاً: التفكير المنطقي

رقم السؤال	الاستنتاج الصحيح
1	د
2	ب
3	ب
4	د
5	ب

خامساً: التعبير بالرموز

رقم السؤال	الإجابة الصحيحة
1	330 بالرموز تكون مصر
2	84 بالرموز تكون عيد
3	24
4	47
5	33

سادساً: اختبار التفكير المنظومي

(1)

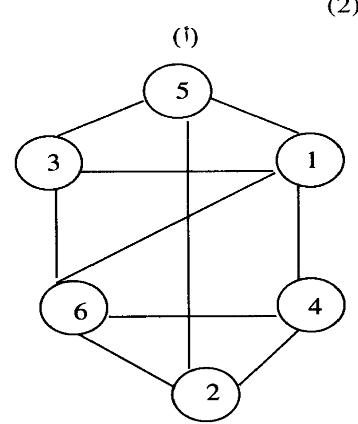
أ - $3 = \frac{3+3+3}{3}$

ب - $4 = \frac{3 \times 3 \times 3}{3}$

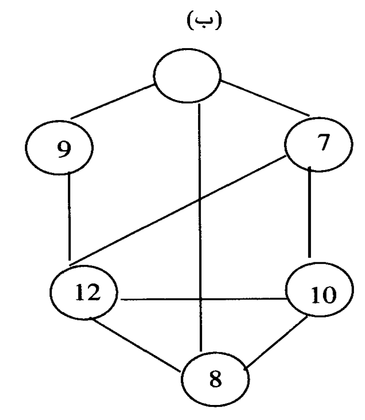
ج - $5 = \frac{3}{3} - 3 + 3$

(2)

(أ)



(ب)



(3) السؤال الإجابة

(أ) ⟵ - (√)

(ب) ⟵ - (x)

(ج) ⟵ - (√)

(د) ⟵ - (x)

(و) ⟵ - (x)



المراجع

أولاً: المراجع باللغة العربية:

ثانياً: المراجع باللغة الأجنبية:

مراجع

أولاً: المراجع باللغة العربية:

(1) أمينة كاظم، محرر (2001) : "دليل تنمية التفكير"، المنظمة العربية للتربية والثقافة والعلوم، المركز القومي للامتحانات والتقويم التربوي، القاهرة.

(2) إيمان عبد الله مهدي (2004) : "دراسة تقويمية لدليل تقويم الطالب في الرياضيات" رسالة ماجستير، كلية التربية - جامعة عين شمس، القاهرة.

(3) جابر عبد الحميد وآخرون (2001) : "مشروع تنمية أساليب التفكير لدى الطلبة في مرحلة التعليم قبل الجامعي" المنظمة العربية للتربية والثقافة والعلوم، المركز القومي للامتحانات والتقويم التربوي، تونس، القاهرة.

(4) رناد الخطيب (1986) : "رياض الأطفال - واقع ومنهاج" مشروع الريادة للطباعة والنشر، عمان، الأردن.

(5) رالي يوسف فهد (2001) : "صعوبات تعلم الهندسة في البحرين وتفسيرها في ضوء مستويات فان هيل للتفكير الهندسي"، رسالة ماجستير، كلية التربية - جامعة البحرين، البحرين.

(6) عبد الله الشبل ومصطفى عبد السميع (1987) : "معمل الرياضيات في المدرسة الابتدائية"، كلية إعداد المعلمين، الرياض، المملكة العربية السعودية.

(7) عبد العظيم أنيس ووليم عبيد: (2000) مقدمة في تاريخ الرياضيات "وزارة التربية والتعليم، القاهرة.

(8) عبد الرحمن عبد الجواد (2004) : "فعالية استراتيجية لتنمية مستويات التفكير الهندسي كما حددها فان هيل "، رسالة دكتوراه، كلية التربية - جامعة القاهرة، بني سويف، مصر.

(9) فردريك بيل (1987) : "طرق تدريس الرياضيات" جزآن - ترجمة وليم عبيد، المفتي، سليمان، الدار العربية للنشر والتوزيع، القاهرة.

(10) فاطمة عبد السلام (2004) "استخدام المدخل المنظومي في تطوير مناهج الرياضيات للمرحلة الابتدائية"، رسالة دكتوراه، كلية التربية - جامعة قناة السويس، بورسعيد..

(11) فايز مراد (1994) "قضايا في تعليم وتعلم الرياضيات"... مكتبة الأنجلو، القاهرة.

(12) فريد أبو زينة (1986) " نمو القدرة على التفكير الريادي"، المجلة العربية للعلوم الإنسانية، المجلد السادس عدد 21 ، جامعة الكويت، الكويت.

(13) محمد محمود الخوالدة (2003) "المنهاج الإبداعي الشامل في تربية الطفولة المبكرة" دار المسيرة للنشر والتوزيع، عمان، الأردن.

(14) محمود إبراهيم بدر (2004) "فاعلية وحدة مقترحة في الرسم البياني في ضوء الذكاءات المتعددة وأثرها في اتجاهات الطلاب نحو الرياضيات"، مؤتمر الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات، كلية التربية - بنها.

(15) مركز تطوير تدريس العلوم (2000 - 2004) "المدخل المنظومي في التدريس والتعلم"، أعمال المؤتمرات السنوية، جامعة عين شمس، القاهرة.

(16) مها الشقرة (2004) : "فاعلية برنامج مقترح في النواحي الجمالية للرياضيات على تنمية مهارات التواصل الرياضي الكتابي لدى الطلاب الصم بمرحلة التعليم الانساني"، رسالة دكتوراه، كلية البنات، جامعة عين شمس، القاهرة.

(17) نبيل حافظ (2000) صعوبات التعلم والتعليم العلاجي، مكتبة زهراء الشرق، القاهرة.

(18) وليم عبيد، الشرقاوي، رياض، العنزي (1998) "تعليم وتعلم الرياضيات في المرحلة الابتدائية، مكتبة الفلاح، الكويت.

(19) وليم عبيد، المفتي، القمص (2000) "تربويات الرياضيات" مكتبة الأنجلو القاهرة.

(20) وليم عبيد، عزو عفانة (2003) "التفكير والمنهاج المدرسي"، مكتبة الفلاح الكويت.

(21) وليم عبيد وآخرون (1994) : "الكتاب المرجع في الرياضيات لمرحلة التعليم الأساسي "كتاب المعلم للصفوف (1 - 6) المنظمة العربية للتربية والثقافة والعلوم، تونس.

(22) وليم عبيد وخولة المعلا وآخرون (1999) "تقويم مناهج الرياضيات في التعليم العام بدولة الإمارات العربية"، وزارة التربية والتعليم، دولة الإمارات العربية.

(23) وليم عبيد (2002) : "المدخل المنظومي والبنائية" أعمال ندوة المدخل المنظومي، ككلية التربية، سوهاج، جامعة جنوب الوادي.

(24) وزارة التربية والتعليم (2003) : "المعايير القومية للتعليم في مصر" المجلد الثالث (الرياضيات) وزارة التربية والتعليم، القاهرة.

ثانياً: المراجع باللغة الأجنبية:

(1) Board of Education (1998): "Performance Standards" Board New York City, N. Y. U.S.A.

(2) Candle, L. (2002): "Cooperative Learnings Structure : Think - Pair - Share", http :/ home. att . net / cl network / thinl ps.htm.

(3) Crulk Shank, D. E. etal (1980): "Young Children Learning Mathematics" Allen and Bacon Inc., Botan, London, Sydney, Toronto.

(4) Ebeid, William (1964): "An Experimental Study of the use of Self - Selected Mathematics Materials at J.H. S. Ph.D. Dissertation, University of Michigan, Ann Arbor, U.S.A.

(5) Ebeid, Willian (2001) : "The Paradigm Shift in Mathematics Education: A Scenario for Change", In Mathematics and the 21st Century, World Scientific, N. Jersey, London, Hong Kong, Singapore.

(6) Ebeid, William (1992): "Mathematics in the Arab World" in, Moving into the Twenty First Century, Studies, in Math. Ed. vol'8 UNESO, paris.

(7) Erickson, lynn (2000): "Stirring the Head, Heart and Soul", Crown Press inc., Calif. U.S.A.

(8) Eicholz, Retal (eds) (1987): "Mathematics, Book 4 Addision - Wesley Pulconf, Calif. U.S.A.

(9) Fuys, D. etal (1995): "The Van Hiele Model of Thinking in Geometry" J. of Research in Mathematics Education, Monograph 3, NCTM, vi, U.S.A.

(10) Guilford County Schoolls (2002): "Activating Strategies: Think - Pair - Share" http/its.guilford. k 12.nc.us/act/strategies,thinkpairshare.htm.

(11) Gardner, Haward (2000): "Intelligence Reformed: Multiple Intelligence's for the 21st Century", Basic, N.Y. U.S.A.

(12) Johnston-Wilder, et al teal (1999): "Learning to teach Mathematics in the Secondary Schools, Rout ledge, London, N.Y.

(13) Kraft, Richard (2003) : "Standards", Handout, MOE Cairo, Egypt.

(14) Wilder,s Jetal (1991): "Learning to teach Mathematics in the Secondary schools, Routledge, London, N.Y.

(15) Kutz, Roland (1991): "Teaching Elementary Mathematics" Allyn and Bacon, Mas., U.S.A.

(16) Lmbdin, D. and Walker (2000): "Portfolio Assessment" Journal of Arithmetic Teacher, NCTM, Virginia, U.S.A.

(17) Ma, Liping (1999): "Knowing and Teaching Elementary Mathematics" Lawrence Er. Ass. Pult, Mahwash, New Jersey, London.

(18) NCTM (1991): "Professional Standards for Teaching Mathematics", NCTM, vi, U.S.A.

(19) NCTM (2000): "Standards Principals" NCTM, U.S.A.

(20) NCTM (1989): "Curriculum and Evaluation Standards" NCTM, vi: U.S.A.

(21) Perkins, D. (1999): “The Many Faces of Constructivism, ASCD, U.S.A.

(22) Scott F. Comp, (1991): "Exploring Mathematics" Illinois, U.S.A.

(23) Schoenfeld, Alan. (1987) "Cognitive Science and Mathematics, Education", Lawrence E.Ass. Pub., N. Jersey, London.

(24) Van Hiele, Pierre (1999): "Developing Geometric Thinking Through Activities that Begin With Play", Teaching Children Mathematics, V'5 No. 6, U.S.A.

(25) Wiebe, James and Cannings, T. (1992): "Computer Tools and Problem Solving in Mathematics", Frankslin, Beedle and Ass Inc., Oregon, U.S.A.